Linearen Funktion

Aus der Sekundarstufe I sind Ihnen die Graphen linearer Funktionen als Geraden bekannt und deren Funktionsgleichungen als Geradengleichungen.
Proportionale Zusammenhänge lassen sich durch Geraden darstellen.

Am Fischstand auf dem Wochenmarkt kosten 100 g Schillerlocken 4,50 €.
Frau Barsch möchte 300 g kaufen.
Sie muss also $4{,}50\,€ \cdot 3 = 13{,}50\,€$ zahlen.
Herr Dorsch kauft 500 g und muss $4{,}50\,€ \cdot 5 = 22{,}50\,€$ zahlen.

Allgemein lässt sich sagen, die Kosten K bei konstantem Preis p
für die gekaufte Menge x betragen $K = p \cdot x$
Die Kosten K sind also von der Menge x abhängig und somit eine Funktion von x.
Dafür schreibt man $K(x) = p \cdot x$.

K(x) wird auch **Kostenfunktion** genannt.
Für den Kauf von Schillerlocken lautet die Kostenfunktion K(x) = 4,50 x,
wobei 4,50 der Preis pro Mengeneinheit in € und x die Anzahl der Mengeneinheiten in Vielfachen von 100 g ist.
Ersetzt man K(x) durch y, dann entsteht die bekannte Gleichung y = 4,50 x.
Im Koordinatensystem ist das eine Gerade durch den Nullpunkt.

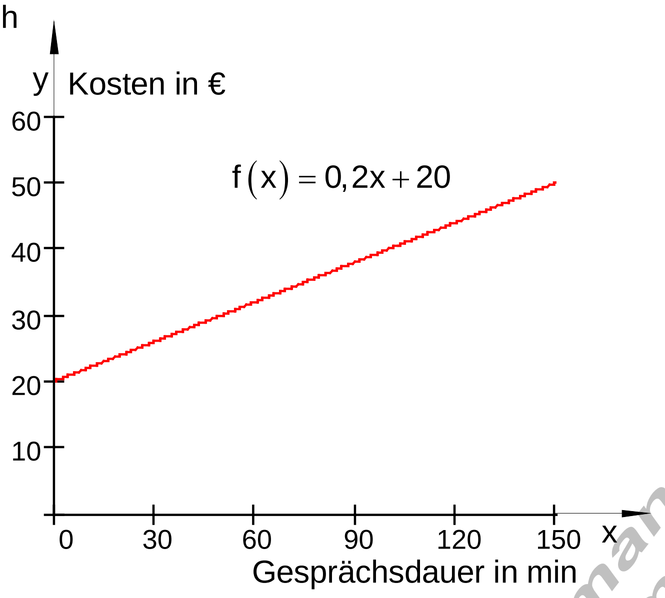
Sven hat einen Handyvertrag mit monatlichen Grundgebühren von 20 €. Für jede Minute die er telefoniert fallen 0,2 € an.	
a)	Welche Kosten entstehen monatlich, wenn Sven 30 min, 60 min, 90 min, 120 min telefoniert? Stellen Sie die Werte in einer Wertetabelle dar.
b)	Zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
c)	Wie lautet die Funktionsgleichung für die Kostenrechnung?

Lösung

a) Die Kosten setzen sich additiv aus einem festen (20 €) und einem variablen Anteil
(0,2 x) zusammen, wobei x die Anzahl der telefonierten Minuten ist.

Gesprächsdauer in min	0	30	60	90	120
Kosten in €	20	26	32	38	44

b) Graph



c) x ist die unabhängige Variable für die Gesprächsdauer in Minuten.
y = f(x) ist die abhängige Variable für die monatlichen Gesamtkosten in €.
Bei folgender Rechnung werden die Einheiten min und € weggelassen.

Ansatz für die Funktionsgleichung:

0 min: $y = f(0) = 0{,}2 \cdot 0 + 20 = 20$ die Grundgebühren fallen immer an

30 min: $y = f(30) = 0{,}2 \cdot 30 + 20 = 26$

60 min: $y = f(60) = 0{,}2 \cdot 60 + 20 = 32$

....

x min: $y = f(x) = 0{,}2 \cdot x + 20$ Funktionsgleichung für x Minuten Gesprächsdauer

Beispiele zum aufstellen von Funktionsgleichungen:

Ein Abwasserschacht enthält 1000 Liter Wasser.
Jeden Tag kommen 100 Liter dazu.
Funktionsgleichung für die Wassermenge in Liter: $f(x) = 100 \cdot x + 1000$.

