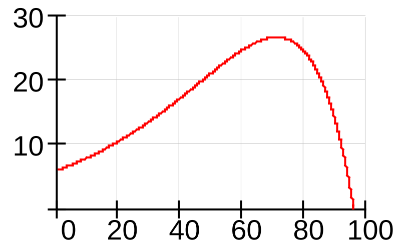
Aufgaben Differenzial- und Integralrechnung zur Vorbereitung einer Klassenarbeit III

1. Gegeben ist die Funktion

$$f(x) = 6e^{\frac{1}{25}x} - \frac{1}{16}x \cdot e^{\frac{1}{25}x}$$

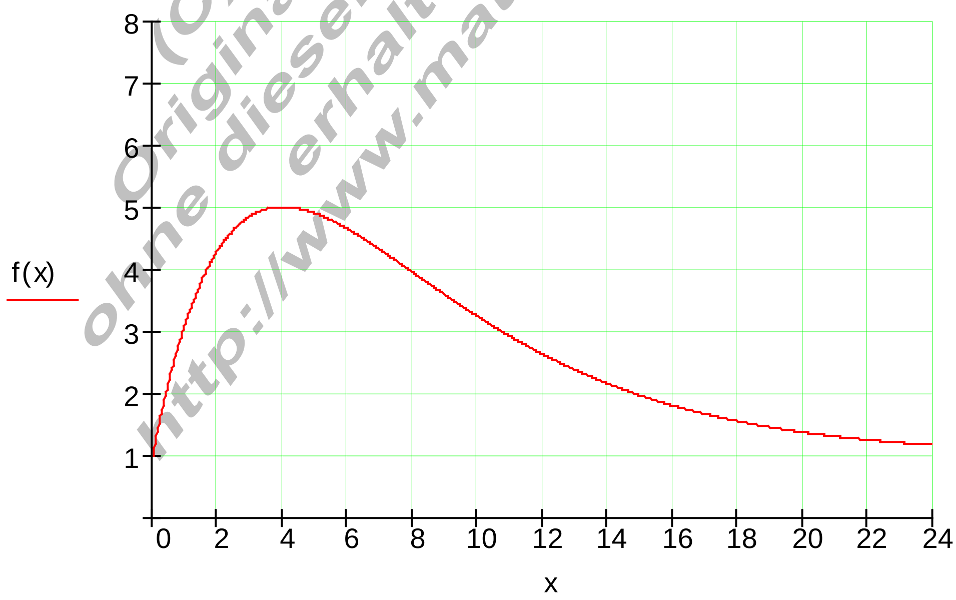
Der Graph von f(x) beschreibt die Förderung von Bodenschätzen.
Im Jahre x = 0 (1900) wurde mit der industriellen Förderung begonnen.
f(x) gibt die geförderte Menge in 1000 Tonnen pro Jahr an.



a)	Wie hoch war die jährliche Förderung zu Beginn der Aufzeichnungen?
b)	In welchem Jahr wurde die Förderung eingestellt?
c)	In welchem Jahr war die Förderung maximal? Wie hoch war sie?
d)	In welchem Jahr war der Fördermengenzuwachs am größten?
e)	Wie viel Bodenschätze wurden insgesamt gefördert?
f)	Wie hoch war die durchschnittliche Fördermenge?

2. Nach einer Operation erhält ein Patient eine Infusion. Die Abbildung zeigt die Dosierung eines Medikamentes über einen Zeitraum von 24 Stunden. Dosierung bedeutet: Zufuhr pro Zeit in mg/h. Begonnen wird mit einer Dosierung von 1 mg/h.

a)	Beschreiben Sie den Verlauf der Dosierung.
b)	Der Verlauf der Dosierung soll mit einer Exponentialfunktion $f(x) = n_0 + a \cdot x \cdot e^{k \cdot x}$ modelliert werden. Berechnen Sie geeignete Werte für a und k, wenn nach x = 4 Stunden eine maximale Dosierung von 5 mg/h eingestellt ist. Wie lautet die Funktionsgleichung?
c)	Zu welchem Zeitpunkt ist die Abnahme der Dosierung am stärksten?
d)	Berechnen Sie die Menge des verabreichten Medikamentes, wenn die Infusion 24 Stunden durchgeführt wird.



Anforderungen: e – Funktionen, Ableitung, Extremwerte, Wendepunkt, partielle Integration, bestimmtes Integral.

3. Entnimmt man Gefriergut aus der Kühltruhe, so erwärmt es sich.
Der Erwärmungsvorgang lässt sich durch folgende Funktionsgleichung beschreiben:

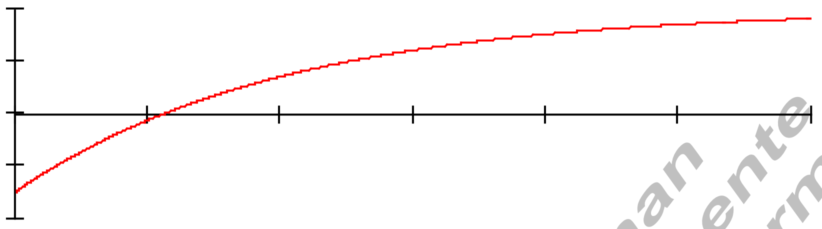
$f(x) = 20 - 35 \cdot e^{-\frac{1}{40}x}$ für $x > 0$ sowie x in Minuten und $f(x)$ in Grad Celsius.

a) Bis auf welche Temperatur erwärmt sich das Gefriergut maximal?

b) Nach welcher Zeit wird die Temperatur Null Grad Celsius erreicht?

c) Zu welchem Zeitpunkt ist die Temperaturzunahme am größten?

d) Bestimmen Sie die durchschnittliche Temperatur für die Zeit von der 30. bis zur 90. Minute.



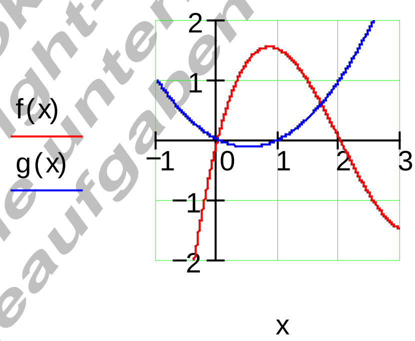
4. Gegeben sind die Funktionen

$f(x) = \frac{1}{2}x^3 - 3x^2 + 4x$

und

$g(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}x$

Berechnen Sie die Maßzahl der Fläche, die den Punkt D (1 | 1) enthält.



5. Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x \cdot e^{-x}$

a) Zeichnen Sie den Graphen für [-1 ; 5] in ein Koordinatensystem.

b) Berechnen Sie den Hochpunkt.

c) Berechnen Sie den Wendepunkt.

d) Bestimmen Sie die Gleichung der Wendetangente.

e) Berechnen Sie das Integral $\int_0^{\infty} f(x)\,dx$

6. Eine zur y- Achse symmetrische ganzrationale Funktion 4. Grades verläuft durch die Punkte: $P_1(0\,|\,8);\ P_2\left(1\,\middle|\,\frac{57}{10}\right);\ P_3\left(4\,\middle|\,-\frac{24}{5}\right)$

a) Stellen Sie die Funktionsgleichung auf.

b) Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte.

c) Berechnen Sie die Extrempunkte und den Wendepunkt.

d) Zeichnen Sie den Graphen.

e) Berechnen Sie das Integral $\int_{-2}^{2} f(x)\,dx$