Schnittpunkt zweier Geraden

Gegeben:

$$f_1 = \{x, y \mid y = f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} \text{ und}$$

$$f_2 = \{x, y \mid y = f_2(x) = \frac{1}{2}x - 1\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}$$

Gesucht: Der Schnittpunkt beider Geraden $S(x_s, y_s)$

$$L = \left\{ x, y \;\middle|\; \begin{array}{c} y = f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \\ \wedge \\ y = f_2(x) = \frac{1}{2}x - 1 \end{array} \right\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}$$

Für den Schnittpunkt $S(x_s, y_s)$ gilt: $y_s = f_1(x_s) = f_2(x_s)$

Gleichsetzen der beiden Terme $-\frac{1}{2}x_s + 2 = \frac{1}{2}x_s - 1$

äquivalente Umformung nach $x_s \Rightarrow \underline{\underline{x_s = 3}}$

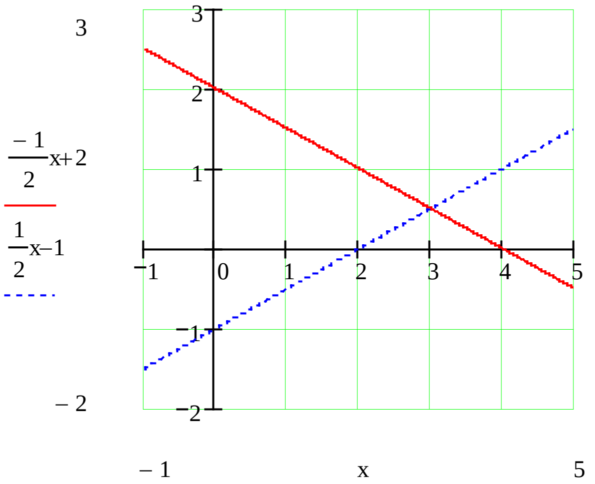
einsetzen in eine der Funktionsgleichungen

$$y = f_1(x) = -\frac{1}{2}x + 2 \Rightarrow$$

$$y_s = f_1(x_s) = -\frac{1}{2}x_s + 2 \Rightarrow y_s = f_1(3) = -\frac{1}{2}\cdot 3 + 2 = \frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{y_s = \frac{1}{2}}}$$

Schnittpunkt beider Geraden: $S(3, \frac{1}{2})$



Beispiel: ***Gegeben*** sind die beiden Funktionen

$$f_1 = \{x, y \mid y = f_1(x) = \frac{3}{2}x + 6\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} \text{ und}$$

$$f_2 = \{x, y \mid y = f_2(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}}$$

Gesucht:

a) Der Schnittpunkt S der beiden Geraden.
b) Alle Achsenabschnittspunkte
c) Die Graphen beider Funktionen in den Bereichen:
$D = \{x \mid -5 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$ $\quad W = \{y \mid -1 \le y \le 7\}_{\mathbb{R}}$

a) Schnittpunkt:

$$y_s = f_1(x_s) = f_2(x_s) \Leftrightarrow$$

$$\frac{3}{2}x_s + 6 = -\frac{1}{3}x_s + \frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{x_s = -3}}$$

$$y_s = f_2(x_s) = f_2(-3) = -\frac{1}{3}\cdot(-3) + \frac{1}{2} = \frac{3}{2} \Rightarrow y_s = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{S(-3, \frac{3}{2})}}$$

b) Achsenabschnitte:

$$y_0 = f_1(x_0) = 0 \qquad\qquad x_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x_0 + 6 = 0 \Rightarrow x_0 = -4 \qquad\qquad y_0 = f_1(0) = \frac{3}{2}\cdot 0 + 6 = 6$$

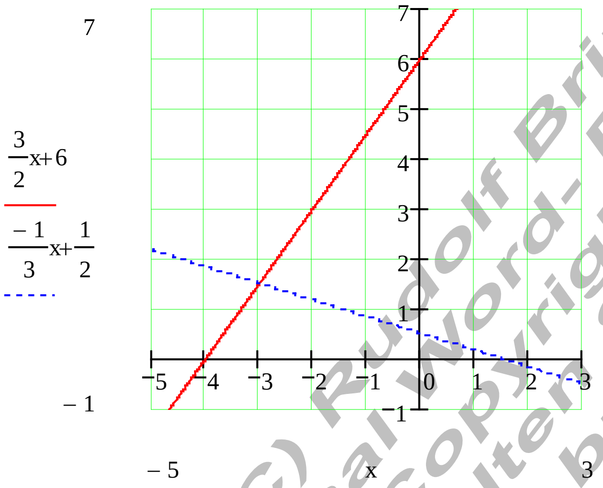
$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{1x}(-4,0)}} \qquad\qquad \Rightarrow \underline{\underline{P_{1y}(0,6)}}$$

$$y_0 = f_2(x_0) = 0 \qquad\qquad x_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{3}x_0 + \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow x_0 = \frac{3}{2} \qquad\qquad y_0 = f_2(0) = -\frac{1}{3}\cdot 0 + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_{2x}(\frac{3}{2},0)}} \qquad\qquad \Rightarrow \underline{\underline{P_{2y}(0,\frac{1}{2})}}$$

c) Funktionsgraphen



Aufgaben:

Die Gerade mit der Funktion f_1 wird von einer zweiten Geraden mit der Funktion f_2 geschnitten.
Bestimmen Sie:

a) Den Schnittpunkt beider Geraden $S(x_s, y_s)$
b) Die Schnittpunkte beider Geraden mit der y – Achse.
c) Den Schnittpunkt beider Geraden mit der x – Achse
d) Die Graphen beider Funktionen in den Bereichen D und W

$$f_1 = \{x, y \mid y = f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2\frac{1}{4}\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} \qquad D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$$

$$f_2 = \{x, y \mid y = f_2(x) = -4x - 2\}_{\mathbb{R}\times\mathbb{R}} \qquad W = \{y \mid -2 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$$

Lösung:

a) $S(-1, 2)$

b) $P_{y_1}(0, 2\frac{1}{4})$ $P_{y_2}(0, -2)$

c) $P_{x_1}(-9, 0)$ $P_{x_2}(-\frac{1}{2}, 0)$