

Lösungen Mittelwert, Median II

Ergebnisse:

E1	Ergebnis
	a) Notendurchschnitt 2,6
	b) Säulendiagramm siehe ausführliche Lösung.
	c) Kreisdiagramm siehe ausführliche Lösung.
E2	Ergebnis
	Modus und Median bleiben unverändert. Der Mittelwert ändert sich von 325 € auf 550 €
E3	Ergebnis
	a) $\bar{x} = 1150$; $x_{\text{Med}} = 950$; $x_{\text{Mod}} = 800$
	b) Die Lagemaße unterscheiden sich voneinander.
	c) Der Median charakterisiert die Stichprobe am besten.
E4	Ergebnis
	a) Stängel- Blatt- Diagramm siehe ausführliche Lösung.
	b) Der Median von Typ A liegt höher.
	c) Typ A und Typ B haben den gleichen Mittelwert (8,1).
	d) Die mittlere Abweichung von Typ A (0,44) ist höher als die von Typ B (0,32).
E5	Ergebnis
	$\bar{x} = 8,36$; $x_{\text{Med}} = 8$; Quartilsabstand : $Q_A = 5$
E6	Ergebnis
	männlich weiblich
	Spannweite : $R = 24$ Spannweite : $R = 13$
	Median : $x_{\text{Med}} = 70$ Median : $x_{\text{Med}} = 70$
	Q – Abstand : $Q_A = 8$ Q – Abstand : $Q_A = 9$
	Boxplott siehe ausführliche Lösung.
	Vergleich der Darstellungen siehe ausführliche Lösungen.

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	a) Notendurchschnitt $= \frac{4 \cdot 1 + 8 \cdot 1,5 + 10 \cdot 2 + 12 \cdot 2,5 + 15 \cdot 3 + 4 \cdot 3,5 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 4,5 + 2 \cdot 5}{60} = \underline{\underline{2,6}}$

A1	Ausführliche Lösung																								
	b) Klasseneinteilung/absolute Häufigkeit: <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <thead> <tr> <th>Klasse</th> <th>$1 \leq x < 2$</th> <th>$2 \leq x < 3$</th> <th>$3 \leq x < 4$</th> <th>$4 \leq x < 5$</th> <th>$5 \leq x \leq 6$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>abs. Häufigkeit</td> <td>12</td> <td>22</td> <td>19</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table> <p>Säulendiagramm:</p> <table border="1" style="margin-left: 20px; margin-top: 10px;"> <caption>Data for Säulendiagramm</caption> <thead> <tr> <th>Klassen</th> <th>abs. Häufigkeit</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1 bis unter 2</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>2 bis unter 3</td> <td>22</td> </tr> <tr> <td>3 bis unter 4</td> <td>19</td> </tr> <tr> <td>4 bis unter 5</td> <td>5</td> </tr> <tr> <td>5 bis 6</td> <td>2</td> </tr> </tbody> </table>	Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$	abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2	Klassen	abs. Häufigkeit	1 bis unter 2	12	2 bis unter 3	22	3 bis unter 4	19	4 bis unter 5	5	5 bis 6	2
Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$																				
abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2																				
Klassen	abs. Häufigkeit																								
1 bis unter 2	12																								
2 bis unter 3	22																								
3 bis unter 4	19																								
4 bis unter 5	5																								
5 bis 6	2																								

