

FOS: Die gleichmäßig beschleunigte Bewegung.

Der Begriff der Beschleunigung.

Problem:	Holger: Meine Maschine kommt in 20s von 0 auf 180. Sven : Meine schafft es auf 500m.
Frage:	Worum geht es bei diesem Vergleich? Welche Maschine schneidet besser ab?

Es geht um die Beschleunigung.

Definition:	Beschleunigung = $\frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{benötigte Zeitspanne}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
--------------------	---

Versuch:	Wir lassen eine Kugel auf einer geneigten Bahn rollen und messen den zurückgelegten Weg nach 1s, 2s 3s
-----------------	--

Ergebnis: Wir stellen fest, dass der Weg nicht wie bei einer Bewegung mit gleichbleibender Geschwindigkeit proportional der Zeit ist.
Mit jeder Sekunde wird der zurückgelegte Wegabschnitt größer.

Ist bei einer beschleunigten Bewegung die Geschwindigkeitszunahme in gleichen Zeitabschnitten immer gleich groß, so spricht man von einer

gleichmäßig beschleunigten Bewegung.

Oder anders ausgedrückt, die Geschwindigkeit steigt proportional mit der Zeit.

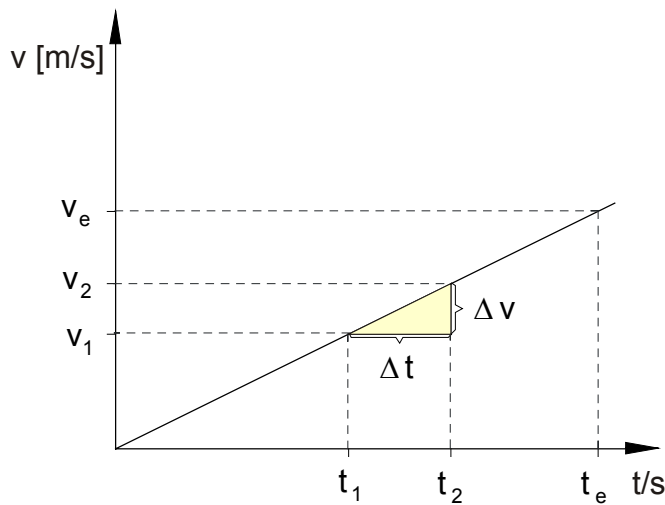
Herleitung des Weg - Zeit - Gesetzes für die gleichförmig beschleunigte Bewegung.

Problemstellung:

Wie groß ist der Weg, den ein Körper zurücklegt, bis er bei einer gleichmäßigen Beschleunigung eine bestimmte Endgeschwindigkeit erreicht hat?

Wird ein Körper gleichmäßig beschleunigt ($a = \text{konstant}$),
so erreicht er nach der Zeit t die Geschwindigkeit v .

Das Geschwindigkeit - Zeit - Gesetz lautet:



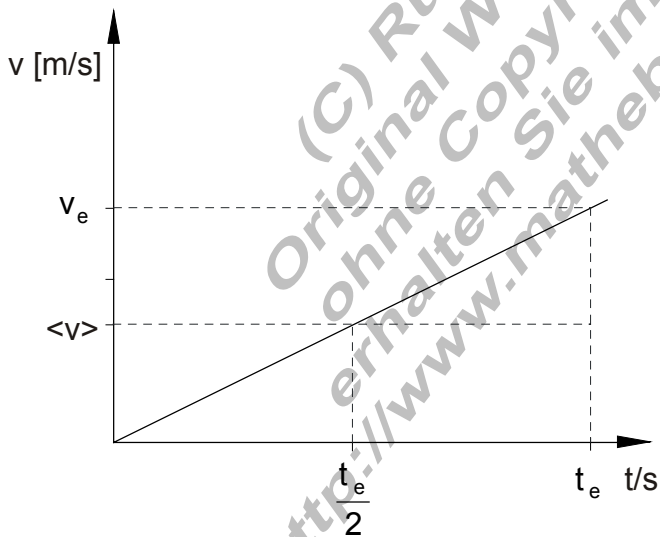
$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

$$v_e = a \cdot t_e$$

$$(1) \quad v = a \cdot t$$

Der Graph im Geschwindigkeit - Zeit - Diagramm stellt eine Gerade dar, deren Steigung gleich dem Beschleunigungswert ist.

