

Aufgaben Differenzialrechnung zur Vorbereitung der Klassenarbeit VI

1.	Theoriefragen.	
a)	Was verstehen Sie unter der Steigung eines Funktionsgraphen in einem Punkt?	
b)	Beschreiben Sie anschaulich (Skizze) und mit Worten, wie man bei einem Graphen von der Sekantensteigung zur Tangentensteigung gelangt.	
c)	Welche Bedeutung hat die erste Ableitung einer Funktion an der Stelle x_0 ?	
d)	Warum nennt man die Ableitungsfunktion auch Steigungsfunktion?	

2.	Leiten Sie folgende Funktionen 3 mal ab.		
a)	$f(x) = 3x + 4$	b)	$f(x) = 2x - 4 + x^3 - 5x + 4x^3$
c)	$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + x + 1$	d)	$f(x) = (2x + 1)^3$
e)	$f(x) = x - x^4 + 3 + x$	f)	$f(x) = 1 - 2x - 3x - 4x + x^4$
g)	$f(x) = a + b + c^2 - x - ax - bx - cx^3 - c^3x$	h)	$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 2$
i)	$f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$	j)	$f(x) = (a^2 + x^2)(a^2 - x^2)$

3.	Gegeben ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades: $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$	
a)	Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion $f'(x)$	
b)	Leiten Sie die Funktion $f'(x)$ noch mal ab, so dass daraus die Funktion $f''(x)$ entsteht.	
c)	Berechnen Sie die fehlenden Werte der Wertetabelle.	
d)	Zeichnen Sie die Graphen von $f(x)$; $f'(x)$; und $f''(x)$ in ein geeignetes Koordinatensystem.	

Wertetabelle:

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	-7	-0,38		3,88	3	1,13		-2,63	-3	-1,38	3
f'(x)	17	9,75	4	-0,25		-4,25	-4	-2,25		5,75	12
f''(x)	-16	-13	-10	-7		-1	2		8	11	14

4.	Skizzieren Sie unterhalb des Funktionsgraphen den Graphen der Ableitungsfunktion und markieren Sie in beiden Graphen die charakteristischen Punkte.
----	---

5.	Leiten Sie folgende Funktionen 3 mal ab.		
a)	$f(x) = 3x + 4$	b)	$f(x) = 2x - 4 + x^3 - 5x + 4x^3$
c)	$f(x) = 3x^3 + 2x^2 + x + 1$	d)	$f(x) = x - x^4 + 3 + x$
e)	$f(x) = 1 - 2x - 3x - 4x + x^4$	f)	$f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 5x - 2$

6.	Gegeben sind folgende rationale Funktionen:		
6.1	$f(x) = 2x^3 - 6x$	6.2	$f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4$
6.3	$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10}$	6.4	$f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$
a)	Machen Sie eine Aussage über das Symmetrieverhalten.		
b)	Berechnen Sie die Punkte mit waagerechten Tangenten.		
c)	Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte.		
d)	Berechnen Sie einige Funktionswerte und zeichnen Sie den Graphen.		

7.	Gegeben ist eine ganzrationale Funktion 4. Grades: $f(x) = \frac{1}{32}x^4 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{9}{2}$
a)	Ist der Funktionsgraph symmetrisch? Falls ja, welcher Art ist die Symmetrie? Begründen Sie Ihre Entscheidung.
b)	Berechnen sie die relativen Extrema (Hochpunkte, Tiefpunkte).
c)	Berechnen Sie die Wendepunkte und die Funktionsgleichungen der Wendetangenten.
d)	Berechnen Sie die Achsenschnittpunkte.
e)	Stellen Sie mit allen bisher bekannten Punkten eine Wertetabelle auf.
f)	Zeichnen Sie den Graphen möglichst genau in ein Koordinatensystem und kennzeichnen Sie die markanten Punkte. (Falls nötig, erweitern Sie dazu Ihre Wertetabelle um einige Punkte. Gezeichnet werden soll im Intervall $I = [-5 ; 5]$ Maßstab: 1 cm ist eine Einheit.)

8.	Der Graph der Funktion $f(x)$ ist näherungsweise die Flugkurve des Balls bei einem Freistoß in einem Fußballspiel. $f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2 ; x > 0$
a)	Welche maximale Höhe erreicht der Ball und wie weit ist er dann vom Abschusspunkt entfernt?
b)	Wie weit vom Abschusspunkt kommt der Ball wieder auf den Boden?
c)	In einer Entfernung von 9 Metern befindet sich die Spielerabwehrmauer, sie ist 2 m hoch. Überfliegt der Ball diese?
d)	Der Ball überfliegt die Torlinie in 2 m Höhe. In welcher Entfernung von der Torlinie wurde der Freistoß ausgeführt?