FOS: Messen und Berechnen von Energie

Die Höhenenergie.

Fallbeispiel:
Fall 1: Ein Kran hebt einen Eisenträger (G = 50.000 N) in den 1. Stock eines Hauses. Dabei verbraucht er eine bestimmte Menge Treibstoff.

Fall 2: Hebt der Kran die Last in den 4. statt in den 1. Stock, so verbraucht er die vierfache Menge Treibstoff, da er die vierfache Höhe überwinden muss.
Der Eisenträger besitzt im 4. Stock eine viermal so große Höhenenergie wie im 1. Stock. Als Nullniveau NN, wurde der Erdboden gewählt.

Die Höhenenergie ist proportional zur Höhe: $W_H \sim h$

Fall 3: Nun sollen zwei gleiche Kräne einen doppelt so schweren Träger (G = 100.000 N) in den 1. Stock heben.
Dabei wird doppelt soviel Treibstoff verbraucht, wie unter Fall 1, da die doppelte Kraft aufzuwenden ist.
Im 1. Stock besitzt die Last mit G = 100.000 N gegenüber dem Nullniveau doppelt so viel Höhenenergie wie die mit G = 50.000 N.

Die Höhenenergie ist proportional zur Gewichtskraft: $W_H \sim G$

Nach diesen Überlegungen wird die Höhenenergie wie folgt festgelegt:

$$W_H = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$$

Ihre Einheit ist **Nm** oder **J** oder **Ws**, denn 1 Nm = 1 J = 1 Ws

Merksatz:	1. Die Höhenenergie eines Körpers mit der Gewichtskraft G in der Höhe h über dem Nullniveau ist : $W_H = G \cdot h = m \cdot g \cdot h$ 2. Die Einheit der Energie ist 1 Joule, abgekürzt 1 J. Es ist: $1\,J = 1\,Nm = 1\,Ws = 1\,\frac{kg \cdot m^2}{s^2}$

Die Bewegungsenergie

Wird ein Körper, der mit der Erde ein abgeschlossenes System bildet aus der Höhe h fallen gelassen, so verliert er Höhenenergie und gewinnt dabei Bewegungsenergie.
Fällt ein Körper die Strecke s, so nimmt seine Höhenenergie um ΔW_H ab.

Es ist: $\Delta W_H = m \cdot g \cdot s = m \cdot g \cdot \underbrace{\frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2}_{s} = \frac{1}{2} \cdot m \cdot \underbrace{(g \cdot t)^2}_{v^2} = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Nach diesen Überlegungen wird die Bewegungsenergie wie folgt festgelegt:

$$W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

Merksatz:	Ein Körper der Masse m und der Geschwindigkeit v hat die Bewegungsenergie $W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$

Beispiel:	Energiebeträge im Vergleich a) Welche Höhenenergie W_H hat ein Eisenträger (m = 50 t) im 4. Stock eines Hauses (h = 12 m) gegenüber dem Erdboden? b) Bei welcher Geschwindigkeit hat ein Pkw (m = 1200 kg) die Bewegungsenergie 1 MN? Lösung: a) Das Nullniveau NN ist am Erdboden: $W_H = m \cdot g \cdot h = 50.000\,kg \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 12\,m = 5.886.000 \frac{kg \cdot m^2}{s^2} \approx \underline{\underline{6\,MJ}}$ b) Aus $W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ ergibt sich: $v = \sqrt{\frac{2 \cdot W_B}{m}} = \sqrt{\frac{2.000.000 \frac{kg \cdot m^2}{s^2}}{1200\,kg}} \approx \underline{\underline{40{,}8 \frac{m}{s} \approx 147 \frac{km}{h}}}$

Energiebilanz $W_H + W_B$ für 4 Zustände beim freien Fall eines Körpers der Masse m = 10 kg aus einer Höhe h = 45 m.