A1	Ausführliche Lösung																		
c)	<p>Klasseneinteilung/relative Häufigkeit:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Klasse</th> <th>$1 \leq x < 2$</th> <th>$2 \leq x < 3$</th> <th>$3 \leq x < 4$</th> <th>$4 \leq x < 5$</th> <th>$5 \leq x \leq 6$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>abs. Häufigkeit</td> <td>12</td> <td>22</td> <td>19</td> <td>5</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>rel. Häufigkeit</td> <td>20%</td> <td>36,7%</td> <td>31,7%</td> <td>8,3%</td> <td>3,3%</td> </tr> </tbody> </table> <p>Detailed description of the pie chart: The chart is divided into five segments. The largest segment, colored dark red, represents the class '2 bis unter 3' with 37%. The next largest, colored yellow, represents '3 bis unter 4' with 32%. A blue segment represents '1 bis unter 2' with 20%. A light blue segment represents '4 bis unter 5' with 8%. The smallest segment, colored purple, represents '5 bis 6' with 3%.</p>	Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$	abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2	rel. Häufigkeit	20%	36,7%	31,7%	8,3%	3,3%
Klasse	$1 \leq x < 2$	$2 \leq x < 3$	$3 \leq x < 4$	$4 \leq x < 5$	$5 \leq x \leq 6$														
abs. Häufigkeit	12	22	19	5	2														
rel. Häufigkeit	20%	36,7%	31,7%	8,3%	3,3%														

A2	Ausführliche Lösung
	<p>Der Modus ist der Wert, der am häufigsten vorkommt, das sind die 325 € mit der absoluten Häufigkeit 10. Er bleibt unverändert. Auch der Median bleibt unverändert, die 2800 € liegen weit außerhalb der Mitte. Der Mittelwert ändert sich von 325 € auf $(3250 € + 2800 €) / 11 = \underline{550 €}$</p>

A3 Ausführliche Lösung																											
a)	<p>arithmetisches Mittel: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$ mit $n = 13$ gilt:</p> $\bar{x} = \frac{1300 + 1200 + 1400 + 700 + 200 + 750 + 1450 + 1500 + 800 + 800 + 950 + 900 + 3000}{13}$ $= \frac{14950}{13} = 1150$ <p>Die durchschnittlichen Ausgaben betragen $\bar{x} = 1150 \text{ €}$</p> <p>Median: Die Daten werden nach der Größe sortiert:</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>x_1</th> <th>x_2</th> <th>x_3</th> <th>x_4</th> <th>x_5</th> <th>x_6</th> <th>x_7</th> <th>x_8</th> <th>x_9</th> <th>x_{10}</th> <th>x_{11}</th> <th>x_{12}</th> <th>x_{13}</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>200</td> <td>700</td> <td>750</td> <td>800</td> <td>800</td> <td>900</td> <td>950</td> <td>1200</td> <td>1300</td> <td>1400</td> <td>1450</td> <td>1500</td> <td>3000</td> </tr> </tbody> </table> <p>$n = 13$ ist ungerade $\Rightarrow x_{\text{Med}} = x_{\frac{n+1}{2}} = x_7 = 950$</p> <p>Der Median bildet das Zentrum der geordneten Daten (Ausgaben) $x_{\text{Med}} = 950 \text{ €}$</p> <p>Der Modus ist der Wert mit der größten Häufigkeit: $x_{\text{Mod}} = 800 \text{ €}$ (Häufigkeit = 2)</p>	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	200	700	750	800	800	900	950	1200	1300	1400	1450	1500	3000
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}															
200	700	750	800	800	900	950	1200	1300	1400	1450	1500	3000															
b)	Die Lagemaße unterscheiden sich voneinander, weil die Ausgaben ungleich verteilt sind (Ausreißer 3000 €).																										
c)	Der Median charakterisiert die Stichprobe am besten, da er gegen Ausreißer unempfindlich ist.																										