Thorsten verdient jeden Monat 1300 € netto.
Funktionsgleichung für den Nettoverdienst in €:
Funktionsgleichung für den Nettoverdienst in €: $f(x) = 1300 \cdot x$

Ein Tank enthält 4000 Liter Diesel. Jede Woche verbraucht ein Motor 500 Liter.
Funktionsgleichung für den Tankinhalt in Liter: $f(x) = -500 \cdot x + 4000$.

Soll für einen proportionalen Zusammenhang die Funktionsgleichung aufgestellt werden, ist zuerst zu überlegen:
- Gibt es einen Anfangswert a_0
- Wie groß ist die Änderungsrate
  (z.B. Änderung pro Tag, Minute, Stück oder Gewicht).
- Ist die Änderungsrate positiv oder Negativ
  (positiv = Zunahme, negativ = Abnahme).

Sie kennen die Funktionsgleichung der Geraden in der Form:
$y = m \cdot x + b$ oder $y = m \cdot x + n$
Da Geradengleichungen zur Familie der ganzrationalen Funktionen gehören, die ein zentrales Thema der Oberstufenmathematik sind, soll deren Darstellungsart von Anfang an auf diese übertragen werden.

Definition Ganzrationale Funktion n – ten Grades
Eine Funktion $f(x)$ mit $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0$
heißt ganzrationale Funktion n - ten Grades.
Die Zahlen a_n ; a_{n-1} ; a_{n-2} ; .... a_2 ; a_1 ; a_0 heißen Koeffizienten

Da die beiden letzten Summanden $a_1x + a_0$ zum Funktionsterm der Geradengleichung gehören, folgt die Definition:

Definition Ganzrationale Funktion 1. Grades
Eine Funktion $f(x)$ mit $f(x) = a_1 x + a_0$ und $a_1 \in \mathbb{R}$, $a_0 \in \mathbb{R}$
heißt ganzrationale Funktion 1. Grades oder lineare Funktion

Der Grad der Funktion wird durch den höchsten Exponenten von x (hier also 1, denn $x = x^1$) bestimmt.
Der Koeffizient a_1 steht für m und a_0 steht für b oder n.
Die Bezeichnung „lineare Funktion“ rührt daher, dass der Graph einer linearen Funktion im rechtwinkligem Koordinatensystem eine Gerade darstellt.

Merke Der Graph einer linearen Funktion stellt eine Gerade dar.

Beispiele für Funktionsgleichungen linearer Funktionen:
$f(x) = 2x - 13$ $\quad f(x) = \frac{3}{4}x + 3$ $\quad f(x) = -\sqrt{3} \cdot x - \pi$ $\quad f(x) = 5$ $\quad f(x) = 3x + a_0$ $\quad f(x) = a_1 x$

U1	Stellen Sie für die ganzzahligen Werte von D eine Wertetabelle auf und zeichnen Sie den Graphen. $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$ Definitionsmenge $D = \{x \mid -1 \le x \le 5\}_{\mathbb{R}}$ Bestimmen Sie die Wertemenge W für die Definitionsmenge D. In welchen Punkten schneidet der Graph die Koordinatenachsen?

Lösung

$f(x)=\frac{3}{4}x-3 \qquad D=\{x \mid -1\le x\le 5\}_{\mathbb{R}}$

$f(-1)=\frac{3}{4}\cdot(-1)-3=-\frac{3}{4}-3=-\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-3,75$

$f(0)=\frac{3}{4}\cdot 0-3=-3$

$f(1)=\frac{3}{4}\cdot 1-3=\frac{3}{4}-3=\frac{3}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{9}{4}=-2,25$

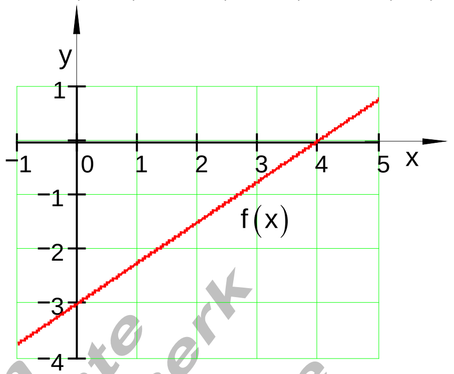
$f(2)=\frac{3}{4}\cdot 2-3=\frac{3}{2}-3=\frac{3}{2}-\frac{6}{2}=-\frac{3}{2}=-1,5$

