

Das Hornerschema

Um den Graphen einer ganzrationalen Funktion höherer Ordnung zeichnen zu können, muss man eine Wertetabelle anlegen. Dabei kann es recht aufwendig sein, die dazu nötigen Funktionswerte zu berechnen. Das **Horner – Schema** vereinfacht die Berechnungen sehr.

Beispiel: Ganzrationale Funktion 3. Ordnung

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0$$

Durch mehrmaliges Ausklammern von x entsteht:

$$f(x) = a_3x^3 + a_2x^2 + a_1x + a_0 = x \left[a_3x^2 + a_2x + a_1 \right] + a_0 = x \left[x \left(a_3x + a_2 \right) + a_1 \right] + a_0$$

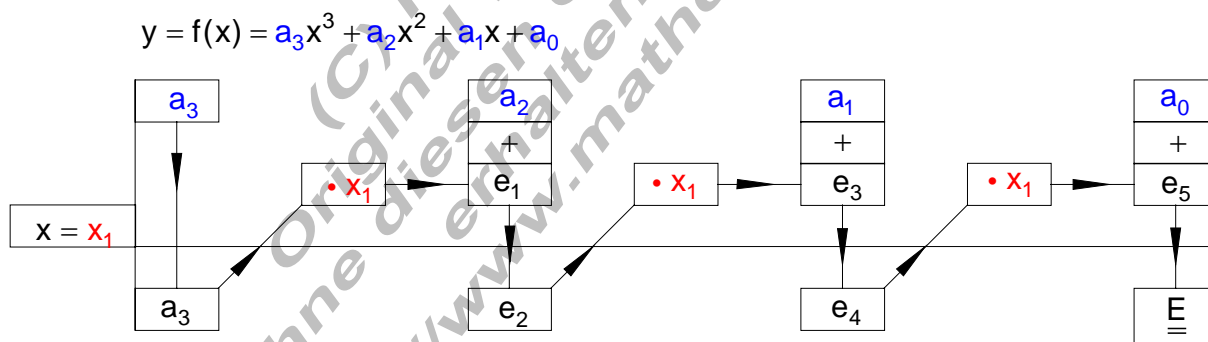
$\underbrace{\hspace{10em}}_{e_2}$
 $\underbrace{\hspace{10em}}_{e_4}$
 $\underline{\underline{\hspace{10em}}E}$

Will man den Wert der Funktion für $x = x_1$ berechnen, so kann man folgendermaßen von innen nach außen vorgehen:

- runde Klammer berechnen
- Zwischenergebnis mit x_1 multiplizieren und zu a_1 addieren
- Ergebnis mit x_1 multiplizieren und zu a_0 addieren

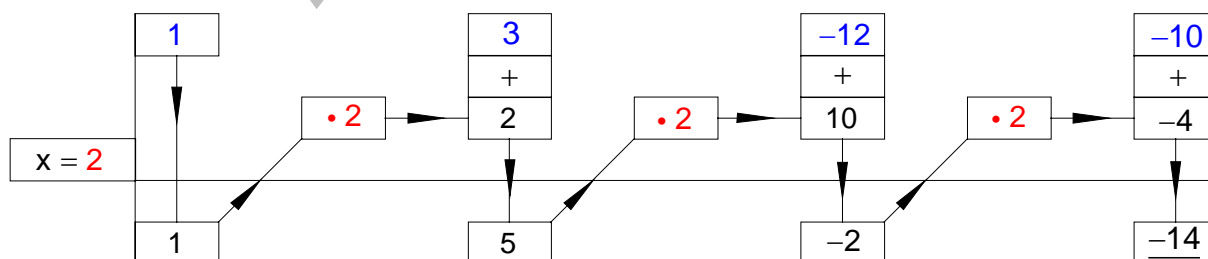
Diese Rechenoperationen lassen sich schematisch darstellen:

Allgemeines Schema:



Beispiel: Für $x = 2$ soll der Wert $y = f(2)$ mit dem Horner – Schema berechnet werden.

