Aufgaben Differenzial- und Integralrechnung zur Vorbereitung einer Klassenarbeit I

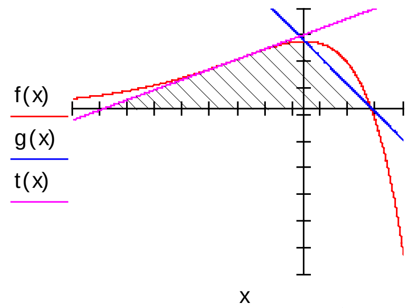
1.

Berechnen Sie die Fläche des gekennzeichneten Dreiecks, wenn

$f(x) = (2-x)e^{\frac{1}{2}x}$ ist.

g(x) ist die Gerade durch die Achsenschnittpunkte von f(x).

t(x) ist die Wendetangente von f(x).



Anforderungen: Achsenschnittpunkte, Wendepunkt, Wendetangente, Geradenschnittpunkt.

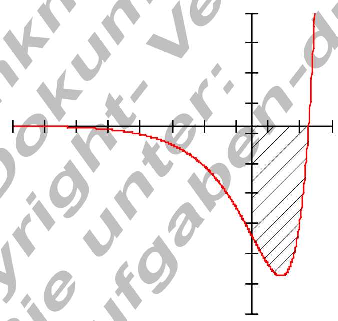
2.

Gegeben ist die Funktion

$f(x) = e^{2x} - 4 \cdot e^{x}$

Bestimmen Sie:
- die Achsenschnittpunkte
- den Tiefpunkt
- den Wendepunkt

Berechnen Sie die gekennzeichnete Fläche



Anforderungen: Exponentialgleichung, Extremwerte, Integration durch Substitution

3.

Gegeben ist die Funktion $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x} + \frac{1}{2} \cdot e^{\frac{1}{2}x}$

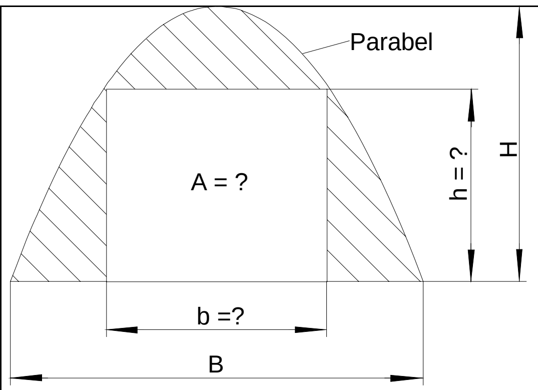
a) Stellen Sie für [-4 ; 5] eine Wertetabelle auf und skizzieren Sie den Graphen. Kennzeichnen Sie die Fläche unter dem Graphen zwischen der y – Achse, der Parallelen zur y – Achse durch den Tiefpunkt und der x – Achse.

b) Berechnen Sie das relative Minimum T (x_e | $f(x_e)$).

c) Berechnen Sie die unter a) gekennzeichnete Fläche.

4.

In einer parabelförmigen Giebelwand soll ein rechteckiges Fenster eingelassen werden, das bis zum Boden reicht. Giebelmaße: B = 4 m, H = 4 m



a) Welche Maße muss das Fenster haben (Breite und Höhe), damit die Fensterfläche maximal wird? Wie groß ist die Fensterfläche?

b) Die restliche Fläche der Giebelwand soll gestrichen werden. Wie groß ist diese Fläche?

Anforderungen: Scheitelpunktgleichung, Extremwertberechnung, Bestimmtes Integral, Wurzelgesetze.

5. Gegeben ist die Funktion:

$$f(x) = e^{2-x} + \frac{1}{4}x + 1 \qquad x \in \mathbb{R}$$

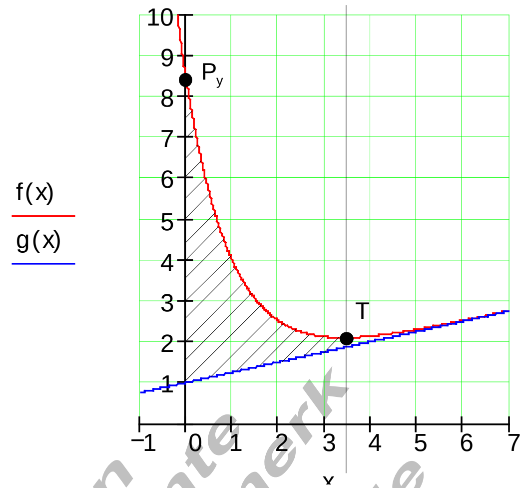
a) Berechnen Sie den Schnittpunkt von f(x) mit der y – Achse.

b) Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden g(x). Welche Bedeutung hat diese Gerade?

c) Berechnen Sie den Tiefpunkt T (x_e | $f(x_e)$)

d) Berechnen Sie die gekennzeichnete Fläche

e) Auf welchen Wert ändert sich die Fläche, wenn die rechte Grenze gegen unendlich geht.



Anforderungen: e-Funktionen, Achsenschnittpunkte, Ableitung, Extrempunkte, Fläche, Integration, uneigentliches Integral.