A4 Ausführliche Lösung																																																						
a)	<p>Stängel - Blatt - Diagramm</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th colspan="6">Typ A</th> <th colspan="6">Typ B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>7</td> <td>0</td> <td>4</td> <td>8</td> <td>9</td> <td></td> <td>7</td> <td>6</td> <td>7</td> <td>8</td> <td>8</td> <td>9</td> <td>9</td> </tr> <tr> <td>8</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>6</td> <td>8</td> <td>1</td> <td>3</td> <td>4</td> <td>5</td> <td>5</td> <td>7</td> </tr> <tr> <td>9</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td>3</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	Typ A						Typ B						7	0	4	8	9		7	6	7	8	8	9	9	8	0	2	2	3	4	6	8	1	3	4	5	5	7	9				3									
Typ A						Typ B																																																
7	0	4	8	9		7	6	7	8	8	9	9																																										
8	0	2	2	3	4	6	8	1	3	4	5	5	7																																									
9				3																																																		

A4 Ausführliche Lösung					
b)	<p>Median</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>Typ A</th> <th>Typ B</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$x_{\text{Med}} = x_6 = 8,2$</td> <td>$x_{\text{Med}} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$</td> </tr> </tbody> </table> <p>Der Median von Typ A liegt höher.</p>	Typ A	Typ B	$x_{\text{Med}} = x_6 = 8,2$	$x_{\text{Med}} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$
Typ A	Typ B				
$x_{\text{Med}} = x_6 = 8,2$	$x_{\text{Med}} = \frac{x_6 + x_7}{2} = \frac{7,9 + 8,1}{2} = 8$				

A4	Ausführliche Lösung
	<p>c) Mittelwerte:</p> <p>Typ A: $\bar{x}_A = \frac{7,0 + 7,4 + 7,8 + 7,9 + 8,0 + 16,4 + 8,3 + 8,4 + 8,6 + 9,3}{11} = \frac{89,1}{11} = \underline{\underline{8,1}}$</p> <p>Typ B: $\bar{x}_B = \frac{7,6 + 7,7 + 15,6 + 15,8 + 8,1 + 8,3 + 8,4 + 17 + 8,7}{12} = \frac{97,2}{12} = \underline{\underline{8,1}}$</p> <p>Typ A und Typ B haben den gleichen Mittelwert: $\bar{x} = \frac{8,1 \text{ Liter}}{100 \text{ km}}$</p>

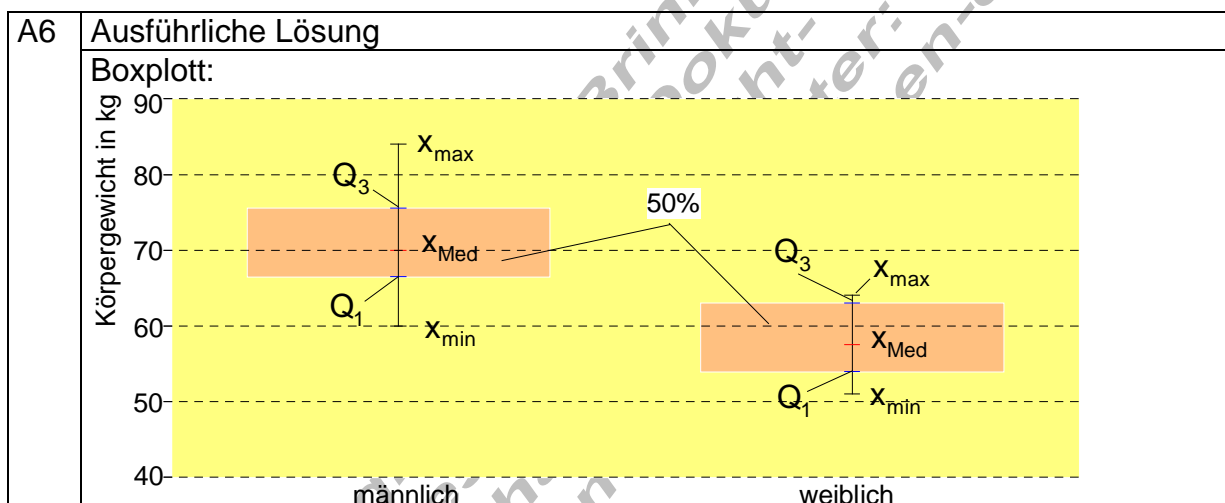
A4 d) Ausführliche Lösung					
Typ A			Typ B		
Verbrauch	Mittelwert	Abweichung	Verbrauch	Mittelwert	Abweichung
7,0	8,1	1,1	7,6	8,1	0,5
7,4	8,1	0,7	7,7	8,1	0,4
7,8	8,1	0,3	7,8	8,1	0,3
7,9	8,1	0,2	7,8	8,1	0,3
8,0	8,1	0,1	7,9	8,1	0,2
8,2	8,1	0,1	7,9	8,1	0,2
8,2	8,1	0,1	8,1	8,1	0,0
8,3	8,1	0,2	8,3	8,1	0,2
8,4	8,1	0,3	8,4	8,1	0,3
8,6	8,1	0,5	8,5	8,1	0,4
9,3	8,1	1,2	8,5	8,1	0,4
Summe der Abweichungen		4,80	8,7	8,1	0,6
			Summe der Abweichungen		3,8
Mittlere Abweichung 4,8:11 =		0,44	Mittlere Abweichung 3,8:12 =		0,32

