Oberstufe: Ergebnisse und ausführliche Lösungen zu Arbeit, Leistung und dem Wirkungsgrad III

Ergebnisse:

E1	Ein Pingpongball wird auf eine harte Tischplatte fallen gelassen. Beobachten und beschreiben Sie die Energieumwandlungen.
	Ergebnis
	Lageenergie → Bewegungsenergie → Spannenergie →Bewegungsenergie → Lageenergie

E2	Ein Arbeiter zieht über eine feste Rolle Backsteine 12 m hoch. Je Ladung befördert er 35 kg Steine und braucht dafür 40 Sekunden. Berechnen Sie Arbeit und Leistung.
	Ergebnis
	Die verrichtete Arbeit pro Ladung beträgt 4120,2 Nm. Der Arbeiter leistet dabei etwa 103,005 Watt.

E3	Wie lange braucht ein Junge, der auf Dauer 60 W leistet, um 200 kg Kohlen 8 m hoch zu ziehen?
	Ergebnis
	Der Junge braucht etwa 261,6 s, das sind etwas mehr als 4 Minuten, um 200 kg Kohlen 8 m hoch zu ziehen. Das macht er natürlich in mehreren kleinen Portionen.

E4	Ein Matrose mit der Masse 75 kg behauptet in 30 Sekunden einen 40 m hohen Mast erklimmen zu können. Welche Leistung müsste er dazu vollbringen? Kommentieren Sie das Ergebnis.
	Ergebnis
	Der Matrose müsste beim klettern eine Leistung von 981 Watt erbringen. Das kann auch ein gut trainierter Sportler kaum erreichen. Es ist zweifelhaft, ob der Matrose das wirklich schafft.

E5	Der Motor eines PKW mit der Masse 1200 kg leistet maximal 85 kW. In welcher Zeit könnte das Fahrzeug theoretisch einen Höhenunterschied von 2000 m bergauf überwinden?
	Ergebnis
	Das Auto benötigt für die Bergfahrt ca. 277 Sekunden. Das sind etwas weniger als 5 Minuten. Bei der Rechnung wurden Reibungsverluste und Straßenverhältnisse nicht berücksichtigt.

E6	Was versteht man unter dem Wirkungsgrad einer Maschine?
	Ergebnis
	$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{abgegebene Energie}}{\text{zugeführte Energie}} \qquad \eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$

E7	Welche Lageenergie (Höhenenergie) hat ein Eisenträger (m = 50 t) im 4. Stock eines Hauses (h = 12 m) gegenüber dem Erdboden?
	Ergebnis
	Die potentielle Energie (Höhenenergie) des Eisenträgers beträgt 5 886 000 Nm.

E8	Bei welcher Geschwindigkeit hat ein Pkw (m = 1200 kg) die Bewegungsenergie 1 MJ?
	Ergebnis
	Die Geschwindigkeit beträgt etwa 147 km/h.

E9	Ein Ball (m = 300 g) wird von einem 25 m hohen Turm mit einem Geschwindigkeitsbetrag v_1 = 10 m/s weggeworfen. Mit welcher Geschwindigkeit v_2 erreicht er den Erdboden, wenn man vom Luftwiderstand absieht?
	Ergebnis
	Der Ball erreicht den Erdboden mit einer Geschwindigkeit von etwa 24,3 m/s.

E10	Ein Auto prallt mit 90 km/h gegen eine feste Mauer. Aus welcher Höhe müsste es frei herabfallen, um die gleiche zerstörende Energie zu bekommen?
	Ergebnis
	Das Auto müsste aus einer Höhe von etwa 31,86 m herabfallen.

E11	Ein Radfahrer kommt mit 8 m/s an einen Abhang, stürzt 4 m hinunter und prallt auf eine Mauer. Welche Geschwindigkeit hat er kurz vor dem Aufprall?
	Ergebnis
	Kurz vor dem Aufprall hat der Radfahrer eine Geschwindigkeit von etwa 43 km/h.

E12	Während ein Auto mit der Geschwindigkeit 108 km/h eine Straße mit 7^0 Steigung aufwärts fährt, kuppelt Fahrer den Motor aus. Wie weit kommt das Auto dann noch (ohne Reibung)?
	Ergebnis
	Das Auto legt bis zum Stillstand noch eine Strecke von etwa 376,4 m zurück.

