Lösungen Anwendungsaufgaben zum Satz des Pythagoras 2

Ergebnisse

E1	Ergebnisse	
	a)	Jedes Seil muss mindestens 17,457 m lang sein.
	b)	Die Seillänge vergrößert sich um etwa 1,111%

E2	Ergebnisse	
	a)	Die Streben sind auf eine Länge von 1,7 m zu sägen.
	b)	Insgesamt sind 97,96 m Vierkantstäbe erforderlich.

E3	Ergebnisse	
	a)	Strebe L_{1a} = 6,708 m. Strebe L_{2a} = 3,842 m.
	b)	Strebe L_{1b} = 8,485 m. Strebe L_{2b} = 6,462 m.
	c)	Strebe L_{1b} = 26,491% länger. Strebe L_{2b} = 68,204% länger.

E4	Ergebnisse	
	a)	Der Lagerabstand ist y = 2,193 m.
	b)	Der Abstand 2,7 m ändert sich auf 3,345 m.

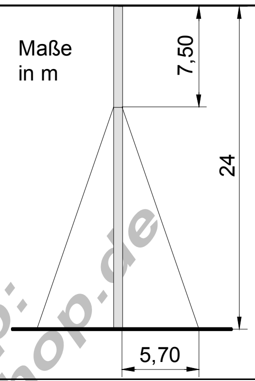
Ausführliche Lösungen

1. Aufgabe

Ein Mast soll durch 4 Seile in seiner Position gehalten werden.
Die Seile werden x = 5,70 m vom Mast entfernt am Boden befestigt.

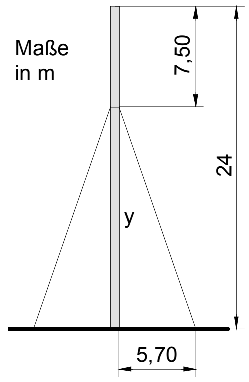
a) Wie lang muss jedes Seil mindestens sein?

b) Um wie viel % vergrößert sich die Länge eines Seils, wenn der seitliche Befestigungspunkt am Boden um p = 10% weiter nach außen gelegt wird?



A1a Ausführliche Lösung

Das Seil bildet die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks.
Die waagerechte Kathete ist 5,7 m lang, die senkrechte Kathete y kann berechnet werden.
Mit dem Satz des Pythagoras lässt sich die Seillänge berechnen. Da alle Maße in der Einheit m gegeben sind, kann bei der Berechnung die Einheit fortgelassen werden.
Das Ergebnis wird dann wieder mit der Einheit versehen. Rechengenauigkeit drei Stellen hinter dem Komma.



$y = 24 - 7{,}5 = 16{,}5$

Seillänge:

$S_1 = \sqrt{5{,}7^2 + 16{,}5^2} \approx \underline{\underline{17{,}457}}$

Jedes Seil muss mindestens 17,457 m lang sein.

A1b Ausführliche Lösung

Nachdem der seitliche Befestigungspunkt um 10% verlängert wurde, lässt sich die neue Seillänge wie unter Aufgabenteil a) berechnen. Die prozentuale Seilverlängerung bezieht sich auf die unter a) berechnete Länge.

$x_2 = 1{,}1 \cdot 5{,}7 = 6{,}27$

Seillänge:

$S_2 = \sqrt{6{,}27^2 + 16{,}5^2} \approx 17{,}651$

Seilverlängerung:

$\Delta S = S_2 - S_1 = 17{,}651 - 17{,}457 = 0{,}194$

$$W = \frac{G \cdot p}{100\%} \Leftrightarrow p = \frac{W \cdot 100\%}{G}$$

$$\Rightarrow p = \frac{0{,}194 \cdot 100\%}{17{,}457} \approx \underline{\underline{1{,}111\%}}$$

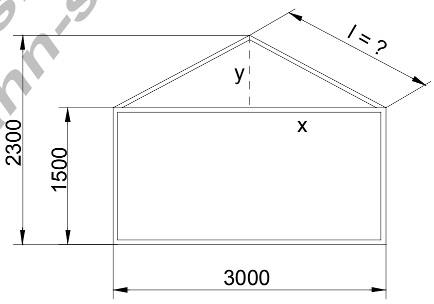
Die Seillänge vergrößert sich um etwa 1,111%

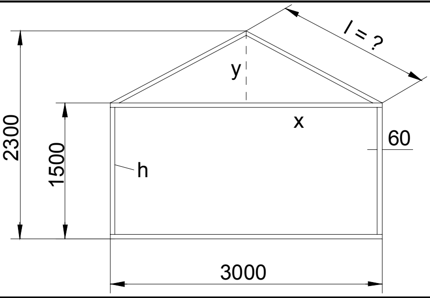
Das Ergebnis enthält geringe Rundungsfehler, da die Zwischenwerte auf drei Stellen hinter dem Komma gerundet wurden. Um das exakte Ergebnis zu erhalten, müsste man die Zwischenergebnisse im Taschenrechner speichern um damit weiterrechnen zu können. Im Fall der aktuellen Aufgabe wäre die prozentuale Seilverlängerung dann 1,113% anstatt 1,111%.
Die Taschenrechnereingabe (TI-30 eco RS) wäre:

