Lösungen Bedingte Wahrscheinlichkeit I

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

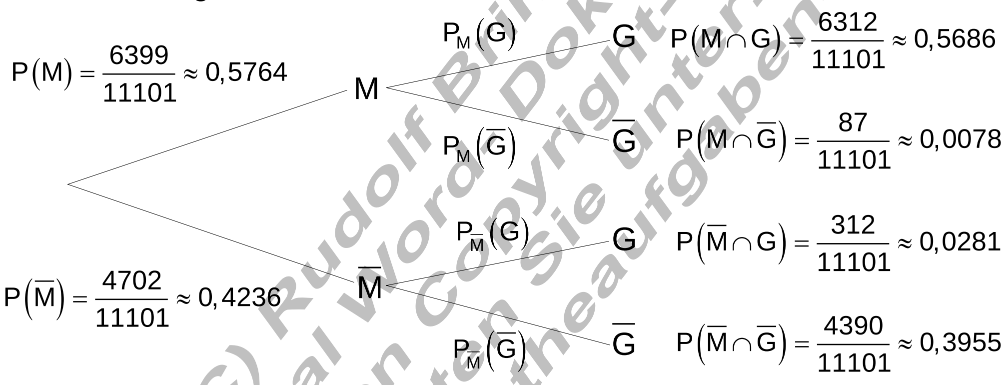
a) Die 4 – Feldtafel:

M: Medikament genommen $\overline{M}$: Placebo genommen

G: gesund geworden $\overline{G}$: nicht gesund geworden

	G	$\overline{G}$	
M	$\frac{6312}{11101} \approx 0{,}5686$	$\frac{87}{11101} \approx 0{,}0078$	$\frac{6399}{11101} \approx 0{,}5764$
$\overline{M}$	$\frac{312}{11101} \approx 0{,}0281$	$\frac{4390}{11101} \approx 0{,}3955$	$\frac{4702}{11101} \approx 0{,}4236$
	$\frac{6624}{11101} \approx 0{,}5967$	$\frac{4477}{11101} \approx 0{,}4033$	$\frac{11101}{11101} = 1$

Das Baumdiagramm:



A1 Ausführliche Lösung

b)

$$P_M(G) = \frac{P(M \cap G)}{P(M)} = \frac{\frac{6312}{11101}}{\frac{6399}{11101}} = \frac{6312}{6399} \approx 0{,}9864$$

Bei einer Person, von der man weiß, dass sie das Medikament eingenommen hat,
ist die Wahrscheinlichkeit 0,9864, dass sie gesund geworden ist.

A1 Ausführliche Lösung

c)

$$P_{\overline{M}}(\overline{G}) = \frac{P(\overline{M} \cap \overline{G})}{P(\overline{M})} = \frac{\frac{4390}{11101}}{\frac{4702}{11101}} = \frac{4390}{4702} \approx 0{,}9336$$

Bei einer Person, von der man weiß, dass sie ein Placebo eingenommen hat,
ist die Wahrscheinlichkeit 0,9336, dass sie nicht gesund geworden ist.

A2	Ausführliche Lösung	
	$A:$ Die Person ist geimpft $B:$ Die Person ist erkrankt	$\overline{A}:$ Die Person ist nicht geimpft $\overline{B}:$ Die Person ist nicht erkrankt
	$P(A)=\frac{600}{900}=0,\overline{6}$	Bei der zufälligen Auswahl einer Person ist die Wahrscheinlichkeit dafür, eine geimpfte Person zu finden 0,666...
	$P(B)=\frac{180}{900}=0,2$	Bei der zufälligen Auswahl einer Person ist die Wahrscheinlichkeit dafür, eine erkrankte Person zu finden 0,2.
	$P(A\cap B)=\frac{60}{900}=0,0\overline{6}$	Bei der zufälligen Auswahl einer Person ist die Wahrscheinlichkeit dafür, eine trotz Impfung erkrankte Person zu finden 0,06666...
	$P_A(B)=\frac{P(A\cap B)}{P(A)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{600}{900}}=\frac{60}{600}=0,1$	Eine Person, von der man weiß, dass sie geimpft wurde ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,1 dennoch erkrankt.
	$P_B(A)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{\frac{60}{900}}{\frac{180}{900}}=\frac{60}{180}=0,\overline{3}$	Eine Person, von der man weiß, dass sie erkrankt ist, wurde ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,333... geimpft.
	$P(\overline{A}\cap B)=\frac{120}{900}=0,1\overline{3}$	Bei der zufälligen Auswahl einer Person, ist die Wahrscheinlichkeit eine nicht geimpfte und auch erkrankte Person zu finden 0,1333...
	$P_{\overline{A}}(B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(\overline{A})}=\frac{\frac{120}{900}}{\frac{300}{900}}=\frac{120}{300}=0,4$	Eine Person, von der man weiß, dass sie nicht geimpft wurde ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 auch erkrankt.

