Anwendungsaufgaben zum Satz des Pythagoras 1

Ergebnisse

E1	Ergebnis
	Insgesamt werden 4,337 m Profilstäbe benötigt.

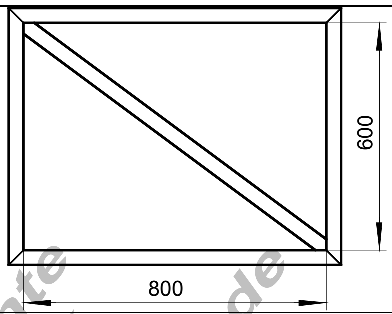
E2	Ergebnisse	
	a)	Die fehlende Länge beträgt etwa 0,6 m.
	b)	Die fehlende Länge beträgt etwa 1,063 m.

E3	Ergebnis
	Insgesamt werden 23,134 m Profilstäbe benötigt.

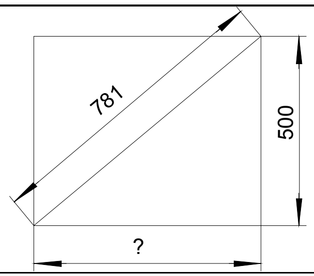
E4	Ergebnisse	
	a)	Gedehntes Seil: 6,597 m. Längenänderung etwa 0,197 m.
	b)	Das Seil wird um etwa 3,078% gedehnt.

Lösungen mit dem GTR Casio fx-CG 20 unter Verwendung der Variablenspeicher

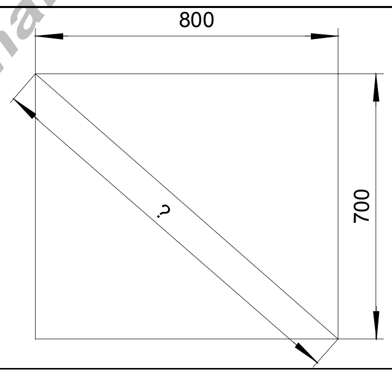
Ausführliche Lösungen

1	**Aufgabe**	
	Nach nebenstehender Zeichnung soll ein Gartentor aus Vierkantprofil (40x40) gefertigt werden. Bestimmen Sie die Gesamtlänge der benötigten Profilstäbe, wenn mit einem Verschnitt von 5% zu rechnen ist.	

A1	**Ausführliche Lösung**
	Bei der Berechnung der jewiligen Längen ist der Querschnitt des Vierkantprofils zu berücksichtigen. Das Rechteck besteht aus zwei waagerechten Streben der Länge 880 mm und aus zwei senkrechten Streben der Länge 680 mm. Die Länge der Querstrebe ist mit dem Pythagoras zu berechnen. 5% Verschnitt bezieht sich auf die insgesamt benötigte Länge. Das ist der Grundwert oder auch 100%. Die verminderte Länge kommt zustande, indem man von der insgesamt benötigten Länge 5% Verschnitt abzieht. 95% bedeutet, die insgesamt ermittelte Länge ist nur 0,95 mal so groß wie die benötigte Länge.
	Rechteck: $L_R = 2 \cdot 880\,mm + 2 \cdot 680\,mm = 3120\,mm$ Querstrebe: $L_Q = \sqrt{(800mm)^2 + (600mm)^2} = 1000\,mm$ Gesamtlänge ohne Verschnitt: $L = 3120\,mm + 1000\,mm = 4120\,mm$ 4120 mm ist 95% vom Grundwert G. $\Rightarrow 0{,}95 \cdot G = 4120\,mm$ $\Leftrightarrow G = \frac{4120\,mm}{0{,}95} \approx \underline{\underline{4337\,mm}}$ Insgesamt werden 4337 mm bzw. 4,337 m Profilstäbe benötigt.

2a	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie die fehlende Länge.	

A2a	**Ausführliche Lösung**
	Die zu bestimmende Länge entspricht der Kathete des rechtwinkligen Dreiecks. Diese lässt ich nach dem Satz des Pythagoras berechnen.
	$x = \sqrt{(781\,mm)^2 - (500\,mm)^2} \approx \underline{\underline{599{,}967\,mm}}$ Die Länge der gesuchten Kathete beträgt etwa 0,6 m.