$5.7\ \boxed{x^2}\ \boxed{+}\ 16.5\ \boxed{x^2}\ \boxed{=}\ \boxed{\sqrt{x}}\ \boxed{\text{STO}}\ 1$

$6.27\ \boxed{x^2}\ \boxed{+}\ 16.5\ \boxed{x^2}\ \boxed{=}\ \boxed{\sqrt{x}}\ \boxed{\text{STO}}\ 2$

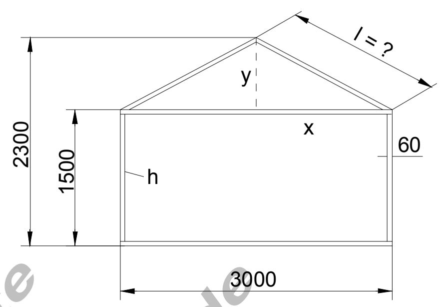
$\boxed{\text{RCL}}\ 2\ \boxed{-}\ \boxed{\text{RCL}}\ 1\ \boxed{=}\ \boxed{\cdot}\ 100\ \boxed{\div}\ \boxed{\text{RCL}}\ 1\ \boxed{=}\ 1.11326569$

2.	**Aufgabe**	
	Das Gewächshaus aus nebenstehender Bauzeichnung ist aus Vierkantstäben (60 x 40) zu bauen.	
	a) Auf welche Länge sind die Streben zu sägen?	
	b) Das gesamte Gewächshaus besteht aus 6 Elementen, die durch 1 m lange Verbindungselemente an den 5 Fügstellen zusammen geschraubt werden. Wie viel m Vierkantstäbe sind insgesamt für den Bau erforderlich?	

A2a	**Ausführliche Lösung**	
	Die Strebe tritt als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks auf. Aus den Maßangaben der Zeichnung lassen sich die Katheten x und y berechnen. Mit dem Satz des Pythagoras lässt sich die Länge der Strebe berechnen. Recheneinheit mm auf drei Stellen genau. Endergebnis in m.	
	$x = \frac{3000}{2} = 1500$ $y = 2300 - 1500 = 800$ $l = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{1500^2 + 800^2} = \underline{\underline{1700}}$ Die Streben sind auf eine Länge von 1700 mm bzw. 1,7 m zu sägen.	

A2b Ausführliche Lösung

Um die Höhe h zu berechnen, ist das Profilmaß (60 x 40) zu berücksichtigen, wobei die waagerechten Elemente aus Stabilitätsgründen hochkant eingesetzt werden.
Es gibt 6 gleiche Giebelelemente, die 5 mal durch 1 m lange Verbindungselemente an jeweils 5 Stellen zusammengeschraubt werden.



$h = 1500 - 120 = 1380$

1 Giebelelement:

$L_1 = 2 \cdot 3000 + 2 \cdot h + 2 \cdot l$

$= 2 \cdot 3000 + 2 \cdot 1380 + 2 \cdot 1700$

$= 12160$

Anzahl der Verbindungselemente:

$n = 5 \cdot 5 = 25$

Gesamtlänge: $L = 6 \cdot L_1 + n \cdot 1000$

$\Rightarrow L = 6 \cdot 12160 + 25 \cdot 1000 = \underline{\underline{97960}}$

Insgesamt sind 97960 mm bzw. 97,96 m Vierkantstäbe erforderlich.

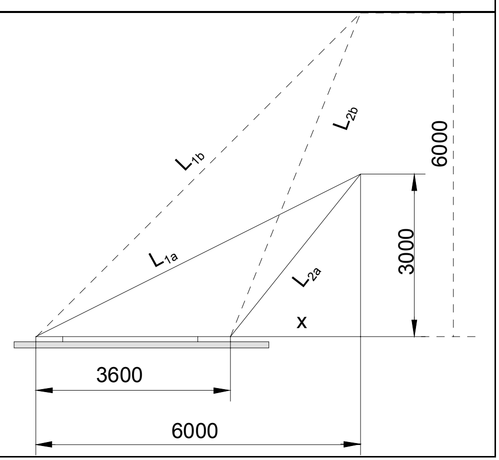
3. Aufgabe

Ein Ausleger soll vom Drehgestell aus eine Förderhöhe von 3 m haben.

a) Wie lang müssen die Streben L_{1a} und L_{2a} sein?

b) Wie lang wären die Streben L_{1b} und L_{2b}, wenn die Förderhöhe auf 6 m verdoppelt wird?