E13	Ein Auto (m = 1200 kg) wird von null auf 54 km/h, dann von 54 km/h auf 108 km/h beschleunigt. Wird jeweils die gleiche Menge Treibstoff benötigt?
	Ergebnis
	1. Beschleunigungsphase: 135 000 J. 2. Beschleunigungsphase: 405 000 J. Für die 2. Beschleunigungsphase wird die dreifache Energie benötigt.

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**
	Ein Pingpongball wird auf eine harte Tischplatte fallen gelassen. Beobachten und beschreiben Sie die Energieumwandlungen.

A1	**Ausführliche Lösung**
	Der Ball hat anfangs Lageenergie, diese verwandelt sich beim fallen zunehmend in Bewegungsenergie. Beim Aufprall auf der Tischplatte verwandelt sich die Bewegungsenergie in Spannenergie, die ihn zurückschleudert. Der Ball bewegt sich wieder nach oben. Dabei erlangt er wieder Lageenergie. Dann beginnt das Spiel von vorn. Der Luftwiderstand und die Verformung beim Aufprall entziehen dem Ball Energie, so dass er nach einigen Zyklen auf der Tischplatte zur Ruhe kommt.

A2	**Aufgabe**
	Ein Arbeiter zieht über eine feste Rolle Backsteine 12 m hoch. Je Ladung befördert er 35 kg Steine und braucht dafür 40 Sekunden. Berechnen Sie Arbeit und Leistung.

A2 Ausführliche Lösung

Umrechnungen und Konstante:

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \quad 1\frac{kg\cdot m}{s^2} = 1N \quad 1\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = 1Nm = 1Ws = 1J$$

gegeben: $h = 12m \quad m = 35kg/\text{Ladung} \quad t = 40s$

gesucht: $W = F\cdot s$ und $P = \frac{W}{t}$

Die Kraft F ist die Gewichtskraft: $F = m\cdot g = 35kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}$

Für die Hubarbeit gilt: $W = m\cdot g\cdot h = 35kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 12m = 35\cdot 9{,}81\cdot 12\frac{kg\cdot m^2}{s^2}$

$$= 4120{,}2\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = \underline{\underline{4120{,}2Nm}} = 4120{,}2Ws$$

Für die Leistung gilt: $P = \frac{W}{t} = \frac{4120{,}2Ws}{40s} = \underline{\underline{103{,}005W}}$

Die verrichtete Arbeit pro Ladung beträgt 4120,2 Nm.
Der Arbeiter leistet dabei etwa 103,005 Watt.

A3	**Aufgabe**
	Wie lange braucht ein Junge, der auf Dauer 60 W leistet, um 200 kg Kohlen 8 m hoch zu ziehen?

A3 Ausführliche Lösung

Umrechnungen und Konstante:

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \quad 1\frac{kg\cdot m}{s^2} = 1N \quad 1\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = 1\,Nm = 1Ws = 1J$$

gegeben: Leistung: $P = 60\,W$ Hubhöhe: $h = 8\,m$ Masse: $m = 200\,kg$

gesucht: Zeit t

Die insgesamt zu verrichtende Arbeit beträgt:

$$W = m\cdot g\cdot h = 200\,kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 8\,m = 200\cdot 9{,}81\cdot 8\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = 15696\,Nm$$

Für die Leistung gilt: $P = \frac{W}{t} \Leftrightarrow t = \frac{W}{P}$

$$\text{Zeit}: t = \frac{W}{P} = \frac{15696\,Nm}{60W} = \frac{15696}{60}\frac{Ws}{W} = \underline{\underline{261{,}6\,s}}$$

Der Junge braucht etwa 261,6 s, das sind etwas mehr als 4 Minuten, um 200 kg Kohlen 8 m hoch zu ziehen. Das macht er natürlich in mehreren kleinen Portionen.

A4	**Aufgabe**
	Ein Matrose mit der Masse 75 kg behauptet in 30 Sekunden einen 40 m hohen Mast erklimmen zu können. Welche Leistung müsste er dazu vollbringen? Kommentieren Sie das Ergebnis.