2b	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie die fehlende Länge.	

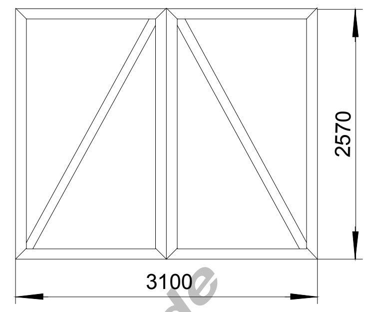
A2b	**Ausführliche Lösung**
	Die zu bestimmende Länge entspricht der Hypotenuse des rechtwinkligen Dreiecks. Diese lässt ich nach dem Satz des Pythagoras berechnen.
	$x = \sqrt{(800\,mm)^2 + (700\,mm)^2} \approx \underline{\underline{1063{,}015\,mm}}$ Die Länge der gesuchten Hypotenuse beträgt etwa 1,063 m.

3 **Aufgabe**

Nach nebenstehender Zeichnung soll ein Doppeltor gebaut werden.
Welche Gesamtlänge an Stäben ist nötig, wenn der Verschnitt 4% beträgt?

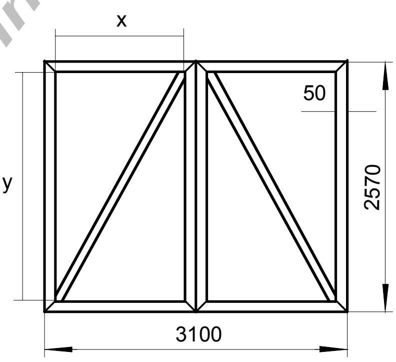
(Stabprofil: 50 x 50)

Beachten Sie, wie die Profile zusammengebaut werden.



A3 **Ausführliche Lösung**

Bei der Berechnung der jewiligen Längen ist der Querschnitt des Vierkantprofils zu berücksichtigen. Das Tor besteht aus zwei Rechtecken mit jeweils einer Querstrebe.
Das Rechteck besteht aus zwei waagerechten Streben der Länge x und aus zwei senkrechten Streben der Länge y.
Die Länge der Querstrebe ist mit dem Pythagoras zu berechnen. 4% Verschnitt bezieht sich auf die insgesamt benötigte Länge.
Alle Maße sind in der Einheit mm angegeben. Wenn man das berücksichtigt, kann bei der Rechnung die Einheit weggelassen werden, sofern die Zahlenangaben mm entsprechen. Das Endergebnis wird dann wieder mit der Einheit mm bzw. m versehen.



$$x = \frac{3100 - 200}{2} = 1450$$

$$y = 2570 - 100 = 2470$$

Querstrebe:

$$L_Q = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(1450)^2 + (2470)^2} \approx 2864{,}158$$

Rechteck:

$$L_R = 2 \cdot 3100 + 4 \cdot 2570 = 16480$$

Gesamtlänge ohne Verschnitt:

$$L = L_R + 2 \cdot L_Q$$

$$= 16480 + 2 \cdot 2864{,}158 \approx 22208{,}316$$

22208,316 ist 96% vom Grundwert G.

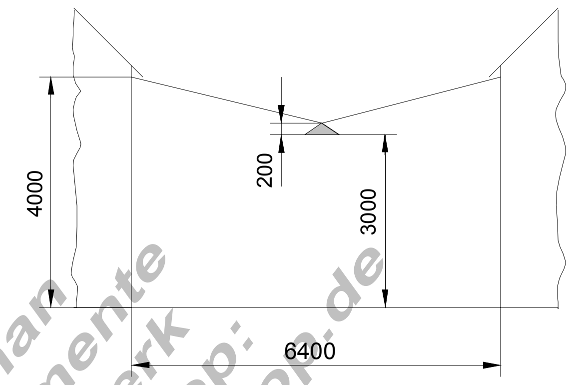
$$\Rightarrow 0{,}96 \cdot G = 22208{,}316$$

$$\Leftrightarrow G = \frac{22208{,}316}{0{,}96} \approx \underline{\underline{23133{,}663}}$$

Insgesamt werden 23134 mm bzw. 23,134 m Profilstäbe benötigt.
Zwischenrechnungen wurden auf drei Stellen gerundet. Das Endergebnis auf ganze mm.

