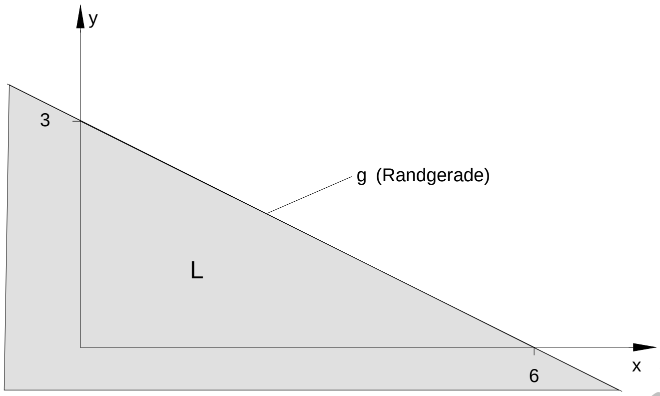
Lösung von linearen Ungleichungen

Beispiel 1: $x + 2y \le 6$ Ungleichung auflösen nach y

$\Rightarrow y \le -\frac{1}{2}x + 3$ Randgerade g: $y = -\frac{1}{2}x + 3$



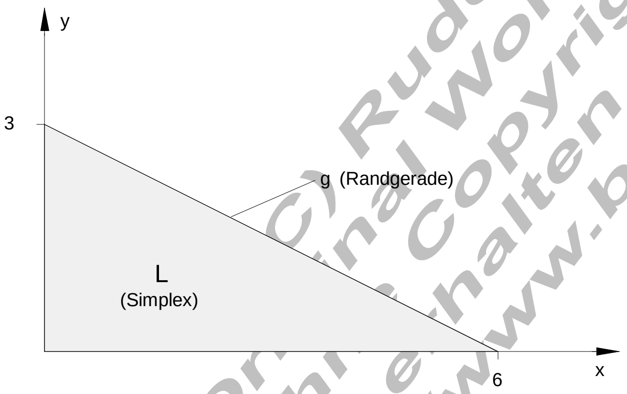
Der Lösungsraum besteht aus allen Punkten, deren Koordinaten die Ungleichung

$y \le -\frac{1}{2}x + 3$ erfüllen.

Beispiel 2:

$x + 2y \le 6 \quad \wedge \quad \underbrace{x \ge 0 \wedge y \ge}_{\text{Nichtnegativitätsbedingungen}}$

$\Rightarrow y \le -\frac{1}{2}x + 3$ Randgerade g: $y = -\frac{1}{2}x + 3$



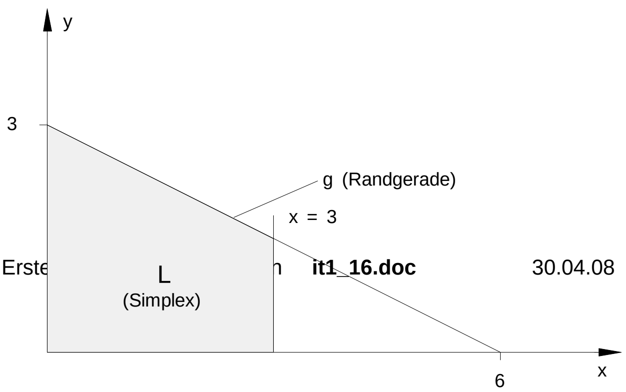
Nichtnegativitätsbedingungen besagen, dass nur Punkte im 1. Quadranten zur Lösungsmenge gehören.

<u>Simplex</u> ist die Menge aller zulässigen Lösungen.

Beispiel 3:

$x + 2y \le 6 \quad \wedge \quad \underbrace{x \ge 0 \wedge y \ge}_{\text{Nichtnegativitätsbedingungen}} \quad \wedge \quad x \le 3$