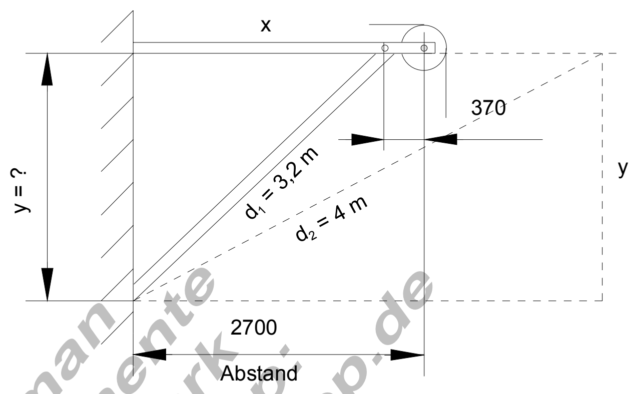
c) Um wie viel % sind im Fall b) die Streben länger?



A3a	**Ausführliche Lösung**
	Beide Streben bilden die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Die Längen der Katheten sind aus der Maßvorgabe zu berechnen.
	$x = 6000 - 3600 = 2400$ $L_{1a} = \sqrt{6000^2 + 3000^2} \approx \underline{\underline{6708,204}}$ $L_{2a} = \sqrt{2400^2 + 3000^2} \approx \underline{\underline{3841,875}}$ Die Strebe L_{1a} ist etwa 6708,204 mm bzw. 6,708 m lang. Die Strebe L_{2a} ist etwa 3841,875 mm bzw. 3,842 m lang.

A3b	**Ausführliche Lösung**
	Beide Streben bilden genau wie bei Aufgabe 3a die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks. Die senkrechte Kathete ist jetzt 6000 mm lang, die waagerechten bleiben unverändert.
	$x = 6000 - 3600 = 2400$ $L_{1b} = \sqrt{6000^2 + 6000^2} \approx \underline{\underline{8485,281}}$ $L_{2b} = \sqrt{2400^2 + 6000^2} \approx \underline{\underline{6462,198}}$ Die Strebe L_{1b} ist etwa 8485,281 mm bzw. 8,485 m lang. Die Strebe L_{2b} ist etwa 6462,198 mm bzw. 6,462 m lang.

A3c	**Ausführliche Lösung**
	Die prozentuale Verlängerung bezieht sich auf die Längen aus Aufgabenteil a)
	$W_1 = \frac{G_1 \cdot p_1}{100\%};\ G_1 = L_{1a}$ $W_1 = L_{1b} - L_{1a}$ $= 8485,281 - 6708,204 = 1777,077$ $p_1 = \frac{W_1 \cdot 100\%}{G_1} = \frac{1777,077 \cdot 100\%}{6708,204} \approx \underline{\underline{26,491\%}}$ $W_2 = \frac{G_2 \cdot p_2}{100\%};\ G_2 = L_{2a}$ $W_2 = L_{2b} - L_{2a}$ $= 6462,198 - 3841,875 = 2620,323$ $p_2 = \frac{W_2 \cdot 100\%}{G_2} = \frac{2620,323 \cdot 100\%}{3841,875} \approx \underline{\underline{68,204\%}}$ Die Strebe L_{1b} =26,491% länger als die Strebe L_{1a}. Die Strebe L_{2b} =68,204% länger als die Strebe L_{2a}.

4.	Aufgabe		
	Der Ausleger wird durch eine Druckstrebe mit $d_1 = 3{,}2$ m gestützt.		
	a)	Wie groß ist der Abstand y der beiden Lager?	
	b)	Auf welches Maß ändert sich der Abstand 2700, wenn die Druckstrebe auf $d_2 = 4$ m verlängert wird, der Lagerabstand y aber gleich bleibt?	

A4a	**Ausführliche Lösung**
	Das Maß y ist eine Kathete des rechtwinkligen Dreiecks mit vorgegebener Hypotenuse . Die Kathete x kann aus der Bemaßung berechnet werden.
	$x = 2700 - 370 = 2330$ $y = \sqrt{3200^2 - 2330^2} \approx \underline{\underline{2193{,}422}}$ Der Lagerabstand y beträgt 2193,422 mm bzw. 2,193 m.

A4b	**Ausführliche Lösung**
	Bei vorgegebener Hypotenusenlänge und der senkrechten Kathete y aus Aufgabenteil a) ist die waagerechte Kathete zu berechnen.
	$\text{Abstand:} = \sqrt{{d_2}^2 - y^2}$ $= \sqrt{4000^2 - 2193{,}422^2} \approx \underline{\underline{3344{,}981}}$ Der Abstand 2,7 m ändert sich auf 3,345 m.