4 **Aufgabe**

In der Mitte zwischen zwei Häusern soll an einem Spannseil eine Straßenlaterne aufgehängt werden. Das Spannseil hat genau eine Länge von l = 6,4 m. Nachdem die Lampe angebracht wurde, hängt das Seil, wie aus nebenstehender Zeichnung zu sehen ist etwas durch.

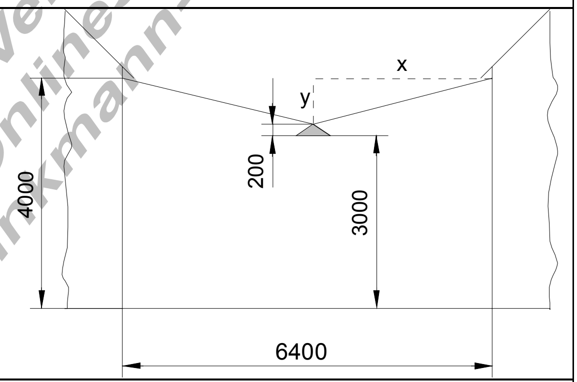


a) Um welche Länge wurde das Seil durch die Belastung gedehnt?

b) Wie viel % wird das Seil gedehnt?

A4a **Ausführliche Lösung**

Die Länge des gedehnten Seiles ist aus Symmetriegründen die doppelte Länge der Hypotenuse des in nebenstehender Skizze eingezeichneten Dreiecks. Aus den angegebenen Maßen sind die Katheten x und y zu berechnen. Mit dem Satz des Pythagoras erhält man die Länge der Hypotenuse.



$$x = \frac{6400}{2} = 3200$$

$$y = 4000 - 3200 = 800$$

gedehntes Seil:

$$L = 2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$= 2 \cdot \sqrt{3200^2 + 800^2} \approx 6596{,}969$$

Längenänderung:

$$\Delta L = L - 6400$$

$$= 6596{,}969 - 6400 \approx \underline{\underline{196{,}969}}$$

Die Längenänderung des Seils beträgt etwa 197 mm bzw. 0,197 m.

A4b **Ausführliche Lösung**

Gesucht ist der Prozentsatz der Längenänderung bezogen auf die Länge des ungedehnten Seiles.

$$W = \frac{G \cdot p}{100\%} \Leftrightarrow p = \frac{W \cdot 100\%}{G}$$

$$= \frac{196{,}969 \cdot 100\%}{6400} \approx \underline{\underline{3{,}078\%}}$$

Die Längenänderung beträgt etwa 3,078%.

Lösungen mit dem GTR Casio fx-CG 20 unter Verwendung der Variablenspeicher.

Wenn Zwischenergebnisse gerundet werden, ist das Endergebnis fehlerbehaftet. Die Größe des Fehlers hängt davon ab, wie stark gerundet wird und in wieviel Stufen der Rechnung gerundet wird. Nachfolgend werden Zwischenergebnisse in Variablenspeicher geschoben, mit denen dann weitergerechnet wird.

A3	Rechnung mit gerundeten Zwischenergebnissen.
	$x = \frac{3100-200}{2} = 1450$ $y = 2570 - 100 = 2470$ $L_Q = \sqrt{x^2+y^2} = \sqrt{(1450)^2+(2470)^2} \approx 2864{,}158$ $L_R = 2 \cdot 3100 + 4 \cdot 2570 = 16480$ $L = L_R + 2 \cdot L_Q \approx 22208{,}316$ $G = \frac{L}{0{,}96} \approx \underline{\underline{23133{,}663}}$
	Rechnung mit Variablenspeicher. Die folgende Darstellung zeigt, was im Rechnerdisplay erscheint. Dabei werden die elementaren Eingabetechniken vorausgesetzt. Exakte Eingabebeispiele sind weiter unten zu finden.
	$(3100-200) \div 2 \rightarrow A \Rightarrow 1450$ $2570 - 100 \rightarrow B \Rightarrow 2470$ $\sqrt{A^2+B^2} \rightarrow C \Rightarrow 2864.157...$ $2 \times 3100 + 4 \times 2570 \rightarrow D \Rightarrow 16480$ $D + 2 \times C \rightarrow E \Rightarrow 22208.315...$ $E \div 0.96 \rightarrow F \Rightarrow \underline{\underline{23133.66212}}$ Das exakte Ergebnis unterscheidet sich erst in der 3. Stelle nach dem Komma vom Ergebnis, in dem die Zwischenwerte auf drei Stellen hinter dem Komma gerundet wurden.