$f(3)=\frac{3}{4}\cdot 3-3=\frac{9}{4}-3=\frac{9}{4}-\frac{12}{4}=-\frac{3}{4}=-0,75$

$f(4)=\frac{3}{4}\cdot 4-3=3-3=0$

$f(5)=\frac{3}{4}\cdot 5-3=\frac{15}{4}-3=\frac{15}{4}-\frac{12}{4}=\frac{3}{4}=0,75$

x	–1	0	1	2	3	4	5
f(x)	–3,75	–3	–2,75	–1,5	–0,75	0	0,75

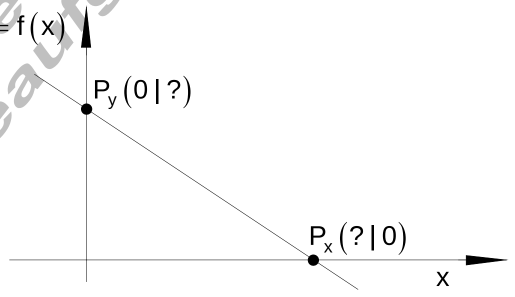


$W=\{y \mid -3,75\le y\le 0,75\}_{\mathbb{R}}$

$P_y(0\mid -3)$ und $P_x(4\mid 0)$

Achsenschnittpunkte

Achsenschnittpunkte sind die Punkte, in denen der Graph die Koordinatenachsen schneidet.
Diese Werte lassen sich mehr oder weniger genau aus dem Graphen ablesen.
Oft besteht auch die Möglichkeit, der Wertetabelle diese Daten zu entnehmen.
Nun soll es darum gehen, diese Werte durch Rechnung, ohne Wertetabelle und Graph zu nutzen zu bestimmen.



Schnittpunkt mit der y- Achse (Ordinate) P_y:

Die x- Werte aller Punkte, die auf der y- Achse liegen haben den Wert $x=0$.

Allgemeine Gleichung der linearen Funktion: $f(x)=a_1x+a_0$

Bedingung: $x=0 \Rightarrow f(0)=a_1\cdot 0+a_0=0+a_0=a_0 \Rightarrow P_y(0\mid a_0)$

Der Schnittpunkt mit der Ordinate ist durch den Koeffizienten a_0 bestimmt.

Beispiel $f(x)=\frac{3}{4}x-3 \Rightarrow$ P_y hat die Koordinaten $(0\mid -3)$. Wir schreiben: $P_y(0\mid -3)$

Merke Der Schnittpunkt mit der y- Achse kann für alle lineare Funktionen der Form $f(x)=a_1x+a_0$ direkt aus der Funktionsgleichung abgelesen werden $\Rightarrow P_y(0\mid a_0)$.

Schnittpunkt mit der x- Achse (Abszisse) P_x:

Die y- Werte (Funktionswerte) aller Punkte, die auf der x- Achse liegen, haben den Wert 0.

Lösungsansatz: $P_x(x\,|\,0) \Rightarrow f(x) = 0$ wegen $P(x\,|\,f(x))$

Beispiel:
Bestimmen Sie von folgender Funktion die Achsenabschnitte und zeichnen Sie den Graphen.

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

Schnittpunkt mit der y - Achse:

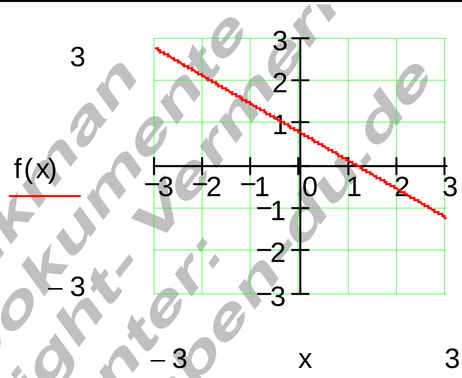
$$f(0) \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{3}{4}\right)}}$$

Schnittpunkt mit der x - Achse:

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} = 0\,|\,-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4}\,|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \Leftrightarrow x = x_s = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{9}{8} = 1{,}125\;\middle|\;0\right)}}$$



Die x- Koordinate des Schnittpunktes mit der x- Achse wird auch Nullstelle genannt. Denn für diesen x- Wert (an dieser Stelle x) ist der Funktionswert Null.

U2	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte und zeichnen Sie den Graphen für $f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$ Kontrollieren Sie die Nullstelle durch Einsetzen in f(x).