Zustand Nr.	Zeit t in s	Höhe in m	$W_H = m \cdot g \cdot h$ in J	$v = g \cdot t$ in m/s	$W_B = \frac{1}{2} m \cdot v^2$ in J	$W_H + W_B$ in J
1	0	45	4500	0	0	4500
2	1	40	4000	10	500	4500
3	2	25	2500	20	2000	4500
4	3	0	0	30	4500	4500

Merksatz:	In einem abgeschlossenen System gilt: $W_H + W_B = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \text{konstant}$ Das bedeutet, die Energie in einem abgeschlossenen System ist konstant, sie kann sich beliebig auf die verschiedenen Energiearten aufteilen.

Beispiel:
Ein Meteorit (Steinkugel von 100 m Durchmesser) trifft mit einer Geschwindigkeit von 30 km/s senkrecht auf die Erdatmosphäre.
Welcher Energieumsatz erfolgt dabei? Wie viel Hiroschima Atombomben entsprechen dem Energieumsatz (1 Bombe 20 kT = 23.200.000 kWh)?

Daten: $m = 1{,}5 \cdot 10^9 \text{kg} \quad v = 3 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad E = \frac{m \cdot v^2}{2} \quad 1\text{kWh} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{Ws}$

$$E = \frac{1{,}5 \cdot 10^9 \text{kg} \cdot \left(3 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 0{,}75 \cdot 10^9 \text{kg} \cdot 9 \cdot 10^8 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2} = 6{,}75 \cdot 10^{17} \frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{s}^2} = \underline{\underline{6{,}75 \cdot 10^{17} \text{Ws}}}$$

Umgerechnet in kWh: $\frac{6{,}75 \cdot 10^{17} \text{Ws}}{3{,}6 \cdot 10^6 \frac{\text{Ws}}{\text{kWh}}} = 1{,}875 \cdot 10^{11} \text{kWh} = 187{,}5 \cdot 10^9 \text{kWh}$ (Energieumsatz)

Eine Bombe: $23{,}2 \cdot 10^6 \text{kWh} \Rightarrow \frac{187{,}5 \cdot 10^9 \text{kWh}}{23{,}2 \cdot 10^6 \text{kWh}} \approx 8 \cdot 10^3 = \underline{\underline{8000 \text{ Bomben}}}$

Bemerkung: Die erste, 1952 gezündete Wasserstoffbombe hatte den 700fachen Energieumsatz einer Hiroschima Bombe, dabei verschwand ein ganzes Atoll.

Unterschied zwischen Energie und Kraft.

Das Kranbeispiel macht deutlich, dass Energie Mengencharakter hat und von Kraft klar zu unterscheiden ist.
Je höher ein Kran die Last hebt, desto mehr Energie wird aus Kraftstoff in Höhenenergie umgesetzt.
Stellt der Kranfahrer den Motor ab und legt die Sperrklinke ein, so bleibt die Last in einer bestimmten Höhe hängen. Energie wird nicht mehr umgesetzt; trotzdem muss der Kran die Last auf gleicher Höhe halten.
Dazu braucht er nur Kraft, keine Energie.

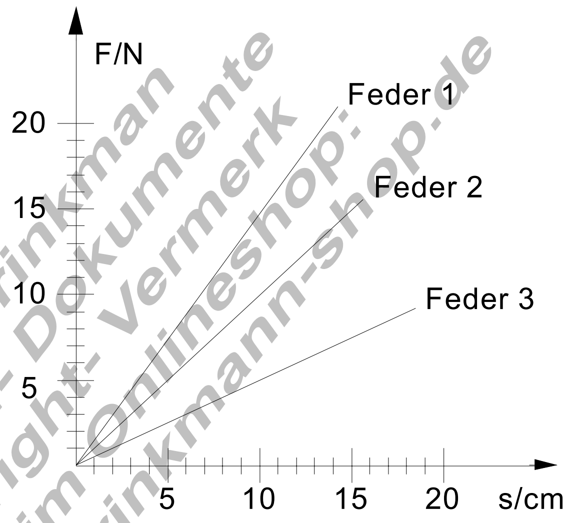
Die Spannenergie.

Versuch:	Die Dehnung von Federn wird in Abhängigkeit von der wirkenden Kraft gemessen. Drei verschiedene Federn werden untersucht. Die gemessenen Werte werden in eine Tabelle eingetragen.