A3

Exakte Eingabeprozedur. Jede Zeile wird in einen Variablenspeicher geschoben.

$$x = \frac{3100-200}{2}$$

$$\Rightarrow [(]3100[-]200[)][\div]2[\to]\,{}^{A}[A][EXE] \Rightarrow 1450$$

$$y = 2570 - 100 = 2470$$

$$\Rightarrow 2570[-]100[\to]\,{}^{A}[B][EXE] \Rightarrow 2470$$

$$L_Q = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\Rightarrow^{S}\left[\sqrt{\ }\right]{}^{A}[A]\left[x^2\right][+]\,{}^{A}[B]\left[x^2\right]\to[\to]\,{}^{A}[C][EXE] \Rightarrow 2864.157..$$

$$L_R = 2\cdot 3100 + 4\cdot 2570$$

$$\Rightarrow 2[\times]3100[+]4[\times]2570[\to]\,{}^{A}[D][EXE] \Rightarrow 16480$$

$$L = L_R + 2\cdot L_Q$$

$$\Rightarrow^{A}[D][+]2[\times]\,{}^{A}[C][\to]\,{}^{A}[E][EXE] \Rightarrow 22208.315..$$

$$G = \frac{L}{0{,}96}$$

$$\Rightarrow^{A}[E][\div]0.96\,{}^{A}[\to]\,{}^{A}[F][EXE] \Rightarrow \underline{\underline{23133.66212}}$$

A4

Rechnung mit gerundeten Zwischenergebnissen.

$$x = \frac{6400}{2} = 3200$$

$$y = 4000 - 3200 = 800$$

$$L = 2\cdot\sqrt{x^2 + y^2} \approx 6596{,}969$$

$$\Delta L = L - 6400 \approx \underline{\underline{196{,}969}}$$

$$p = \frac{\Delta L \cdot 100\%}{6400} \approx \underline{\underline{3{,}078\%}}$$

A4

Ausführliche Lösung

Rechnung mit Variablenspeicher.

$$6400 \div 2 \to A \Rightarrow 3200$$

$$4000 - 3200 \to B \Rightarrow 800$$

$$2\times\sqrt{A^2 + B^2} \to C \Rightarrow 6596.969..$$

$$C - 6400 \to D \Rightarrow \underline{\underline{196.969001}}$$

$$D \times 100 \div 6400 \to E \Rightarrow \underline{\underline{3.07764064}}$$

Das exakte Ergebnis unterscheidet sich erst in der 3. Stelle nach dem Komma vom Ergebnis, in dem die Zwischenwerte auf drei Stellen hinter dem Komma gerundet wurden.

A4	Exakte Eingabeprozedur. Jede Zeile wird in einen Variablenspeicher geschoben.
	$x = \frac{6400}{2}$ $\Rightarrow 6400[\div]2[\rightarrow]^{A}[A][EXE] \Rightarrow 3200$ $y = 4000 - 3200$ $\Rightarrow 4000[-]3200[\rightarrow]^{A}[B][EXE] \Rightarrow 800$ $L = 2 \cdot \sqrt{x^2 + y^2}$ $\Rightarrow 2[\times]^{S}[\sqrt{\ }]^{A}[A][x^2][+]^{A}[B][x^2] \rightarrow [\rightarrow]^{A}[C][EXE] \Rightarrow 6596.969..$ $\Delta L = L - 6400$ $\Rightarrow^{A}[C][-]6400[\rightarrow]^{A}[D][EXE] \Rightarrow \underline{\underline{196.969001}}$ $p = \frac{\Delta L \cdot 100\%}{6400}$ $\Rightarrow {}^{A}[D][\times]100[\div]6400[\rightarrow]^{A}[E][EXE] \Rightarrow \underline{\underline{3.07764064}}$