$\Rightarrow y \le -\frac{1}{2}x + 3$ Randgerade g: $y = -\frac{1}{2}x + 3$

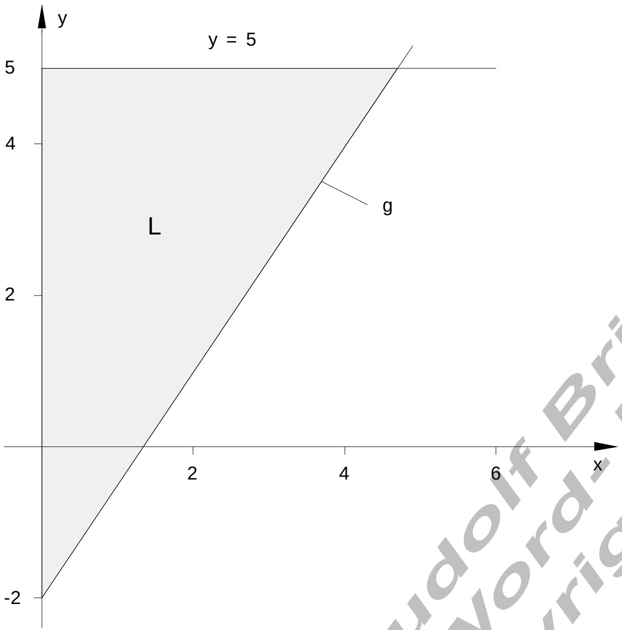


Außer durch die Randgerade wird die Lösungsmenge nun noch durch die Restriktion $x \le 3$ begrenzt.

Beispiel 4:

$3x - 2y \le 4 \quad \wedge \quad x \ge 0 \wedge y \le 5$

$\Rightarrow y \ge -\frac{3}{2}x - 2$ Randgerade g: $y = -\frac{3}{2}x - 2$



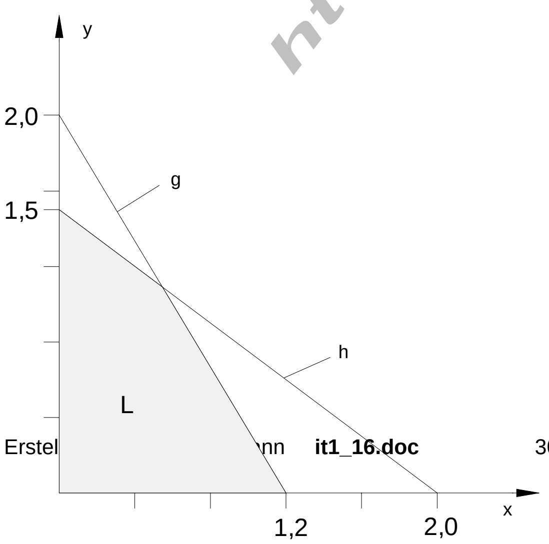
Beispiel 5:

$5x + 3y \le 6 \quad \wedge \quad 3x + 4y \le 6 \quad \wedge \quad x \ge 0 \wedge y \ge 0$

$\Rightarrow y \le -\frac{5}{3}x + 2 \quad \wedge \quad y \le -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

Randgeraden: $g: \quad y = -\frac{5}{3}x + 2 \quad \wedge \quad h: \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{3}{2}$

Beachten Sie:



$y \le mx + b$

$\Rightarrow$ Punkte der Lösungsmenge liegen unterhalb der Randgeraden oder darauf.

$y \ge mx + b$

$\Rightarrow$ Punkte der Lösungsmenge liegen oberhalb der Randgeraden oder darauf.

Beispiel 6:

$x + 5y \ge 350 \wedge 2x + y \ge 160 \wedge x \ge 0 \wedge y \ge 50$

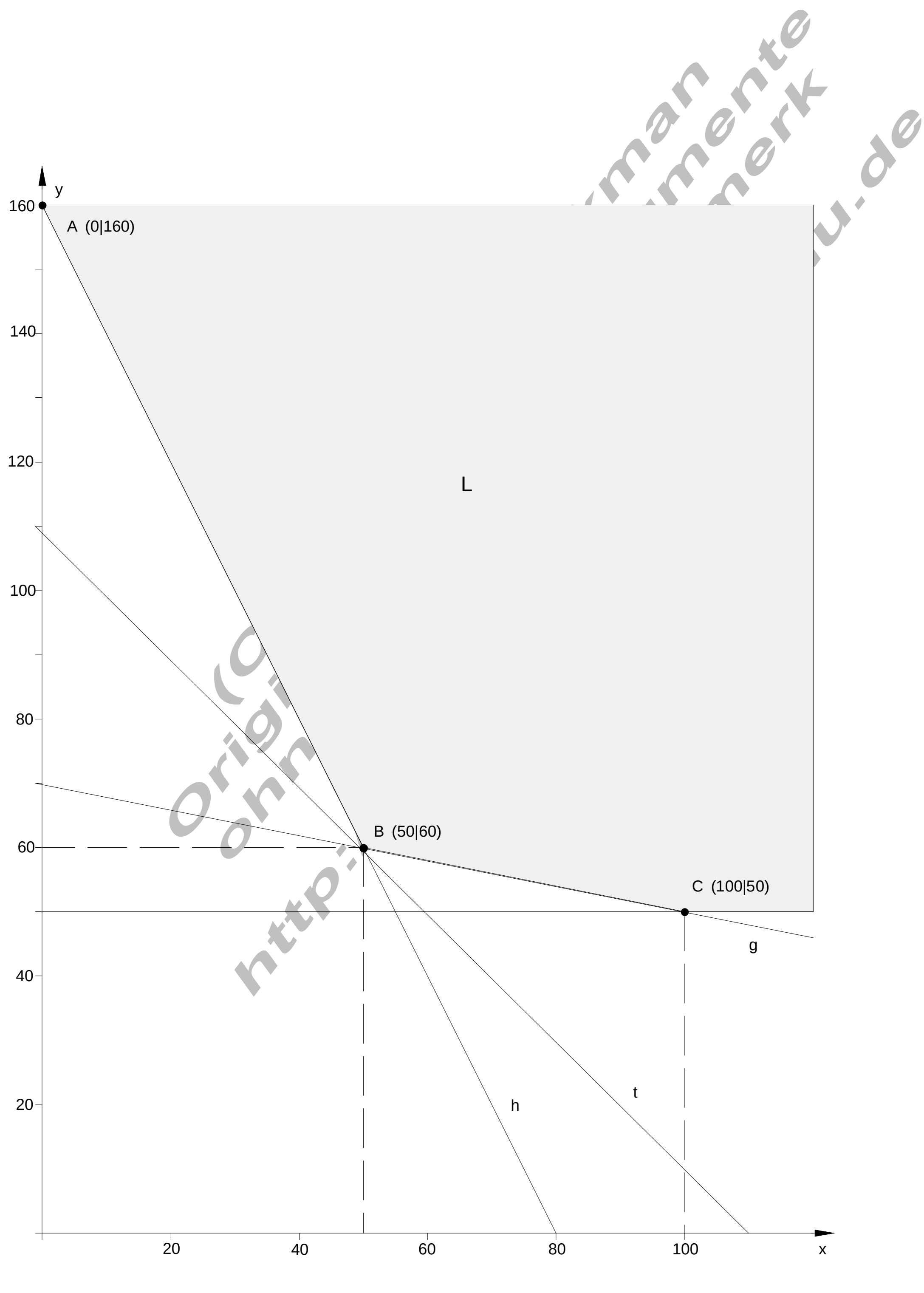
$$\Rightarrow y \geq -\frac{1}{5}x + 70 \quad \wedge \quad y \geq -2x + 160$$

Randgeraden: $g: \quad y = -\frac{1}{5}x + 70 \quad \wedge \quad h: \quad y = -2x + 160$

Dis Summe aus x und y soll so bestimmt werden, dass diese ein Minimum ist.

$x + y = s \quad \Rightarrow \quad t: y = -x + s$ s soll minimal sein.

Bestimmen Sie die Koordinaten der Eckpunkte.



Eckpunkte: A (0|160) B (50|60) C (100|50)

$$A(0\,|\,160): x_A + y_A = 0 + 160 = 160$$
$$B(50\,|\,60): x_B + y_B = 50 + 60 = 110$$
$$C(100\,|\,50): x_C + y_C = 100 + 50 = 150$$

Minimale Summe: $s = 100$ für $x = 50 \wedge y = 60$

Beispiel 7:

$$-3x + 6y \le 18 \quad \wedge \quad 2x + y \le 18 \quad \wedge \quad 3x + 4y \ge 2 \quad \wedge \quad y \ge 0$$

$$\Rightarrow y \le \frac{1}{2}x + 3 \quad \wedge \quad y \le -2x + 18 \quad \wedge \quad y \ge -\frac{3}{4}x + \frac{11}{2}$$

Randgeraden:

$$g: \quad y = \frac{1}{2}x + 3 \quad \wedge \quad h: \quad y = -2x + 18 \quad \wedge \quad i: \quad y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{2}$$