Die mittlere Abweichung bei Typ A ist höher.

Die Werte bei Typ B scharen sich mehr um den Mittelwert.

A5	Ausführliche Lösung
	<p>Mittelwert: $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$ mit $n = 11$ gilt:</p> <p>$\bar{x} = \frac{1}{11} (3 + 8 + 12 + 5 + 7 + 8 + 9,5 + 11 + 14 + 6 + 8,5) = \frac{92}{11} = \underline{\underline{8,36}}$</p> <p>Die Daten werden nach Größe geordnet:</p> <p>3 5 <u>6</u> 7 8 <u>8</u> 8,5 9,5 <u>11</u> 12 14</p> <p style="text-align: center;">$\underbrace{\quad}_{Q_1}$ $\underbrace{\quad}_{x_{Med}}$ $\underbrace{\quad}_{Q_3}$</p> <p>Median: $x_{Med} = x_6 = \underline{\underline{8}}$</p> <p>Quartil 1: $Q_1 = x_3 = \underline{\underline{6}}$ Quartil 3: $Q_3 = x_9 = \underline{\underline{11}}$</p> <p>Quartilsabstand: $Q_A = Q_3 - Q_1 = 11 - 6 = \underline{\underline{5}}$</p> <p>Ca. 50% der Daten liegen zwischen den Werten 6 und 11.</p>

A6	Ausführliche Lösung	
	Spannweite und Median:	
	männlich	weiblich
	6 0 7 7 8 8 7 0 0 2 3 5 6 8 8 4	5 1 1 2 4 5 7 8 9 6 0 3 3 3 4
Spannweite:	$R = 84 - 60 = \underline{\underline{24}}$	$R = 64 - 51 = \underline{\underline{13}}$
Median:	$x_{\text{Med}} = x_7 = \underline{\underline{70}}$	$x_{\text{Med}} = \frac{x_7 + x_8}{2} = \frac{57 + 58}{2} = \underline{\underline{77,5}}$
Quartile:	$Q_1 = \frac{x_3 + x_4}{2} = \frac{67 + 68}{2} = \underline{\underline{67,5}}$	$Q_1 = x_4 = \underline{\underline{54}}$
	$Q_3 = \frac{x_{10} + x_{11}}{2} = \frac{75 + 76}{2} = \underline{\underline{75,5}}$	$Q_3 = x_{11} = \underline{\underline{63}}$
Q - Abstand:	$Q_A = Q_3 - Q_1 = 75,5 - 67,5 = \underline{\underline{8}}$	$Q_A = Q_3 - Q_1 = 63 - 54 = \underline{\underline{9}}$



A6	Ausführliche Lösung
	<p>Vergleich der Darstellungen:</p> <p>Bei den Schülern liegt der Median viel höher als bei den Schülerinnen, sie bringen einfach mehr Gewicht auf die Waage. Der 50% - Bereich ist geringer, dafür ist die Spannweite fast doppelt so groß.</p>