Lösung

$$f(x) = -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4}$$

Schnittpunkt mit der y – Achse:

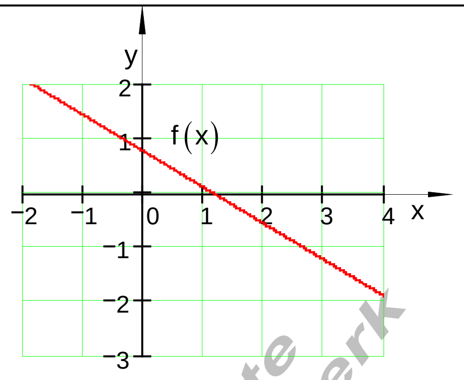
$$f(0) = \frac{3}{4} \Rightarrow P_y\left(0 \;\middle|\; \frac{3}{4}\right)$$

Schnittpunkt mit der x – Achse:

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}x + \frac{3}{4} \;\Big|\; -\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{2}{3}x = -\frac{3}{4} \;\Big|\cdot\left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{9}{8} \Rightarrow P_x\left(\frac{9}{8} \;\middle|\; 0\right)$$

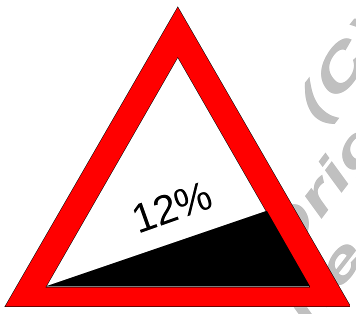


Probe:

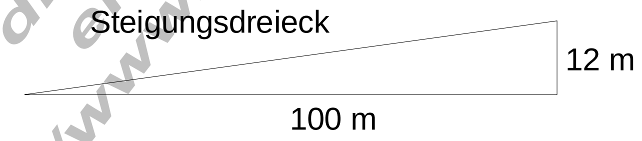
$$f\left(\frac{9}{8}\right) = -\frac{2}{3}\cdot\frac{9}{8} + \frac{3}{4} = -\frac{18}{24} + \frac{3}{4} = -\frac{3}{4} + \frac{3}{4} = 0$$

Die Steigung

Die meisten Schienen oder Straßenfahrzeuge können nur geringe Steigungen überwinden.
Im Gebirge setzt man daher Zahnradbahnen oder Seilbahnen ein, diese eignen sich auch für steile Strecken.



Das Verkehrsschild „12% Steigung“ bedeutet:
Auf 100 m horizontaler Strecke steigt die Straße um 12 m an.
Es wird ein Höhenunterschied von 12 m überwunden.

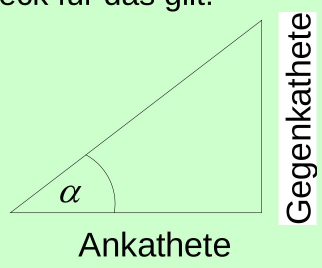


Das Verhältnis zwischen Höhenunterschied und horizontaler Strecke wird **Steigung** genannt.
Im dargestellten Fall beträgt die Steigung $12\,\text{m} : 100\,\text{m} = 0{,}12 \mathrel{\hat{=}} 12\%$

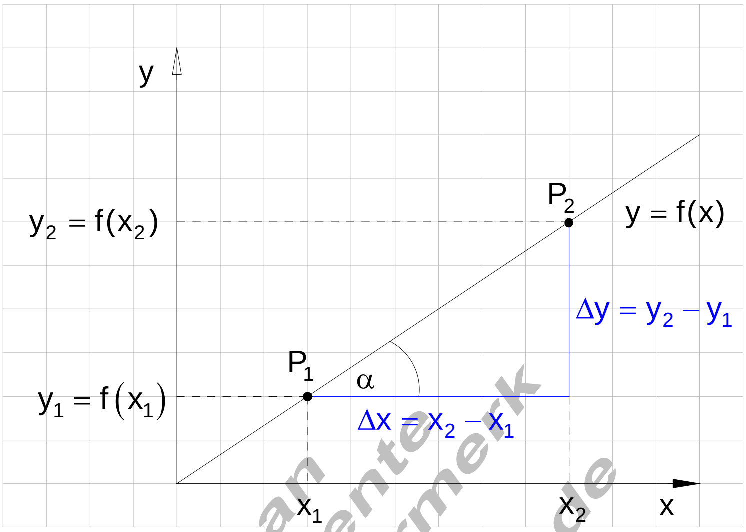
Definition Das Steigungsdreieck ist ein rechtwinkliges Dreieck für das gilt:

$$\text{Steigung} = m = \frac{\text{Gegenkathete}}{\text{Ankathete}} = \tan(\alpha)$$

Der Winkel α wird auch Steigungswinkel genannt.



