FOS: Aufgaben zum freien Fall mit Lösungen

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	Der Stein müsste aus einer Höhe von etwa 5892 m fallen.

E2	Ergebnisse		
	a)	Der fallende Körper hat nach etwa 2,548 s die Geschwindigkeit v = 25 m/s.	
	b)	Der fallende Körper hat nach etwa 1,428 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.	
	c)	Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.	
	d)	a)	Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 15,432 s die Geschwindigkeit v = 25 m/s erreicht.
		b)	Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 3,514 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.
		c)	Auch auf dem Mond gilt: Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.

E3	Ergebnis
	Das Auto müsste aus einer Höhe von etwa 9,832 m fallen um mit einer Geschwindigkeit von v = 50 km/h aufzuschlagen.

E4	Ergebnis
	Der Brunnen ist etwa 18,56 m tief.

E5	Ergebnis
	Um die Geschwindigkeit 20 km/h zu erreichen, müsste der Fallschirmspringer aus einer Höhe von etwa 1,573 m herunterspringen.

E6	Ergebnisse	
	a)	Bis zum Boden braucht der Stein etwa 3,349 s.
	b)	Der Stein wurde aus einer Höhe von etwa 30, 656 m fallen gelassen.

E7	Ergebnis
	Das Auto müsste mit einer Geschwindigkeit von etwa 71,31 km/h gegen eine Wand fahren.

E8	Ergebnis
	Beide Kugeln kommen gleichzeitig unten an, da alle Körper gleich schnell fallen.

E9	Ergebnisse	
	a)	Der Abstand verändert sich nicht.
	b)	Der obere Apfel überholt den unteren.

E10	Ergebnis
	Auf dem Mond gibt es keine Atmosphäre, so dass der Staub sofort herunterfällt.

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	Endgeschwindigkeit: $v = 340\frac{m}{s} \qquad g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ $v = \sqrt{2\cdot g\cdot h} \Leftrightarrow v^2 = 2\cdot g\cdot h \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2\cdot g}$ mit $v = 340\frac{m}{s}$ wird: $h = \frac{\left(340\frac{m}{s}\right)^2}{2\cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}} = \frac{340^2}{2\cdot 9{,}81}\cdot\frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}} \approx 5892\frac{m^2\cdot s^2}{s^2\cdot m} = \underline{\underline{5892\,m}}$ Der Stein müsste aus einer Höhe von etwa 5892 m fallen.

A2	Ausführliche Lösungen	
	a)	$v = g\cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{g}$ mit $v = 25\frac{m}{s}$ und $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ wird: $t = \frac{25\frac{m}{s}}{9{,}81\frac{m}{s^2}} = \frac{25}{9{,}81}\cdot\frac{m\cdot s^2}{s\cdot m} \approx \underline{\underline{2{,}548\,s}}$ Der fallende Körper hat nach etwa 2,548 s die Geschwindigkeit v = 25 m/s.

A2	Ausführliche Lösungen	
	b)	$s = \frac{g}{2}\cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2\cdot s}{g}}$ mit $s = 10\,m$ und $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ gilt: $t = \sqrt{\frac{2\cdot 10\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{\frac{20}{9{,}81}s^2} \approx \underline{\underline{1{,}428\,s}}$ Der fallende Körper hat nach etwa 1,428 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.

A2	Ausführliche Lösungen	
	c)	$t_2 = 2\cdot t_1$ $v_1 = 25\frac{m}{s}$ wegen $v_1 = g\cdot t_1$ gilt: $v_2 = g\cdot t_2 = g\cdot 2\cdot t_1 = 2\cdot g\cdot t_1 = 2\cdot v_1 = \underline{\underline{50\frac{m}{s}}}$ $s_1 = 10\,m$ wegen $s_1 = \frac{g}{2}\cdot t_1^2$ gilt: $s_2 = \frac{g}{2}\cdot t_2^2 = \frac{g}{2}\cdot(2\cdot t_1)^2 = \frac{g}{2}\cdot 4\cdot t_1^2 = 4\cdot\frac{g}{2}\cdot t_1^2 = 4\cdot s_1 = \underline{\underline{40\,m}}$ Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.

A2	Ausführliche Lösungen Alle Rechnungen sind für den Mond mit g = 1,62 m/s² zu wiederholen.		
	d)	a)	$v = g \cdot t \Leftrightarrow t = \frac{v}{g}$ mit $v = 25\frac{m}{s}$ und $g = 1{,}62\frac{m}{s^2}$ wird: $t = \frac{25\frac{m}{s}}{1{,}62\frac{m}{s^2}} = \frac{25}{1{,}62} \cdot \frac{m \cdot s^2}{s \cdot m} \approx \underline{\underline{15{,}432\,s}}$ Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 15,432 s die Geschwindigkeit v = 25 m/s erreicht.