A4 Ausführliche Lösung

Umrechnungen und Konstante:

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \quad 1\frac{kg\cdot m}{s^2} = 1N \quad 1\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = 1\,Nm = 1Ws = 1J$$

gegeben: Masse: $m = 75\,kg$ Zeit: $t = 30\,s$ Höhe: $h = 40\,m$

gesucht: Leistung $P = \frac{W}{t}$

Der Matrose verrichtet bein klettern die Arbeit:

$$W = m\cdot g\cdot h = 75\,kg\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 40\,m = 75\cdot 9{,}81\cdot 40\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = 29430\,Ws$$

Die Kletterleistung beträgt:

$$P = \frac{W}{t} = \frac{29430\,Ws}{30\,s} = \underline{\underline{981W}}$$

Der Matrose müsste beim klettern eine Leistung von 981 Watt erbringen.
Das kann auch ein gut trainierter Sportler kaum erreichen.
Es ist zweifelhaft, ob der Matrose das wirklich schafft.

A5	**Aufgabe**
	Der Motor eines PKW mit der Masse 1200 kg leistet maximal 85 kW. In welcher Zeit könnte das Fahrzeug theoretisch einen Höhenunterschied von 2000 m bergauf überwinden?

A5 Ausführliche Lösung

Umrechnungen und Konstante:

$$g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \quad 1\frac{kg \cdot m}{s^2} = 1N \quad 1\frac{kg \cdot m^2}{s^2} = 1\,Nm = 1Ws = 1J$$

gegeben: Masse: $1200\,kg$

Motorleistung $85\,kW = 85\,000\,W$ Höhe $h = 2000\,m$

gesucht: Zeit t

Der Motor verrichtet die Hubarbeit:

$$W = m \cdot g \cdot h = 1200\,kg \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 2000\,m = 1200 \cdot 9{,}81 \cdot 2000\frac{kg \cdot m}{s^2}$$

$$= 23\,544\,000\frac{kg \cdot m}{s^2} = 23\,544\,000\,Ws$$

Für die Leistung gilt: $P = \frac{W}{t} \Leftrightarrow t = \frac{W}{P}$

$$t = \frac{W}{P} = \frac{23\,544\,000\,Ws}{85\,000\,W} \approx \underline{\underline{277\,s}}$$

Das Auto benötigt für die Bergfahrt ca. 277 Sekunden. Das sind etwas weniger als 5 Minuten. Bei der Rechnung wurden Reibungsverluste und Straßenverhältnisse nicht berücksichtigt.

A6	**Aufgabe**
	Was versteht man unter dem Wirkungsgrad einer Maschine?

A6 Ausführliche Lösung

$$\text{Wirkungsgrad} = \frac{\text{abgegebene Energie}}{\text{zugeführte Energie}} \qquad \eta = \frac{W_{ab}}{W_{zu}} = \frac{P_{ab}}{P_{zu}}$$

Der Wirkungsgrad bezieht die abgegebene auf die zugeführte Energie oder Leistung. Da die abgegebene Energie oder Leistung einer Maschine immer kleiner als die zugeführte ist, muss der Wirkungsgrad immer kleiner als 1 sein. Je näher der Wirkungsgrad an 1 liegt, desto besser ist die Energieausbeute.

A7	**Aufgabe**
	Welche Lageenergie (Höhenenergie) hat ein Eisenträger (m = 50 t) im 4. Stock eines Hauses (h = 12 m) gegenüber dem Erdboden?

A7	**Ausführliche Lösung**
	gegeben: m = 50 t = 50.000 kg h = 12 m $\left(1\,\frac{kg\cdot m^2}{s^2}=1\,Nm=1\,Ws=1\,J\right)$
	gesucht: Höhenenergie W
	$W=m\cdot g\cdot h=50.000\,kg\cdot 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\cdot 12\,m$
	$=50.000\cdot 9{,}81\cdot 12\,\frac{kg\cdot m^2}{s^2}=\underline{\underline{5.886.000\,Nm}}$
	Der Eisenträger hat gegenüber dem Erdboden eine potentielle Energie (Höhenenergie) von 5 886 000 Nm.

A8	**Aufgabe**
	Bei welcher Geschwindigkeit hat ein Pkw (m = 1200 kg) die Bewegungsenergie 1 MJ?

A8	**Ausführliche Lösung**
	gegeben: $m=1200\,kg\quad E_{kin}=1\,MJ=1000\,000\,Nm=1000\,000\,\frac{kg\cdot m^2}{s^2}$
	gesucht: Geschwindigkeit v es gilt: $\left(1\frac{m}{s}=3{,}6\frac{km}{h}\right)$
	$E_{kin}=\frac{m\cdot v^2}{2}\Rightarrow v=\sqrt{\frac{2\cdot E_{kin}}{m}}=\sqrt{\frac{2\cdot 1000\,000\,\frac{kg\cdot m^2}{s^2}}{1200\,kg}}=\underline{\underline{40{,}825\,\frac{m}{s}\approx 147\,\frac{km}{h}}}$
	Die Geschwindigkeit beträgt etwa 147 km/h.