In der nebenstehenden Grafik ist eine Ursprungsgerade, durch die Punkte P_1 und P_2 abgebildet.



Die Steigung der Geraden soll mit Hilfe der Koordinaten von P_1 und P_2 ermittelt werden.

Die Längen von Gegenkathete und Ankathete sind durch die Koordinatendifferenzen der beiden Punkte festgelegt.

Für die Differenzen schreibt man:

$\Delta x = x_2 - x_1$ bzw. $\Delta y = y_2 - y_1$

Aus dem Steigungsdreieck lässt sich die Steigung der Geraden ablesen:

$$\text{Steigung} = m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan(\alpha)$$

Die Steigung einer Geraden im Koordinatensystem ist das Verhältnis von Gegenkathete zur Ankathete eines beliebigen rechtwinkligen Dreiecks (Steigungsdreieck), dessen Hypotenuse Teil des Funktionsgraphen ist.

Die Vermutung liegt nahe, dass der Koeffizient a_1 der Geradengleichung $f(x) = a_1x + a_0$ für die Steigung der Geraden verantwortlich ist. Das soll nun bewiesen werden.

Behauptung:

Die Steigung m entspricht dem Koeffizienten a_1 der Geradengleichung:

$$f(x) = a_1x + a_0$$

Beweis:

$$f(x_2) = a_1x_2 + a_0 \qquad f(x_1) = a_1x_1 + a_0$$

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 + a_0 - (a_1x_1 + a_0)}{x_2 - x_1}$$

$$= \frac{a_1x_2 + a_0 - a_1x_1 - a_0}{x_2 - x_1} = \frac{a_1x_2 - a_1x_1}{x_2 - x_1} = \frac{a_1(x_2 - x_1)}{x_2 - x_1} = a_1 \Rightarrow \underline{\underline{m = a_1}}$$

Satz

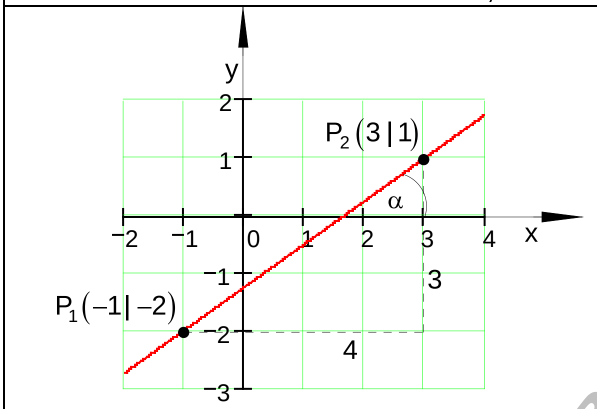
Die Steigung des Graphen einer linearen Funktion $f(x) = a_1x + a_0$ der durch die Punkte $P_1(x_1 \mid y_1)$ und $P_2(x_2 \mid y_2)$ verläuft wird durch den Koeffizienten a_1 bestimmt.

$$a_1 = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \tan\alpha \qquad \text{Kurzform: } a_1 = \underline{\underline{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}}$$

Sind also zwei Punkte einer Geraden durch ihre Koordinaten gegeben, so kann man:
1. Die Gerade zeichnen indem man die beiden Punkte miteinander verbindet und die so entstandene Gerade über die Punkte hinaus verlängert.
2. Die Steigung der Geraden mit Hilfe des Steigungsdreiecks errechnen.

Beispiel

$P_1(-1|-2)$ und $P_2(3|1)$
sollen Punkte einer Geraden sein, deren Steigung zu bestimmen ist.



$P_1(\underbrace{-1}_{x_1}|\underbrace{-2}_{y_1}) \quad \Rightarrow x_1 = -1$ und $y_1 = -2$

$P_2(\underbrace{3}_{x_2}|\underbrace{1}_{y_2}) \quad \Rightarrow x_2 = 3$ und $y_2 = 1$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1-(-2)}{3-(-1)} = \frac{1+2}{3+1} = \underline{\underline{\frac{3}{4}}} = tg(\alpha)$$

$$\alpha = \arctg\left(\frac{3}{4}\right)$$

mit dem Taschenrechner (TI30):

$\boxed{3}\ \boxed{:}\ \boxed{4}\ \boxed{=}\ \boxed{2nd}\ \boxed{TAN^{-1}} \Rightarrow \alpha \approx 36{,}87^0$

Funktionsgraphen zeichnen.

