

Mengen und Intervalle

Zahlenmengen

Eine Zahlenmenge ist eine Zusammenfassung von unterscheidbaren Zahlen. Mengen werden mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet.

Beispiel

$$M = \{2; 4; 6; 8; 10\}$$

2 ist ein Element von M $2 \in M$

6 ist ein Element von M $6 \in M$

3 ist kein Element von M $3 \notin M$

Schreibweise für Mengen

$A = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ aufzählende Darstellung

$A = \{x | 1 \leq x \leq 5\}_{\mathbb{N}}$ beschreibende Darstellung

in Worten: A ist die Menge aller x, für die gilt,
x ist eine natürliche Zahl von 1 bis 5

$B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{ \}$ **leere Menge**

Die leere Menge enthält kein Element.

Symbolik: $\{ \} = \emptyset$ äquivalente Schreibweise für leere Menge
 \wedge bedeutet logisches und

Besondere Zahlenmengen

Menge der **natürlichen** Zahlen $\mathbb{N} = \{0; 1; 2; 3 \dots\}$

Menge der natürlichen Zahlen **ohne Null** $\mathbb{N}^* = \{1; 2; 3 \dots\}$ * bedeutet **ohne Null**

Menge der **ganzen** Zahlen $\mathbb{Z} = \{\dots - 2; -1; 0; 1; 2; 3 \dots\}$

Menge der **rationalen** Zahlen
(Menge der Bruchzahlen) $\mathbb{Q} = \left\{ \frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}^* \right\}$

in Worten: Q ist die Menge aller Bruchzahlen $\frac{p}{q}$

für die gilt, $p \in \mathbb{Z}$ und $q \in \mathbb{N}^*$

Bei der Menge der **irrationalen** Zahlen sind die Elemente nicht als Bruch darstellbar.

$\sqrt{3}; \sqrt{\frac{5}{7}}; \pi; e; \log_3(2); \sin(27^\circ)$

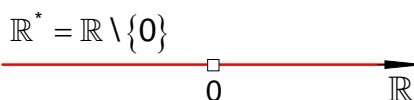
Für die Menge der irrationalen Zahlen gibt es kein genormtes Symbol.

Die Menge der **reellen** Zahlen Sie besteht aus der Menge der rationalen und der Menge der irrationalen Zahlen.

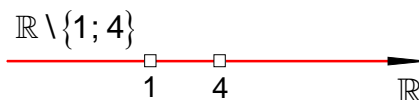
Symbol: \mathbb{R}

Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen

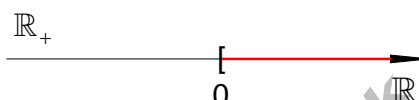
Menge der reellen Zahlen ohne Null



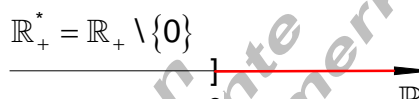
Menge der reellen Zahlen ohne 1 und 4



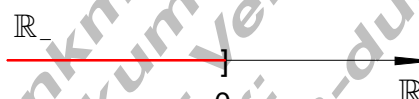
Menge der **positiven** reellen Zahlen mit Null



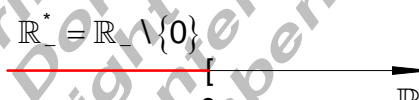
ohne Null



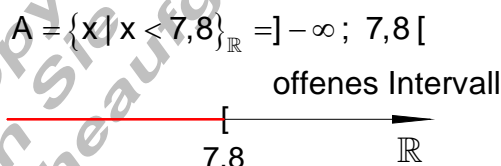
Menge der **negativen** reellen Zahlen mit Null



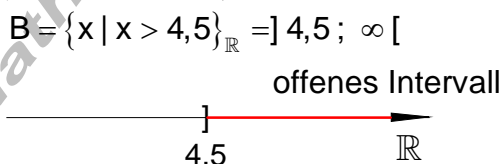
ohne Null



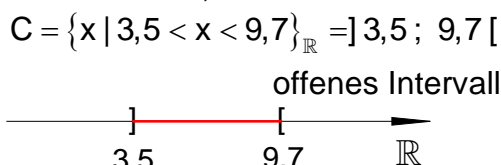
Menge A der reellen Zahlen, die **kleiner** sind als 7,8



