

## Schnittpunkt zweier Geraden

**Gegeben:**

$$f_1 = \{x, y \mid y = f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} \text{ und}$$

$$f_2 = \{x, y \mid y = f_2(x) = \frac{1}{2}x - 1\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

**Gesucht:** Der Schnittpunkt beider Geraden  $S(x_s, y_s)$

$$L = \left\{ x, y \mid \begin{array}{l} y = f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \\ \quad \quad \quad \wedge \\ y = f_2(x) = \frac{1}{2}x - 1 \end{array} \right\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

Für den Schnittpunkt  $S(x_s, y_s)$  gilt:  $y_s = f_1(x_s) = f_2(x_s)$

$$\text{Gleichsetzen der beiden Terme } -\frac{1}{2}x_s + 2 = \frac{1}{2}x_s - 1$$

äquivalente Umformung nach  $x_s \Rightarrow \underline{\underline{x_s = 3}}$

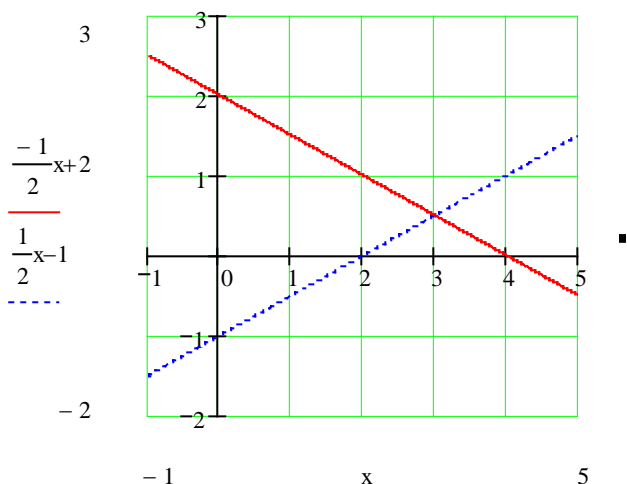
einsetzen in eine der Funktionsgleichungen

$$y = f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow$$

$$y_s = f_1(x_s) = -\frac{1}{2}x_s + 2 \Rightarrow y_s = f_1(3) = -\frac{1}{2} \cdot 3 + 2 = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{y_s = \frac{1}{2}}}$$

Schnittpunkt beider Geraden:  $S(3, \frac{1}{2})$



**Beispiel:** *Gegeben* sind die beiden Funktionen

$$f_1 = \{x, y \mid y = f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} \text{ und}$$

$$f_2 = \{x, y \mid y = f_2(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}}$$

**Gesucht:**

- a) Der Schnittpunkt  $S$  der beiden Geraden.
- b) Alle Achsenabschnittpunkte
- c) Die Graphen beider Funktionen in den Bereichen:

$$D = \{x \mid -5 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}} \quad W = \{y \mid -1 \leq y \leq 7\}_{\mathbb{R}}$$

$$y_s = f_1(x_s) = f_2(x_s) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x_s + 6 = -\frac{1}{3}x_s + \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{x_s = -3}}$$

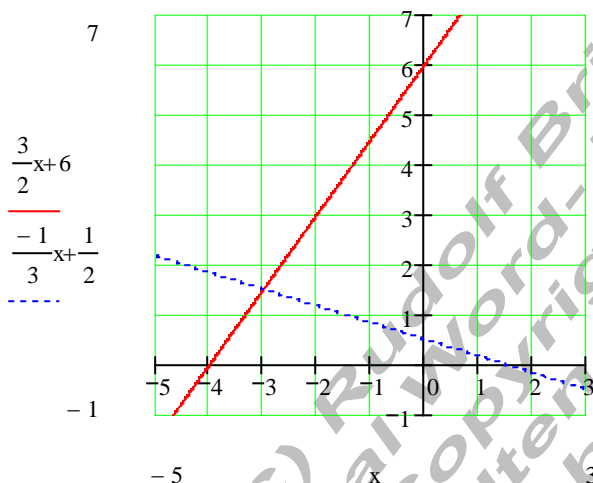
a) Schnittpunkt:  $y_s = f_2(x_s) = f_2(-3) = -\frac{1}{3} \cdot (-3) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y_s = \frac{3}{2}$   
 $\Rightarrow \underline{\underline{S(-3, \frac{3}{2})}}$

b) Achsenabschnitte:

$$\begin{aligned}
 y_0 = f_1(x_0) = 0 & & x_0 = 0 \\
 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -4 & & y_0 = f_1(0) = \frac{3}{2} \cdot 0 + 6 = 6 \\
 \Rightarrow \underline{\underline{P_{1x}(-4,0)}} & & \Rightarrow \underline{\underline{P_{1y}(0,6)}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 y_0 = f_2(x_0) = 0 & & x_0 = 0 \\
 \Leftrightarrow -\frac{1}{3}x_0 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{3}{2} & & y_0 = f_2(0) = -\frac{1}{3} \cdot 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \\
 \Rightarrow \underline{\underline{P_{2x}(\frac{3}{2},0)}} & & \Rightarrow \underline{\underline{P_{2y}(0,\frac{1}{2})}}
 \end{aligned}$$

### c) Funktionsgraphen



#### Aufgaben:

Die Gerade mit der Funktion  $f_1$  wird von einer zweiten Geraden mit der Funktion  $f_2$  geschnitten.

Bestimmen Sie:

- Den Schnittpunkt beider Geraden  $S(x_s, y_s)$
- Die Schnittpunkte beider Geraden mit der  $y$  – Achse.
- Den Schnittpunkt beider Geraden mit der  $x$  – Achse
- Die Graphen beider Funktionen in den Bereichen D und W

$$f_1 = \{x, y \mid y = f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} \quad D = \{x \mid -9 \leq x \leq 0\}_{\mathbb{R}}$$

$$f_2 = \{x, y \mid y = f_2(x) = -4x - 2\}_{\mathbb{R} \times \mathbb{R}} \quad W = \{y \mid -2 \leq y \leq 4\}_{\mathbb{R}}$$

**Lösung:**

a)  $S(-1, 2)$

b)  $P_{y_1}(0, 2\frac{1}{4}) \quad P_{y_2}(0, -2)$

c)  $P_{x_1}(-9, 0) \quad P_{x_2}(-\frac{1}{2}, 0)$