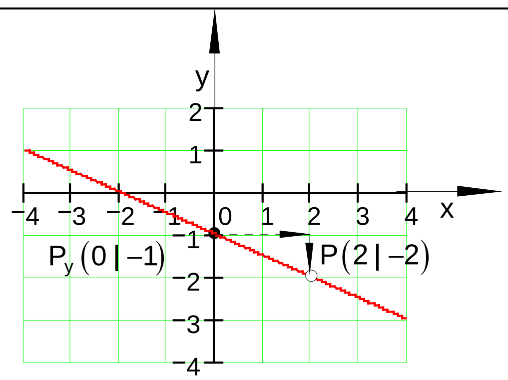
Der Graph einer linearen Funktion ist immer eine Gerade. Um eine Gerade zeichnen zu können, sind zwei Punkte nötig. Ist die Funktionsgleichung bekannt, kennen wir auch den Schnittpunkt mit der y – Achse P_y. Den zweiten Punkt erhalten wir durch die Steigung (Steigungsdreieck).

Beispiel

$f(x) = -0{,}5x - 1$

$a_1 = -0{,}5 = -\frac{1}{2} \quad a_0 = -1$

Der Graph schneidet die y – Achse in $P_y(0|-1)$. Diesen Punkt zeichnen wir in das Koordinatensystem.
Von P_y aus gehen wir zwei Einheiten nach rechts und 1 Einheit nach unten.
Wir erhalten $P(2|-2)$. Nun verbinden wir P_y mit P und verlängern die Gerade nach beiden Seiten.



Um von einem bestimmten Punkt der Geraden über das Steigungsdreieck zu einem zweiten Punkt zu gelangen, kann man sich in Kurzform folgendes merken:

Merke Nennereinheiten nach rechts, Zählereinheiten in Abhängigkeit vom Vorzeichen nach oben oder nach unten.
Dabei gilt: für + nach oben, für – nach unten.

Liegen die beiden Punkte zu nahe beieinander, dann kann das Verfahren mehrfach angewendet werden.
Auch wenn der Steigungsfaktor a_1 eine ganze Zahl ist, lässt sich der zweite Punkt auf diese Weise bestimmen, denn jede Zahl lässt sich in einen Bruch verwandeln.

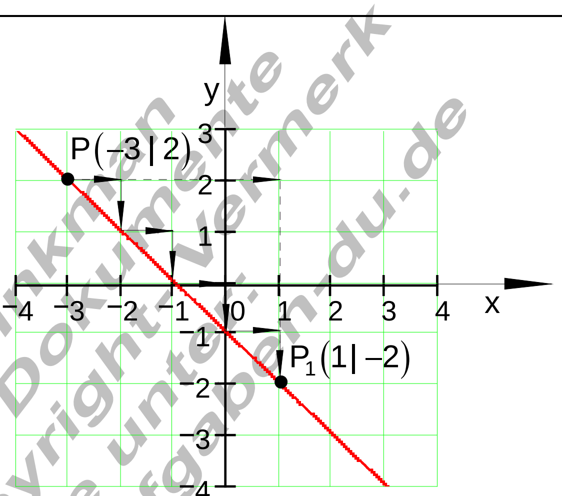
Beispiel

Der Punkt $P(-3\,|\,2)$ liegt auf einer Geraden mit der Steigung $a_1 = -1$.

$a_1 = -1 = -\frac{1}{1}$

Geht man in vier Schritten vor, so liegen beide Punkte weit genug auseinander um eine saubere Gerade zeichnen zu können.

Von P gehen wir vier mal jeweils einen Schritt nach rechts und einen Schritt nach unten und erhalten den Punkt P_1.
Vier Schritte nach rechts und 4 Schritte nach unten führt auf das gleiche Ergebnis.