Für die mittlere Geschwindigkeit gilt:



$$\langle v \rangle = \frac{v_e}{2} = \frac{a \cdot t_e}{2} = \frac{a \cdot t}{2}$$

$$\Rightarrow (2) \quad \langle v \rangle = \frac{a \cdot t}{2}$$

Wird ein Körper gleichmäßig beschleunigt,
so erreicht er nach der Zeit t die Geschwindigkeit v .

Der dabei zurückgelegte Weg ist: $s = \langle v \rangle \cdot t$

Mit der Formel (2) $\langle v \rangle = \frac{a \cdot t}{2}$ folgt: $s = \frac{a \cdot t}{2} \cdot t = \frac{a \cdot t^2}{2}$

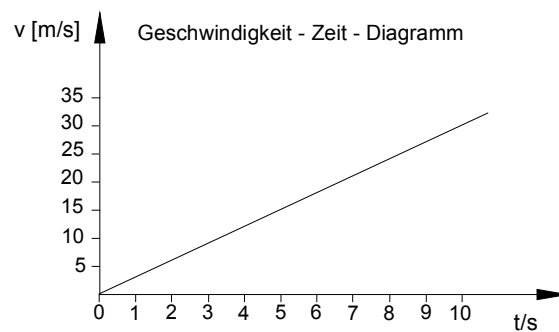
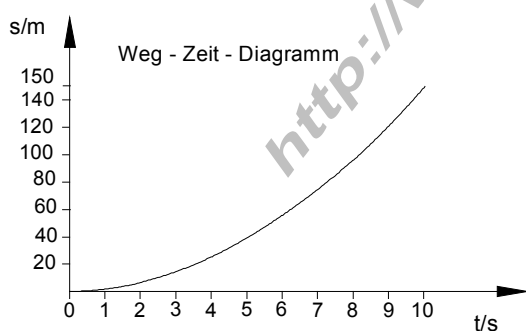
Somit gilt für das Weg - Zeit - Gesetz

der gleichmäßig beschleunigten Bewegung: $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$

Zusammenfassung:	Unter Beschleunigung verstehen wir die Geschwindigkeitszunahme je Zeiteinheit.
	Man bestimmt die Größe der Beschleunigung aus $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$
	Bei der gleichmäßig beschleunigten Bewegung ist die Beschleunigung a konstant.
	Diese Bewegung kann man durch zwei Gesetze beschreiben.
	Geschwindigkeit - Zeit - Gesetz : $v = a \cdot t$
Weg - Zeit - Gesetz : $s = \frac{a \cdot t^2}{2}$	

Beispiel einer exakten Messreihe:

v [m/s]	6	12	15	24	30
t [s]	2	4	5	8	10
$a = v/t$ [m/s ²]	3	3	3	3	3
$s = \frac{a \cdot t^2}{2}$ [m]	6	24	54	96	150



Zurück zur Ausgangsfrage.

- a.) Holger : "In 20 s von 0 auf 180"
 b.) Sven : "Ich brauche dafür 500 m"

Die Frage lautet: Welche Maschine hat die größte Beschleunigung?

- a.) gegeben : $v = 180 \text{ km/h}$ $t = 20 \text{ s}$ gesucht : a

$$v = 180 \text{ km/h} = 180000 \text{ m} / 3600 \text{ s} = 50 \text{ m/s}$$

$$v = a \cdot t \quad \Rightarrow \quad a = \frac{v}{t} = \frac{50 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{20 \text{ s}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Maschine von Holger besitzt ein Beschleunigungsvermögen von $a = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

- b.) gegeben : $v = 180 \text{ km/h} = 50 \text{ m/s}$ $s = 500 \text{ m}$ gesucht : a

$$(1) \quad v = a \cdot t \quad (2) \quad s = \frac{a \cdot t^2}{2}$$

Das sind zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten.

Die Lösung erfolgt durch das Einsetzverfahren.

Gleichung (1) wird nach t umgestellt: $t = \frac{v}{a}$

$$\text{eingesetzt in (2)} \Rightarrow s = \frac{a \cdot \left(\frac{v}{a}\right)^2}{2} \Rightarrow s = \frac{a \cdot \frac{v^2}{a^2}}{2} = \frac{v^2}{2a} \Rightarrow a = \frac{v^2}{2s}$$

Jetzt werden die Zahlenwerte eingesetzt. $v = 50 \text{ m/s}$, $s = 500 \text{ m}$

$$a = \frac{v^2}{2s} = \frac{\left(50 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 500 \text{ m}} = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

Die Maschine von Sven besitzt ein Beschleunigungsvermögen von $a = 2,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Damit sind die beiden Maschinen bezüglich der Beschleunigung gleichwertig.