A3	Ausführliche Lösung

a)
A: Person stammt aus den alten Bundesländern (West)
$\overline{A}$: Person stammt aus den neuen Bundesländern (Ost)
B: Person ist weiblich $\overline{B}$: Person ist männlich

Summe weiblich: $0,524 \cdot 244600 = 128170,4 \approx 128170$
Summe männlich: $244600 - 128170 = 116430$

x: Gesamtheit aller Absolventen aus West
$244600 - x$: Gesamtheit aller Absolventen aus Ost
Anzahl der Abiturientinnen aus West 50,8% von x.
Anzahl der Abiturientinnen aus Ost 59,1% von $(244600 - x)$.

$$\underbrace{0,508 \cdot x}_{\text{weiblich West}} + \underbrace{0,591 \cdot (244600 - x)}_{\text{weiblich Ost}} = \underbrace{128170}_{\text{Summe weiblich}}$$

$$0,508x + 0,591 \cdot 244600 - 0,591x = 128170 \,|\, -0,591 \cdot 244600$$
$$\Leftrightarrow -0,083x = -16388,6 \,|\, : (-0,083)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{-16388,6}{-0,083} = 197453,012 \approx 197453$$

Gesamtheit aller Absolventen aus West.

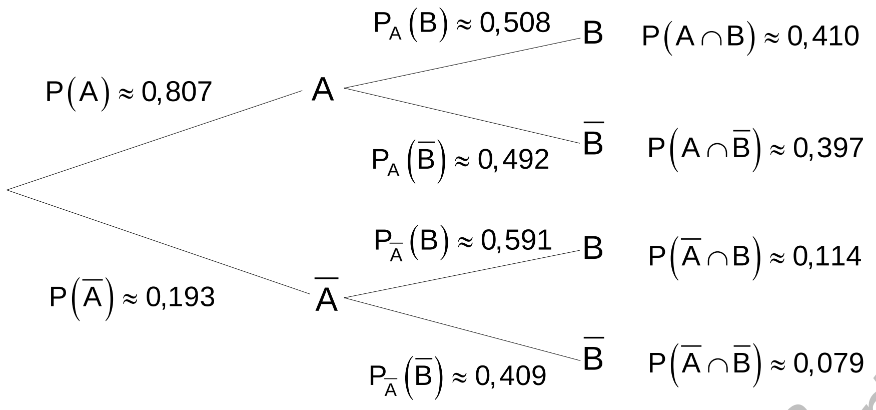
weiblich West: $0,508 \cdot x = 0,508 \cdot 197453 = 100306,124 \approx 100306$
weiblich Ost: $128170 - 100306 = 27864$
männlich West: $197453 - 100306 = 97147$
männlich Ost: $116430 - 97147 = 19283$

Die $4-$Feldtafel:

	B (weiblich)	$\overline{B}$ (männlich)	
A (West)	100306	97147	197453
$\overline{A}$ (Ost)	27864	19283	47147
	128170	116430	244600

A3 Ausführliche Lösung

b)



Berechnung aller für den Baum relevanten Wahrscheinlichkeiten.