Kraft	Feder 1		Feder 2		Feder 3	
F / N	s_1/cm	$D_1 = F/s_1$	s_2/cm	$D_2 = F/s_2$	s_3/cm	$D_3 = F/s_3$
2	1,1	1,8	2	1,0	3	0,7
4	1,9	2,1	4,1	0,98	5,6	0,7
6	3,0	2,0	5,8	1,0	9,2	0,7
8	3,9	2,1	8	1,0	11,8	0,7
10	5,0	2,0	10,2	1,0	15	0,7
12	6,0	2,0	11,8	1,0	18,2	0,7
14	7,1	2,0	14,2	1,0	21	0,7

Die gemessenen Werte wurden auf eine Stelle nach dem Komma gerundet.

Die graphische Darstellung der gemessenen Werte zeigt:



Die an einer Feder wirkende Kraft und deren Längenänderung sind proportional. Es besteht ein linearer Zusammenhang zwischen Kraft und Dehnung.
Der lineare Zusammenhang kann mathematisch formuliert werden:

$F = D \cdot s$

Die physikalische Größe D heißt **Federkonstante.**
Sie gibt an, wie hart eine Feder ist.

Beispiel 1:

Auf eine Feder mit der Federkonstanten D = 2 N / cm wirkt eine Kraft von F = 12 N.
Wie groß ist die Dehnung dieser Feder?

geg. D = 2 N/cm F = 12 N gesucht: s

$$s = \frac{F}{D} = \frac{12\,N}{2\frac{N}{cm}} = \frac{12}{2}\frac{N}{\frac{N}{cm}} = \underline{\underline{6\,cm}}$$

Die Federdehnung beträgt s = 6 cm.

Beispiel 2:

Eine Feder der Federkonstanten D = 3 N/cm wird um s = 5 cm gedehnt.
Welche Kraft F wirkt an ihr?

geg. D = 3 N/cm s = 5 cm
ges. F

$$F = D \cdot s = 3\frac{N}{cm} \cdot 5\,cm = \underline{\underline{15\,N}}$$

Es wirkt eine Kraft von F = 15 N

Beispiel 3:

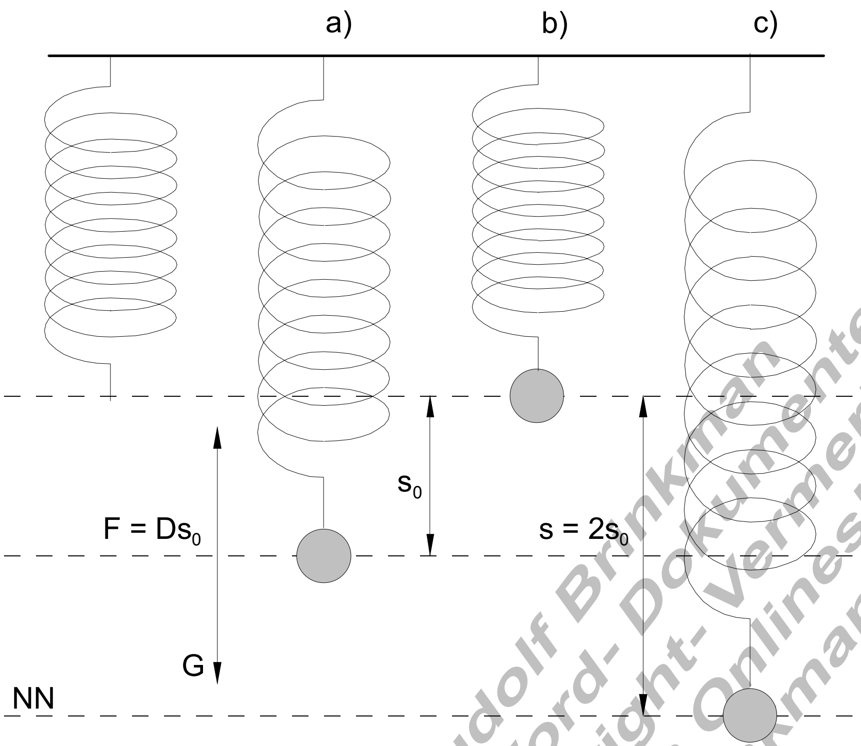
An einer Feder wirkt die Kraft F = 12 N.
Sie erfährt dabei eine Dehnung von s = 4 cm.
Berechne die Federkonstante.