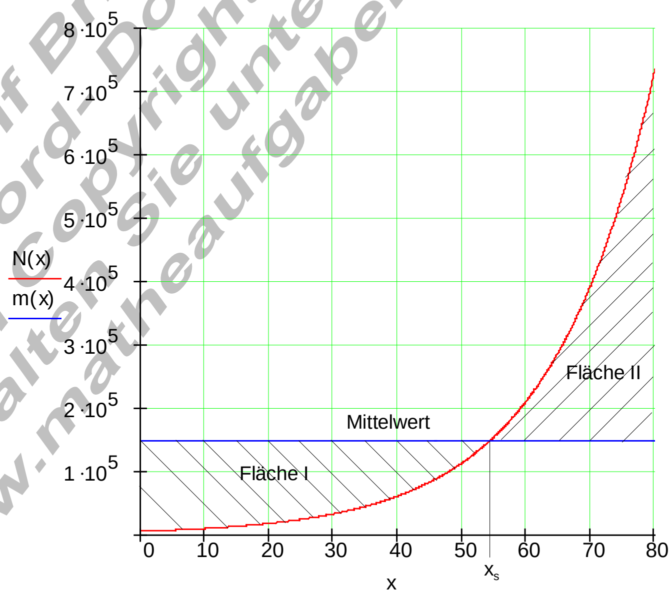
6. Eine Bakterienkultur wächst exponentiell. Innerhalb von 48 Stunden hat sich die Zahl der Bakterien von 5000 auf 100000 vermehrt. (t bzw. x , Zeit in Stunden)

a) Bestimmen Sie die Wachstumsfunktion

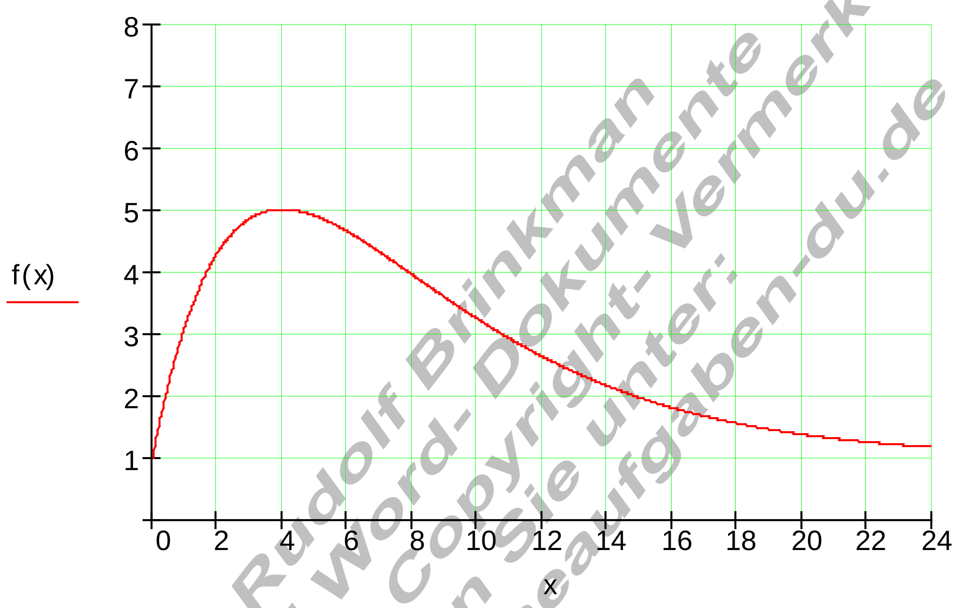
b) Innerhalb welcher Zeit verdoppelt sich die Anzahl der Bakterien?

c) Bilden Sie den Mittelwert der Bakterienanzahl über die ersten 80 Stunden.

d) In nebenstehender Grafik ist der Verlauf des Graphen der Wachstumsfunktion N(x) und deren Mittelwert m(x) abgebildet. Zeigen Sie, dass beide gekennzeichneten Flächen gleich groß sind. Erklären Sie, warum das so sein muss.



Anforderungen: e – Funktionen, Potenzgesetze, Logarithmengesetze, Exponentialgleichung, Mittelwert, bestimmtes Integral.

7.	Nach einer Operation erhält ein Patient eine Infusion. Die Abbildung zeigt die Dosierung eines Medikamentes über einen Zeitraum von 24 Stunden. Dosierung bedeutet: Zufuhr pro Zeit in mg/h. Begonnen wird mit einer Dosierung von 1 mg/h.	
	a)	Beschreiben Sie den Verlauf der Dosierung.
	b)	Der Verlauf der Dosierung soll mit einer Exponentialfunktion $f(x) = n_0 + a \cdot x \cdot e^{k \cdot x}$ modelliert werden. Berechnen Sie geeignete Werte für a und k, wenn nach x = 4 Stunden eine maximale Dosierung von 5 mg/h eingestellt ist. Wie lautet die Funktionsgleichung?
	c)	Zu welchem Zeitpunkt ist die Abnahme der Dosierung am stärksten?
	d)	Berechnen Sie die Menge des verabreichten Medikamentes, wenn die Infusion 24 Stunden durchgeführt wird. 
	Anforderungen: e – Funktionen, Ableitung, Extremwerte, Wendepunkt, partielle Integration, bestimmtes Integral.	