A9	**Aufgabe**
	Ein Ball (m = 300 g) wird von einem 25 m hohen Turm mit einem Geschwindigkeitsbetrag v_1 = 10 m/s weggeworfen. Mit welcher Geschwindigkeit v_2 erreicht er den Erdboden, wenn man vom Luftwiderstand absieht?

A9 Ausführliche Lösung

gegeben: $m = 300\,g = 0{,}3\,kg \quad h = 25\ m \quad v_1 = 10\ \frac{m}{s}$

gesucht: Aufschlaggeschwindigkeit v_2

Ansatz:

1\. Oben auf dem Turm gilt: $E = W_{pot} + E_{kin1} = m \cdot g \cdot h + \frac{m \cdot v_1^2}{2}$

2\. Am Erdboden gilt: $E = E_{kin2} = \frac{m \cdot v_2^2}{2} \Rightarrow v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}}$

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 \cdot E}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot h + m \cdot v_1^2}{m}} = \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v_1^2}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2} \cdot 25\,m + 100\frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{2 \cdot 9{,}81 \cdot 25\frac{m^2}{s^2} + 100\frac{m^2}{s^2}}$$

$$= 24{,}3\ \frac{m}{s} \approx 87\ \frac{km}{h}$$

Der Ball erreicht den Erdboden mit einer Geschwindigkeit von etwa 24,3 m/s.
Erklärung:
Wenn man von dem Luftwiderstand absieht, dann gewinnt der Ball beim fallen an Bewegungsenergie, die er auf dem Turm schon als potentielle Energie besaß. Am Erdboden hat er dann nur noch Bewegungsenergie, was sich in einer erhöhten Geschwindigkeit abzeichnet.
Seine Energiebilanz insgesamt hat sich aber nicht verändert.

A10	**Aufgabe**
	Ein Auto prallt mit 90 km/h gegen eine feste Mauer. Aus welcher Höhe müsste es frei herabfallen, um die gleiche zerstörende Energie zu bekommen?

A10 Ausführliche Lösung

gegeben: $v = 90\ \frac{km}{h} = 25\ \frac{m}{s}$ gesucht: h $\left(1\frac{m}{s} = 3,6\frac{km}{h}\right)$

$E_{kin} = \frac{m \cdot v^2}{2}$ $E_{pot} = m \cdot g \cdot h$ es gilt $E_{kin} = E_{pot}$

also $\frac{m \cdot v^2}{2} = m \cdot g \cdot h \Rightarrow h = \frac{m \cdot v^2}{2 \cdot m \cdot g} = \frac{v^2}{2g}$

$$h = \frac{625\ \frac{m^2}{s^2}}{2 \cdot 9,81\ \frac{m}{s^2}} = \frac{625}{2 \cdot 9,81} \cdot \frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}} \approx 31,86 \cdot \frac{m^2 \cdot s^2}{m \cdot s^2} = \underline{\underline{31,86\ m}}$$

Das Auto müsste aus einer Höhe von etwa 31,86 m herabfallen.

A11	**Aufgabe**
	Ein Radfahrer kommt mit 8 m/s an einen Abhang, stürzt 4 m hinunter und prallt auf eine Mauer. Welche Geschwindigkeit hat er kurz vor dem Aufprall?

A11 Ausführliche Lösung

gegeben: $v = 8\ \frac{m}{s}$ $h = 4\ m$ $\left(1\frac{m}{s} = 3,6\frac{km}{h}\right)$

gesucht: Aufprallgeschwindigkeit v_1

Energie vor dem Aufprall: $E = \frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h$

Energie beim Aufprall: $E_{kin1} = \frac{m \cdot v_1^2}{2}$ Es gilt $E = E_{kin}$

also $\frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h = \frac{m \cdot v_1^2}{2} \Rightarrow v_1 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h + v^2}$

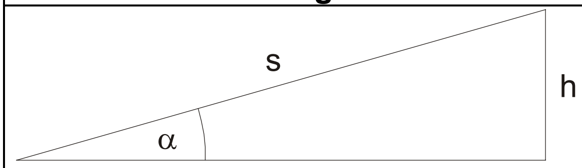
$$v_1 = \sqrt{2 \cdot 9,81\frac{m}{s^2} \cdot 4\ m + 64\ \frac{m^2}{s^2}} = \sqrt{142,48\frac{m^2}{s^2}} \approx \underline{\underline{11,94\ \frac{m}{s} \approx 43\ \frac{km}{h}}}$$

Kurz vor dem Aufprall hat der Radfahrer eine Geschwindigkeit von etwa 43 km/h.