$$P(A) = \frac{197453}{244600} \approx 0{,}807 \qquad P(\overline{A}) = \frac{47147}{244600} \approx 0{,}193$$

$$P(A \cap B) = \frac{100306}{244600} \approx 0{,}410 \qquad P(A \cap \overline{B}) = \frac{97147}{244600} \approx 0{,}397$$

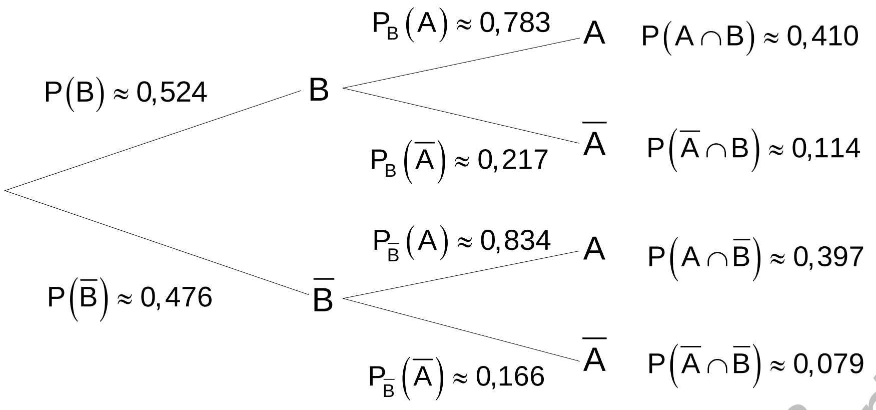
$$P(\overline{A} \cap B) = \frac{27864}{244600} \approx 0{,}114 \qquad P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \frac{19283}{244600} \approx 0{,}079$$

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{100306}{197453} \approx 0{,}508 \qquad P_A(\overline{B}) = \frac{P(A \cap \overline{B})}{P(A)} = \frac{97147}{197453} \approx 0{,}492$$

$$P_{\overline{A}}(B) = \frac{P(\overline{A} \cap B)}{P(\overline{A})} = \frac{27864}{47147} \approx 0{,}591 \qquad P_{\overline{A}}(\overline{B}) = \frac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{A})} = \frac{19283}{47147} \approx 0{,}409$$

A3 Ausführliche Lösung

c)



Berechnung aller für den Baum relevanten Wahrscheinlichkeiten.

$P(B) = \dfrac{128170}{244600} \approx 0{,}524 \qquad P(\overline{B}) = \dfrac{116430}{244600} \approx 0{,}476$

$P_B(A) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)} = \dfrac{100306}{128170} \approx 0{,}783 \qquad P_B(\overline{A}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap B)}{P(B)} = \dfrac{27864}{128170} \approx 0{,}217$

$P_{\overline{B}}(A) = \dfrac{P(A \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{97147}{116430} \approx 0{,}834 \qquad P_{\overline{B}}(\overline{A}) = \dfrac{P(\overline{A} \cap \overline{B})}{P(\overline{B})} = \dfrac{19283}{116430} \approx 0{,}166$

A3 Ausführliche Lösung

d)

(1)	$P(\overline{A}) \approx 0{,}193$	Die zufällig ausgewählte Person stammt mit einer Wahrscheinlichkeit von 19,3% aus den neuen Bundesländern (Ost).
(2)	$P(B) \approx 0{,}524$	Die zufällig ausgewählte Person ist mit einer Wahrscheinlichkeit von 52,4% weiblich.
(3)	$P_{\overline{A}}(\overline{B}) \approx 0{,}409$	Wenn man weiß, dass die zufällig ausgewählte Person aus den neuen Bundesländern stammt, dann ist diese mit einer Wahrscheinlichkeit von 40,9% männlich.
(4)	$P_B(A) \approx 0{,}783$	Wenn man weiß, dass die zufällig ausgewählte Person weiblich ist, dann stammt sie mit einer Wahrscheinlichkeit von 78,3% aus den alten Bundesländern (West).