$$y = f(x) = 1x^3 + 3x^2 - 12x - 10$$



Es gilt also $y = f(2) = \underline{\underline{-14}}$

Für ein Polynom 3. Grades soll eine Wertetabelle erstellt werden um den Graphen zeichnen zu können.

$$y = f(x) = x^3 + 4x^2 + x - 6 \quad D_f = \{x \mid -4 \leq x \leq 3\}_{\mathbb{R}}$$

$$a_3 = 1 \quad a_2 = 4 \quad a_1 = 1 \quad a_0 = -6$$

	1	4	1	-6	
$x = -4$	↓	<u>-4</u>	0	<u>-4</u>	
	1	0	1	-10	= f(-4)
	1	4	1	-6	
$x = -3$	↓	<u>-3</u>	<u>-3</u>	<u>+6</u>	
	1	1	-2	0	= f(-3)
	1	4	1	-6	
$x = -2$	↓	<u>-2</u>	<u>-4</u>	<u>+6</u>	
	1	2	-3	0	= f(-2)
	1	4	1	-6	
$x = -1$	↓	<u>-1</u>	<u>-3</u>	<u>+2</u>	
	1	3	-2	-4	= f(-1)
	1	4	1	-6	
$x = 1$	↓	<u>+1</u>	<u>+5</u>	<u>+6</u>	
	1	5	6	0	= f(1)
	1	4	1	-6	
$x = 2$	↓	<u>+2</u>	<u>+12</u>	<u>+26</u>	
	1	6	13	20	= f(2)
	1	4	1	-6	
$x = 3$	↓	<u>+3</u>	<u>+21</u>	<u>+66</u>	
	1	7	22	60	= f(3)
	1	4	1	-6	
$x = -2,5$	↓	<u>-2,5</u>	<u>-3,75</u>	<u>+6,875</u>	
	1	1,5	-2,75	0,875	= f(-2,5)

Wertetabelle:

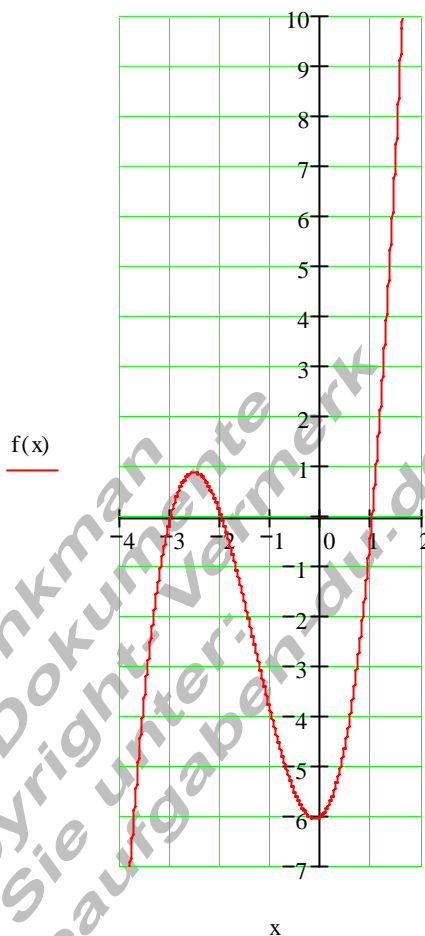
x	-4	-3	-2,5	-2	-1
f(x)	-10	0	0,875	0	-4
x	0	1	2	3	
f(x)	-6	0	20	60	

Mit den Tabellenwerten kann der Graph näherungsweise gezeichnet werden.

Sollte sich beim zeichnen herausstellen, das noch ein Wert fehlt, so kann man sich diesen jederzeit beschaffen.

Der Graph hat bei folgenden x – Werten Nullstellen:
 - 3 – 2 und bei 1

Er schneidet die y – Achse bei - 6



Sollte sich beim zeichnen herausstellen, das noch ein Wert fehlt, so kann man sich diesen jederzeit über das Horner Schema beschaffen. z.B. f (0,5)

	1	4	1	-6	
x = 0,5	↓	<u>+0,5</u>	<u>+2,25</u>	<u>+1,624</u>	
	1	4,5	3,25	-4,375	= f(0,5)