A2	Ausführliche Lösungen		
	d)	b)	$s = \frac{g}{2} \cdot t^2 \Leftrightarrow t = \sqrt{\frac{2 \cdot s}{g}}$ mit $s = 10\,m$ und $g = 1{,}62\frac{m}{s^2}$ gilt: $t = \sqrt{\frac{2 \cdot 10\,m}{1{,}62\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{\frac{20}{1{,}62}s^2} \approx \underline{\underline{3{,}514\,s}}$ Auf dem Mond hat der fallende Körper nach etwa 3,514 s einen Fallweg von 10 m zurückgelegt.

A2	Ausführliche Lösungen		
	d)	c)	$t_2 = 2 \cdot t_1$ $v_1 = 25\frac{m}{s}$ wegen $v_1 = g \cdot t_1$ gilt: $v_2 = g \cdot t_2 = g \cdot 2 \cdot t_1 = 2 \cdot g \cdot t_1 = 2 \cdot v_1 = \underline{\underline{50\frac{m}{s}}}$ $s_1 = 10\,m$ wegen $s_1 = \frac{g}{2} \cdot t_1^2$ gilt: $s_2 = \frac{g}{2} \cdot t_2^2 = \frac{g}{2} \cdot (2 \cdot t_1)^2 = \frac{g}{2} \cdot 4 \cdot t_1^2 = 4 \cdot \frac{g}{2} \cdot t_1^2 = 4 \cdot s_1 = \underline{\underline{40\,m}}$ Auch auf dem Mond gilt: Nach der doppelten Zeit hat sich die Geschwindigkeit auf 50 m/s verdoppelt. Nach der doppelten Zeit hat sich der Fallweg auf 40 m vervierfacht.

A3 Ausführliche Lösung

$$v = 50\frac{km}{h} = \frac{50\,000\,m}{3\,600\,s} = \frac{50}{3{,}6}\frac{m}{s} \text{ und } g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$$

$$v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g} \text{ mit } v = \frac{50}{3{,}6}\frac{m}{s} \text{ gilt:}$$

$$h = \frac{\left(\frac{50}{3{,}6}\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}} \approx 9{,}832 \cdot \frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}} = 9{,}832 \cdot \frac{m^2 \cdot s^2}{m \cdot s^2} = \underline{\underline{9{,}832\,m}}$$

Das Auto müsste aus einer Höhe von etwa 9,832 m fallen um mit einer Geschwindigkeit von v = 50 km/h aufzuschlagen.

A4 Ausführliche Lösung

Nach $t = 2\,s$ hört man den Stein am Brunnenboden aufschlagen.

Für die Fallbewegung gilt:

$$(1)\ \boxed{h = \frac{g}{2} \cdot t_f^2} \quad \left(h\text{ :Brunnentiefe, } g = 9{,}81\frac{m}{s^2},\ t_f\text{ : Fallzeit} \right)$$

Vom Boden des Brunnens braucht der Schall die Zeit t_s, bis man ihn oben vernimmt, bis er also die Strecke h (Brunnentiefe) zurückgelegt hat.

Für den Schallweg gilt:

$$(2)\ \boxed{h = v \cdot t_s} \quad \left(t_s\text{ : Schallzeit, } v = 340\frac{m}{s}\text{ Schallgeschwindigkeit} \right)$$

Die gemessene Zeit t setzt sich wie folgt zusammen: $t = t_f + t_s = 2\,s$

(1) und (2) werden gleichgesetzt:

$$\frac{g}{2} \cdot t_f^2 = v \cdot t_s \quad \text{aus } t = t_f + t_s \text{ folgt: } t_s = t - t_f \text{ also}$$

$$\frac{g}{2} \cdot t_f^2 = v\left(t - t_f\right) = v \cdot t - v \cdot t_f \Rightarrow \frac{g}{2} \cdot t_f^2 + v \cdot t_f - v \cdot t = 0 \quad \text{(quadratische Gleichung)}$$

auf die Normalform gebracht: $t_f^2 + \frac{2 \cdot v}{g} \cdot t_f - \frac{2 \cdot v \cdot t}{g} = 0$

Lösung mittels p - q - Formel:

$$p = \frac{2 \cdot v}{g} \quad q = -\frac{2 \cdot v \cdot t}{g} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}$$