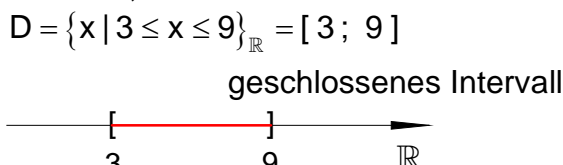
Menge B der reellen Zahlen, die **größer** sind als 4,5



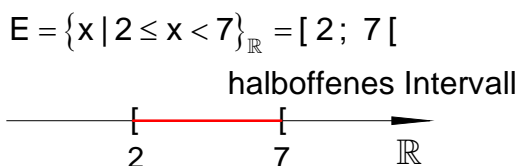
Menge C der reellen Zahlen, die **zwischen** 3,5 und 9,7 liegen. Die Zahlen 3,5 und 9,7 sind keine Elemente von C



Menge D der reellen Zahlen, **von 3 bis 9**
Die Zahlen 3 und 9 sind Elemente von D



Menge E der reellen Zahlen, die kleiner als 7 und größer oder gleich 2 sind

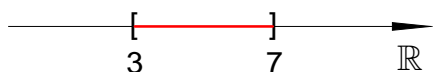


Verknüpfung von Mengen

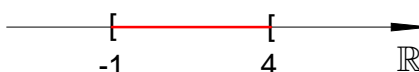
Die Schnittmenge von A und B

Gegeben sind die Mengen A und B

$$A = \{x \mid 3 \leq x \leq 7\}_{\mathbb{R}} = [3; 7]$$



$$B = \{x \mid -1 \leq x < 4\}_{\mathbb{R}} = [-1; 4[$$

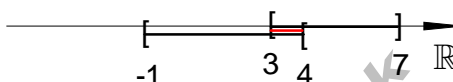


Die Schnittmenge von A und B

$$A \cap B \quad (\text{A geschnitten B})$$

$A \cap B$ enthält alle Elemente,
die in A und gleichzeitig in B liegen.

$x \in A \cap B$ heißt: x liegt in A und in B



$$A \cap B = [3; 4[$$

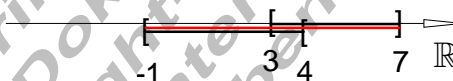
$$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$$

Die Vereinigungsmenge von A und B

$$A \cup B \quad (\text{A vereinigt B})$$

$A \cup B$ enthält alle Elemente,
die in A oder in B liegen.

$x \in A \cup B$ heißt: x liegt in A oder in B oder x liegt in beiden Mengen.



$$A \cup B = [-1; 7]$$

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$

Mengenzeichen

zwischen zwei Mengen

\cap geschnitten

\cup vereinigt

Logische Zeichen

zwischen zwei Aussageformen

\wedge logisches und

\vee logisches oder

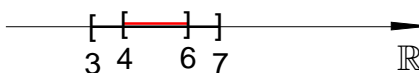
Die Teilmenge von A

Die gegebene Menge C ist eine
Teilmenge von A,
denn jedes Element von C befindet
sich auch in A

$$A = [3; 7]$$

$$C = \{x \mid 4 \leq x \leq 6\}_{\mathbb{R}} = [4; 6] \quad C \subseteq A$$

C ist eine Teilmenge von A



Die Differenzmenge zweier Mengen A und C

Die Differenzmenge von A und C
enthält alle Elemente von A,
die nicht in C liegen.

$A \setminus C$ in Worten: A ohne C

$x \in A \setminus C$ heißt: x liegt in A, aber nicht in C.

$$A = [3; 7] \quad C = [4; 6]$$

$$A \setminus C = [3; 7] \setminus [4; 6] = [3; 4[\cup]6; 7]$$