geg. F = 12 N s = 4 cm
ges. D

$$D = \frac{F}{s} = \frac{12\,N}{4\,cm} = \frac{12}{4} \cdot \frac{N}{cm} = \underline{\underline{3\frac{N}{cm}}}$$

Die Federkonstante beträgt 3 N/cm

Versuch:	- Feder mit Masse bis in die Gleichgewichtslage absinken lassen - Masse aus Ruhelage der Feder loslassen (Feder schwingt) - Die verschiedenen Höhen werden angezeichnet



Auswertung:
Wir legen das Nullniveau der Höhenenergie in den unteren Umkehrpunkt (NN).
Dort ist die gesamte Höhenenergie in Spannenergie umgewandelt worden.
Unter Berücksichtigung der Energieerhaltung gilt:

$$W_H = m \cdot g \cdot h = m \cdot g \cdot s = W_{sp}$$

mit $m \cdot g = F$ und $F = D \cdot s_0$ gilt:

$$W_{sp} = m \cdot g \cdot s = D \cdot s_0 \cdot s = D \cdot \frac{s}{2} \cdot s = \frac{1}{2} D \cdot s^2$$

Merksatz:	Dehnt man eine Feder mit der Federhärte D aus der entspannten Lage um die Strecke s, dann hat sie die Spannenergie $W_{sp} = \frac{1}{2} D \cdot s^2$

Energieerhaltungssatz der Mechanik.

Die Summe aus Lage-, Bewegungs- und Spannenergie ist bei reibungsfrei verlaufenden mechanischen Vorgängen in einem abgeschlossenen System konstant.

$$W_H + W_B + W_{sp} = m \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} m \cdot v^2 + \frac{1}{2} D \cdot s^2 = \text{konstant.}$$

Das bedeutet: Die Summe der mechanischen Energiebeträge ist in zwei verschiedenen Zuständen eines Systems gleich.

$$m \cdot g \cdot h_1 + \frac{1}{2} m \cdot v_1^2 + \frac{1}{2} D \cdot s_1^2 = m \cdot g \cdot h_2 + \frac{1}{2} m \cdot v_2^2 + \frac{1}{2} D \cdot s_2^2$$

Beispiel:

Ein Ball (m = 300 g) wird von einem 25 m hohen Turm mit einem Geschwindigkeitsbetrag v_1 = 10 m/s weggeworfen.
Mit welcher Geschwindigkeit v_2 erreicht er den Erdboden, wenn man vom Luftwiderstand absieht?

geg. m = 300 g = 0,3 kg $h_1 = 25\text{ m}$ $v_1 = 10\ \frac{m}{2}$

ges. Aufschlaggeschwindigkeit v_2

Ansatz:

Zustand 1: Oben auf dem Turm gilt: $W_1 = m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2}$

Zustand 2: Am Erdboden gilt: $W_2 = \frac{m \cdot v_2^2}{2}$

Nach dem Energieerhaltungssatz der Mechanik gilt: $W_1 = W_2$

also $m \cdot g \cdot h_1 + \frac{m \cdot v_1^2}{2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2}$

Diese Gleichung wird nach v_2 aufgelöst

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h + m \cdot v_1^2}{m}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_1^2} =$$

$$\sqrt{2 \cdot 9{,}81 \frac{m}{s^2} \cdot 25\,m + 100\,\frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 25\,\frac{m^2}{s^2} + 100\,\frac{m^2}{s^2}} = \underline{\underline{24{,}3\,\frac{m}{s} \approx 87\,\frac{km}{h}}}$$

Dieses Ergebnis gilt für jeden Körper, den man auf dem Turm mit 10 m/s wegwirft, da sich die Masse m herauskürzt.

Es ist gleichgültig, in welche Richtung man den Ball wirft. Er kommt am Boden immer mit demselben Geschwindigkeitsbetrag v_2 an.

Was ist Energie?

Darauf mögen selbst Wissenschaftler keine zufriedenstellende Antwort geben.
Wir begnügen uns damit, Energie als eine Bilanzgröße zu sehen.