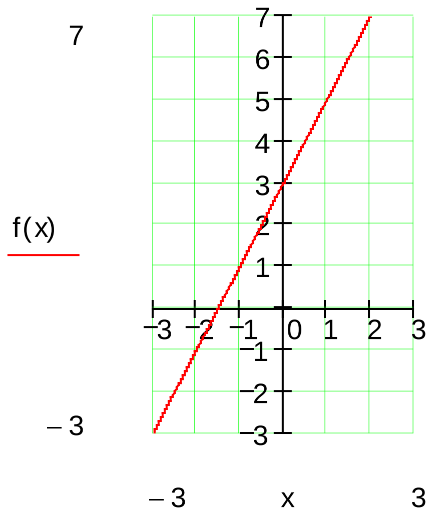


Beispiel

$y = f(x) = 2x + 3$

$a_1 = 2 = \frac{2}{1} \quad a_0 = 3$

Der Graph schneidet die y - Achse in $P_y\,(0\,|\,3)$. Diesen Punkt zeichnen wir in das Koordinatensystem.
Von P_y aus gehen wir eine Einheit nach rechts und 2 Einheiten nach oben. Wir erhalten P (1| 5). Nun verbinden wir P_y mit P und verlängern die Gerade nach beiden Seiten.



Training :LINFKT_01
Zeichnen Sie die Graphen folgender Geraden möglichst ohne Wertetabelle.
Benutzen Sie dazu den Schnittpunkt mit der y – Achse und das Steigungsdreieck.
Berechnen Sie den Schnittpunkt mit der x – Achse und überprüfen Sie das Ergebnis anhand des Graphen.

1.)	$f(x)=2x-5$	2.)	$f(x)=-x+3$
3.)	$f(x)=\frac{1}{2}x+1$	4.)	$f(x)=-\frac{1}{2}x-2$
5.)	$f(x)=\frac{1}{3}x-\frac{1}{2}$	6.)	$f(x)=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$
7.)	$f(x)=\frac{2}{3}x+2$	8.)	$f(x)=-\frac{3}{4}x-1$
9.)	$f(x)=-3x+\frac{5}{10}$	10.)	$f(x)=\frac{5}{7}x-\frac{12}{4}$

Begriffe und Darstellungsarten

Der Graph einer Funktion f(x) wird auch Schaubild K_f genannt.
Im rechtwinkligen Koordinatensystem hat jeder Punkt P eine x – und eine y – Koordinate P (x | y).
Die x – Koordinate entspricht der unabhängigen Variablen x der Funktion f(x).
Die y – Koordinate entspricht dem jeweiligen Funktionswert von f(x).
Deshalb verwendet man oft die Schreibweise y = f(x).

Speziell bei linearen Funktionen sind auch folgende Schreibweisen üblich:
$y=f(x)=mx+b$ wird Geradengleichung genannt und ist nur eine andere Schreibweise für $f(x)=a_1x+a_0$ wobei gilt: $m=a_1$ und $b=a_0$

Eine Geradengleichung kann in unterschiedlicher Form auftreten:

Allgemeine Form der Geradengleichung:
$Ax+By+C=0$ Beispiel: $3x+2y+4=0$

Achsenabschnittsform der Geradengleichung:
$\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$ Beispiel: $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}=1$

Zur weiteren Berechnung ist es sinnvoll, diese Gleichungen in die bekannte Form: $y=f(x)=mx+b$ oder $y=f(x)=a_1x+a_0$ zu bringen.

U3	
	K_f ist das Schaubild der linearen Funktion f mit $f(x) = 1{,}5x - 2\,;\, x \in \mathbb{R}$. Statt Schaubild einer Funktion K_f sagt man auch Graph einer Funktion f.
a)	Liegt der Punkt $P(\,2{,}5 \mid 1{,}75\,)$ auf der Geraden K_f ?
b)	Die Punkte $A(x_A \mid 4)$ und $B(-2 \mid y_B)$ liegen auf K_f. Bestimmen Sie x_A und x_B.
c)	Berechnen Sie die Nullstelle von f(x).
d)	Für welche x- Werte gilt f(x) > 0?
e)	Bestimmen Sie den Wertebereich von f(x), wenn $D = \mathbb{R}_+^*$ gewählt wird.
f)	Der Graph g entsteht durch Verschiebung von K_f in y- Richtung und verläuft durch $N(\,4 \mid 0\,)$.