A12 Aufgabe

Während ein Auto mit der Geschwindigkeit 108 km/h eine Straße mit 7^0 Steigung aufwärts fährt, kuppelt Fahrer den Motor aus.
Wie weit kommt das Auto dann noch (ohne Reibung)?

A12 Ausführliche Lösung



$$\sin(\alpha)=\frac{h}{s} \Leftrightarrow s=\frac{h}{\sin(\alpha)}$$

gegeben: $v=108\frac{km}{h}=30\ \frac{m}{s} \quad \alpha=7^0 \quad \left(1\frac{m}{s}=3{,}6\frac{km}{h}\right)$

gesucht: Auslaufstrecke s

Energie beim auskuppeln: $E_{kin}=\frac{m\cdot v^2}{2}$

Energie beim Stillstand: $E_{pot}=m\cdot g\cdot h$

Es gilt: $E_{kin}=E_{pot} \Leftrightarrow \frac{m\cdot v^2}{2}=m\cdot g\cdot h \Leftrightarrow h=\frac{m\cdot v^2}{2\cdot m\cdot g}=\frac{v^2}{2\cdot g}$

$$h=\frac{\left(30\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}}=\frac{900}{2\cdot 9{,}81}\cdot\frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}}=\frac{900}{2\cdot 9{,}81}\cdot\frac{m^2\cdot s^2}{s^2\cdot m}=\frac{900}{2\cdot 9{,}81}m\approx 45{,}87\,m$$

Für das Steigungsdreieck gilt: $\sin(\alpha)=\frac{h}{s} \Leftrightarrow s=\frac{h}{\sin(\alpha)}=\frac{h}{\sin(7^0)}$

$$s=\frac{900}{2\cdot 9{,}81\cdot\sin(7^0)}m\approx \underline{\underline{376{,}4\,m}}$$

Das Auto legt bis zum Stillstand noch eine Strecke von etwa 376,4 m zurück.

A13	**Aufgabe**
	Ein Auto (m = 1200 kg) wird von null auf 54 km/h, dann von 54 km/h auf 108 km/h beschleunigt. Wird jeweils die gleiche Menge Treibstoff benötigt?

A13 Ausführliche Lösung

$\left(1\frac{m}{s} = 3{,}6\frac{km}{h}\right)$ $\left(1\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = 1\,Nm = 1\,Ws = 1\,J\right)$

gegeben: $m = 1200\,kg \quad v_1 = 54\frac{km}{h} = 15\frac{m}{s} \quad v_2 = 108\frac{km}{h} = 30\frac{m}{s}$

gesucht: Energiebedarf für beide Beschleunigungsphasen.

Kinetische Energie am Ende der 1. Beschleunigungsphase:

$$E_1 = \frac{m\cdot v_1^2}{2} = \frac{1200kg\cdot 225\frac{m^2}{s^2}}{2} = 600\cdot 225\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = \underline{\underline{135\,000\,J}}$$

Kinetische Energie am Ende der 2. Beschleunigungsphase: $E_2 = \frac{m\cdot v_2^2}{2}$

Energiebedarf für die 2. Beschleunigungsphase:

$$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{m\cdot v_2^2}{2} - \frac{m\cdot v_1^2}{2} = \frac{m}{2}\left(v_2^2 - v_1^2\right)$$

$$\Delta E = \frac{1200kg}{2}\left(900\frac{m^2}{s^2} - 225\frac{m^2}{s^2}\right) = 600\cdot 675\frac{kg\cdot m^2}{s^2} = \underline{\underline{405\,000\,J}}$$

Die benötigte Treibstoffmenge für beide Beschleunigungsphasen ist nicht gleich.
Für die erste Beschleunigungsphase wird eine Energie von 135 000 J benötigt.
Für die zweite Beschleunigungsphase wird eine Energie von 405 000 J benötigt. Das ist die dreifache Menge.