A4	Ausführliche Lösung
	$t_{f1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left\vert \begin{array}{l} -\frac{v}{g} + \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}} \\ -\frac{v}{g} - \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}} < 0 \Rightarrow \text{keine Lösung} \end{array} \right.$ $\Rightarrow t_f = -\frac{v}{g} + \sqrt{\left(\frac{v}{g}\right)^2 + \frac{2 \cdot v \cdot t}{g}} = -\frac{340\,\frac{m}{s}}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}} + \sqrt{\left(\frac{340\,\frac{m}{s}}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}\right)^2 + \frac{2 \cdot 340\,\frac{m}{s} \cdot 2s}{9{,}81\,\frac{m}{s^2}}}$ $= -\frac{340}{9{,}81}s + \sqrt{\left(\frac{340}{9{,}81}\right)^2 s^2 + \frac{4 \cdot 340}{9{,}81} s^2} \approx 1{,}945401753\ s$ $\Rightarrow$ mit (1): $\boxed{h = \frac{g}{2} \cdot t_f^2} = \frac{9{,}81}{2}\frac{m}{s^2} \cdot t_f^2 \approx \underline{\underline{18{,}56\ m}}$ (Brunnentiefe)

A4	Ausführliche Lösung
	Kontrolle: $t_s = t - t_f = 2\ s - t_f \approx 0{,}054598247\ s$ $\Rightarrow$ mit (2): $\boxed{h = v \cdot t_s} = 340\frac{m}{s} \cdot t_s \approx \underline{\underline{18{,}56\ m}}$ Der Brunnen ist also 18,56 m tief. Würde man die Zeit, die der Schall für den Weg nach oben benötigt, nicht berücksichtigen, dann wäre der Brunnen $h = \frac{9{,}81}{2}\frac{m}{s^2} \cdot 4\ s^2 = 19{,}62\ m$ tief (Abweichung etwa 5,7 %)

A5	Ausführliche Lösung
	$v = 20\frac{km}{h} = \frac{20\,000\,m}{3\,600\,s} = \frac{20}{3{,}6}\frac{m}{s} \qquad g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} \Leftrightarrow v^2 = 2 \cdot g \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{v^2}{2 \cdot g}$ mit $v = \frac{20}{3{,}6}\frac{m}{s}$ gilt: $h = \frac{\left(\frac{20}{3{,}6}\frac{m}{s}\right)^2}{2 \cdot 9{,}81\frac{m}{s^2}} \approx 1{,}573 \cdot \frac{\frac{m^2}{s^2}}{\frac{m}{s^2}} = 1{,}573 \cdot \frac{m^2 \cdot s^2}{s^2 \cdot m} = \underline{\underline{1{,}573\,m}}$ Um die Geschwindigkeit 20 km/h zu erreichen, müsste der Fallschirmspringer aus einer Höhe von etwa 1,573 m herunterspringen.

A6 Ausführliche Lösungen

a)

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot h}{g}} \text{ mit } h = 55\,m \text{ und } g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \text{ wird:}$$

$$t = \sqrt{\frac{2\cdot 55\,m}{9{,}81\frac{m}{s^2}}} = \sqrt{\frac{110}{9{,}81}\cdot s^2} \approx \underline{\underline{3{,}349\,s}}$$

Bis zum Boden braucht der Stein etwa 3,349 s.

b)

$$h = \frac{g}{2}\cdot t^2 \text{ und } g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \text{ mit } t = 2{,}5\,s \text{ wird:}$$

$$h = \frac{9{,}81\frac{m}{s^2}}{2}\cdot(2{,}5\,s)^2 = \frac{9{,}81\cdot 6{,}25}{2}\cdot m \approx \underline{\underline{30{,}656\,m}}$$

Der Stein wurde aus einer Höhe von etwa 30, 656 m fallen gelassen.

A7 Ausführliche Lösung

$$h = 20\,m \qquad v = \sqrt{2\cdot g\cdot h} \qquad g = 9{,}81\frac{m}{s^2} \text{ mit } h = 20\,m \text{ wird:}$$

$$v = \sqrt{2\cdot g = 9{,}81\frac{m}{s^2}\cdot 20\,m} = \sqrt{2\cdot 20\cdot 9{,}81\frac{m^2}{s^2}} \approx 19{,}809\frac{m}{s}$$

$$1\frac{m}{s} = 3{,}6\frac{km}{h} \Rightarrow v \approx \underline{\underline{71{,}31\frac{km}{h}}}$$

Das Auto müsste mit einer Geschwindigkeit von etwa 71,31 km/h gegen eine Wand fahren.

A8 Ausführliche Lösung

Wird der Luftwiderstand nicht berücksichtigt, kommen beide Kugeln gleichzeitig unten an, da alle Körper gleich schnell fallen.
Ansonsten wäre die kleine Kugel eher unten, weil sie der Luft weniger Widerstand bietet.

A9 Ausführliche Lösungen

a) Der Abstand verändert sich nicht, da zu jedem Zeitpunkt die Geschwindigkeit beider Äpfel gleich ist.

b) Der obere überholt den unteren, da er bei Erreichen des Apfels schon eine Geschwindigkeit hat, die sich weiterhin erhöht.

A10 Ausführliche Lösung

Auf dem Mond gibt es keine Atmosphäre, so dass der Staub sofort herunterfällt.