Mengen und Intervalle

Zahlenmengen

Eine Zahlenmenge ist eine Zusammenfassung von unterscheidbaren Zahlen. Mengen werden mit großen lateinischen Buchstaben bezeichnet.

Beispiel

$M = \{2\,;4\,;6\,;8\,;10\}$

2 ist ein Element von M $\quad 2 \in M$

6 ist ein Element von M $\quad 6 \in M$

3 ist kein Element von M $\quad 3 \notin M$

Schreibweise für Mengen

$A = \{1;2;3;4;5\}$ aufzählende Darstellung

$A = \{x | 1 \le x \le 5\}_{\mathbb{N}}$ beschreibende Darstellung

in Worten: A ist die Menge aller x, für die gilt,
x ist eine natürliche Zahl von 1 bis 5

$B = \{x | x \in A \wedge x > 5\} = \{\ \}$ leere Menge

Die leere Menge enthält kein Element.

Symbolik: $\{\ \} = \varnothing$ äquivalente Schreibweise für leere Menge

$\wedge$ bedeutet logisches und

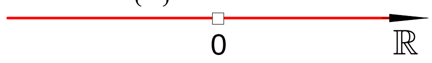
Besondere Zahlenmengen

Menge der **natürlichen** Zahlen	$\mathbb{N} = \{0\,;1;2\,;3\,....\}$
Menge der natürlichen Zahlen **ohne Null**	$\mathbb{N}^* = \{1;2\,;3\,....\}$ * bedeutet ohne Null
Menge der **ganzen** Zahlen	$\mathbb{Z} = \{...-2\,;-1;0\,;1;2\,;3\,....\}$
Menge der **rationalen** Zahlen (Menge der Bruchzahlen)	$\mathbb{Q} = \left\{\frac{p}{q} \mid p \in \mathbb{Z} \wedge q \in \mathbb{N}^*\right\}$ in Worten: Q ist die Menge aller Bruchzahlen $\frac{p}{q}$ für die gilt, $p \in \mathbb{Z}$ und $q \in \mathbb{N}^*$
Bei der Menge der **irrationalen** Zahlen sind die Elemente nicht als Bruch darstellbar.	$\sqrt{3}\,;\sqrt{\frac{5}{7}}\,;\pi\,;e\,;\log_3(2)\,;\sin(27^0)$ Für die Menge der irrationalen Zahlen gibt es kein genormtes Symbol.
Die Menge der **reellen** Zahlen	Sie besteht aus der Menge der rationalen und der Menge der irrationalen Zahlen. Symbol: $\mathbb{R}$

Intervalle als Teilmengen der reellen Zahlen

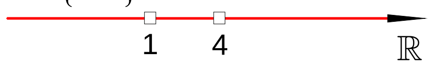
Menge der reellen Zahlen
ohne Null

$\mathbb{R}^* = \mathbb{R} \setminus \{0\}$



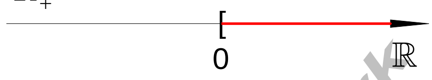
Menge der reellen Zahlen
ohne 1 und 4

$\mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$



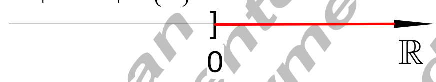
Menge der ***positiven*** reellen Zahlen
mit Null

$\mathbb{R}_+$



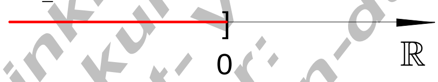
ohne Null

$\mathbb{R}_+^* = \mathbb{R}_+ \setminus \{0\}$



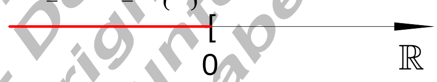
Menge der ***negativen*** reellen Zahlen
mit Null

$\mathbb{R}_-$



ohne Null

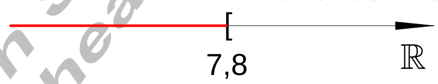
$\mathbb{R}_-^* = \mathbb{R}_- \setminus \{0\}$