Lösung

a)

$f(x) = 1{,}5x - 2$

Punktprobe:

$P(2{,}5 \mid 1{,}75) : f(2{,}5) = 1{,}5 \cdot 2{,}5 - 2 = 1{,}75 \Rightarrow$ P liegt auf der Geraden K_f oder $P \in K_f$

b)

$A(x_A \mid 4):\quad f(x_A) = 1{,}5 \cdot x_A - 2 = 4$

$$\begin{aligned} &\Rightarrow & 1{,}5 \cdot x_A - 2 &= 4 \mid +2 \\ &\Leftrightarrow & 1{,}5 \cdot x_A &= 6 \mid :1{,}5 \\ &\Leftrightarrow & x_A &= 4 \end{aligned}$$

$B(-2 \mid y_B):\quad f(-2) = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = y_B$

$\Rightarrow y_B = 1{,}5 \cdot (-2) - 2 = -5$

c)

Nullstelle:

$f(x) = 0 \Leftrightarrow 1{,}5x - 2 = 0 \Leftrightarrow 1{,}5x - 2 = 0 \mid +2$

$\Leftrightarrow \frac{3}{2}x = 2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x = 4 \mid :3 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3} \Rightarrow P_x\left(\frac{4}{3} \,\middle|\, 0\right)$

d)

$f(x) = 1{,}5x - 2 > 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x - 2 > 0 \mid +2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}x > 2 \mid \cdot \frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow x > \frac{4}{3} \Rightarrow$ Für $x > \frac{4}{3}$ ist $f(x) > 0$

e)

$f(x) = 1{,}5x - 2 \quad D_f = \mathbb{R}_+^* \quad \left(\mathbb{R}_+^* \text{ bedeutet } x > 0\right)$

$\Rightarrow f(x) > -2 \quad \Rightarrow \quad W_f = \{y \mid y = f(x) > -2\}$

f)

Verschiebubg in y - Richtung durch $N(4 \mid 0) \Rightarrow$ parallele Gerade

$g(x) = \frac{3}{2}x + a_0$ Punktprobe mit:

$N(4 \mid 0) :\Rightarrow g(4) = 0 \Leftrightarrow \frac{3}{2} \cdot 4 + a_0 = 0 \Leftrightarrow 6 + a_0 = 0 \mid -6 \Leftrightarrow a_0 = -6$

$g(x) = \frac{3}{2}x - 6$ verläuft parallel zu $f(x) = \frac{3}{2}x - 2$ durch $N(4 \mid 0)$

Beispiel	
Der Schnellimbiss „MC- Pommes“ benötigt für die Fritteusen täglich 19 kg frisches Fett. Momentan sind noch 250 kg im Lager vorhanden.	
a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf und zeichnen Sie den Graphen in ein geeignetes Koordinatensystem.
b)	Bei einem Lagerbestand von 95 kg soll der Filialleiter nachbestellen. Nach wie viel Tagen muss die Bestellung erfolgen?
c)	Wie lange reicht das Fett, wenn nicht nachbestellt wird?

Lösung

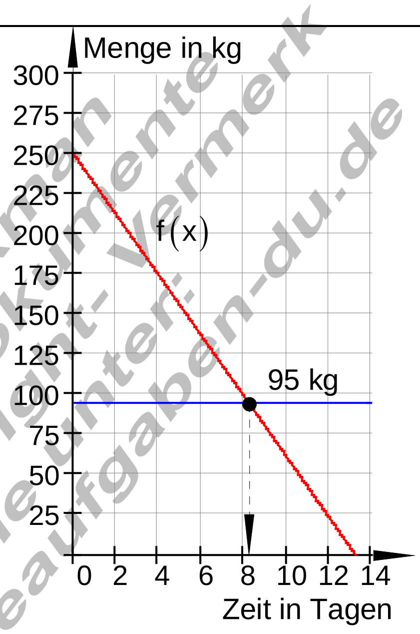
a) Die unabhängige Variable x steht für die Zeit in Tagen.
Die abhängige Variable f(x) steht für die verbleibende Menge Fett in kg.
Der Anfangswert beträgt 250 kg.
Die Änderungsrate ist negativ und beträgt 19kg/Tag.

Da ein linearer Zusammenhang besteht gilt:

$f(x) = a_1x + a_0$ mit

$a_1 = -19$ und $a_0 = 250$ wird

$$\underline{\underline{f(x) = -19x + 250}}$$



b) Da bei 95 kg nachbestellt werden soll, gilt der Ansatz:

$$f(x) = 95 \Leftrightarrow -19x + 250 = 95 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = -95 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 155 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{155}{19} \approx 8{,}156$$

Die Bestellung muss in etwa 8 Tagen erfolgen.

c) Zu bestimmen ist der Schnittpunkt des Graphen mit der y- Achse:

$$f(x) = 0 \quad \Leftrightarrow -19x + 250 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow 19x - 250 = 0 \mid +250$$
$$\Leftrightarrow 19x = 250 \mid :19$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{250}{19} \approx 13{,}158$$

Das Fett reicht noch etwa 13 Tage.