Menge A der reellen Zahlen,
die **kleiner** sind als 7,8

$A = \{x \mid x < 7{,}8\}_{\mathbb{R}} =]-\infty;\ 7{,}8[$

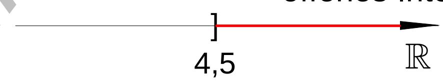
offenes Intervall



Menge B der reellen Zahlen,
die **größer** sind als 4,5

$B = \{x \mid x > 4{,}5\}_{\mathbb{R}} =]4{,}5;\ \infty[$

offenes Intervall



Menge C der reellen Zahlen,
die **zwischen** 3,5 und 9,7 liegen.
Die Zahlen 3,5 und 9,7 sind keine
Elemente von C

$C = \{x \mid 3{,}5 < x < 9{,}7\}_{\mathbb{R}} =]3{,}5;\ 9{,}7[$

offenes Intervall

Menge D der reellen Zahlen,
von 3 **bis** 9
Die Zahlen 3 und 9 sind Elemente von D

$D = \{x \mid 3 \le x \le 9\}_{\mathbb{R}} = [3;\ 9]$

geschlossenes Intervall

Menge E der reellen Zahlen,
die kleiner als 7 und
größer oder gleich 2 sind

$E = \{x \mid 2 \le x < 7\}_{\mathbb{R}} = [2;\ 7[$

halboffenes Intervall

Verknüpfung von Mengen

Die Schnittmenge von A und B

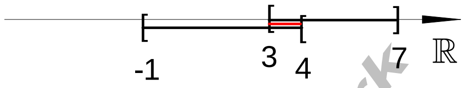
Gegeben sind die Mengen A und B

$A = \{x \mid 3 \le x \le 7\}_{\mathbb{R}} = [3\,;7]$

$B = \{x \mid -1 \le x < 4\}_{\mathbb{R}} = [-1;4[$

Die Schnittmenge von A und B

$A \cap B$ (A geschnitten B)



$A \cap B$ enthält alle Elemente,
die in A <u>und</u> gleichzeitig in B liegen.

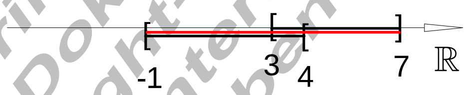
$A \cap B = [3\,;4[$

$A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

$x \in A \cap B$ heißt: x liegt in A <u>und</u> in B

Die Vereinigungsmenge von A und B

$A \cup B$ (A vereinigt B)



$A \cup B$ enthält alle Elemente,
die in A <u>oder</u> in B liegen.

$A \cup B = [-1;7]$

$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

$x \in A \cup B$ heißt: x liegt in A <u>oder</u> in B oder x liegt in beiden Mengen.

Mengenzeichen
zwischen zwei Mengen

$\cap$ geschnitten
$\cup$ vereinigt

Logische Zeichen
zwischen zwei Aussageformen

$\wedge$ logisches und
$\vee$ logisches oder

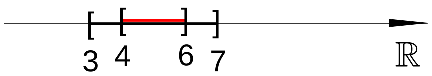
Die Teilmenge von A

Die gegebene Menge C ist eine Teilmenge von A,
denn jedes Element von C befindet sich auch in A

$A = [3\,;7]$

$C = \{x \mid 4 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}} = [4\,;6] \quad C \subseteq A$

C ist eine Teilmenge von A

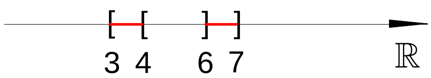


Die Differenzmenge zweier Mengen A und C

Die Differenzmenge von A und C
enthält alle Elemente von A,
die nicht in C liegen.
A\C in Worten: A ohne C

$A = [3\,;7] \quad C = [4\,;6]$

$A \setminus C = [3\,;7] \setminus [4\,;6] = [3\,;4[\cup]6\,;7]$



$x \in A \setminus C$ heißt: x liegt in A, aber nicht in C.