

Aufgaben Differenzialrechnung zur Vorbereitung der Klassenarbeit III

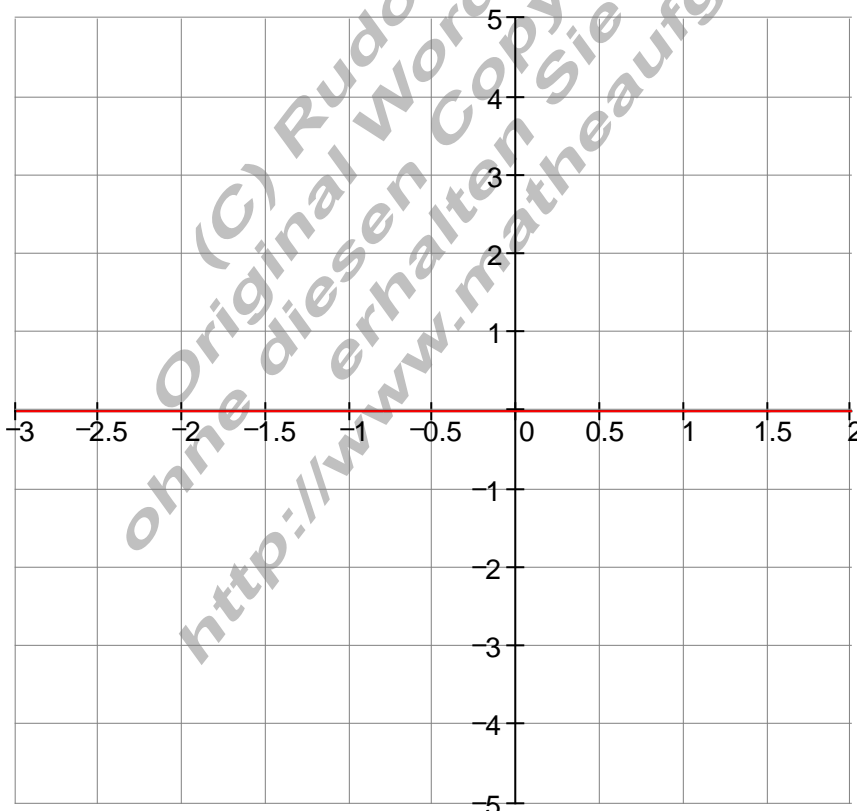
1.	Gegeben ist eine ganzrationale Funktion 3. Grades: $f(x) = x^3 + x^2 - 4x - 1$
a)	Bestimmen Sie die Ableitungsfunktion $f'(x)$
b)	Leiten Sie die Funktion $f'(x)$ nochmal ab, so dass daraus die Funktion $f''(x)$ entsteht.
c)	Berechnen Sie die fehlenden Werte der Wertetabelle.
d)	Zeichnen Sie die Graphen von $f(x)$; $f'(x)$ und $f''(x)$ in das vorgegebene Koordinatensystem.

$f'(x) =$

$f''(x) =$

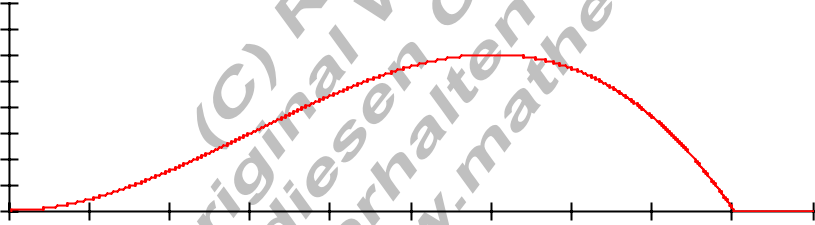
Wertetabelle:

x	-3	-2,5	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
f(x)	-7	-0,38		3,88	3	1,13		-2,63	-3	-1,38	3
f'(x)	17	9,75	4	-0,25		-4,25	-4	-2,25		5,75	12
f''(x)	-16	-13	-10	-7		-1	2		8	11	14

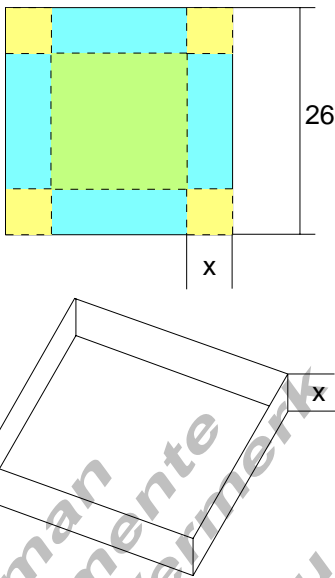


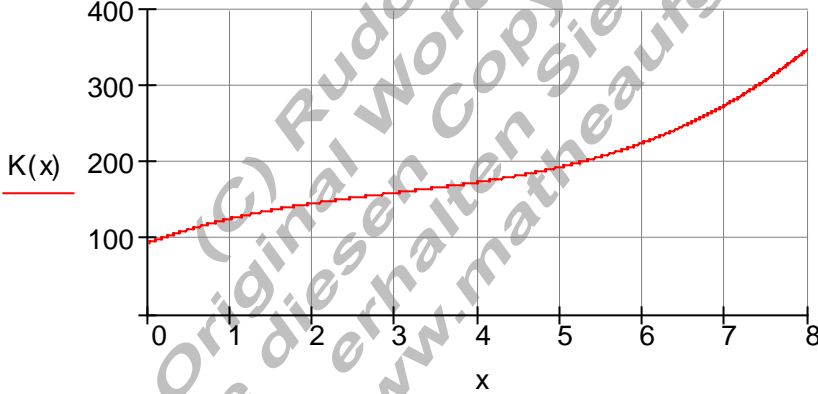
2.	Gegeben sind folgende rationale Funktionen:	
2.1	$f(x) = 2x^3 - 6x$	2.2 $f(x) = 2x^3 + 6x^2 - 4$
2.3	$f(x) = \frac{1}{10}x^4 - \frac{9}{5}x^2 + \frac{81}{10}$	2.4 $f(x) = \frac{1}{5}x^4 - \frac{4}{5}x^3$
a)	Machen Sie eine Aussage über das Symmetrieverhalten.	
b)	Berechnen Sie die Punkte mit waagerechten Tangenten.	
c)	Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte.	
d)	Berechnen Sie einige Funktionswerte und zeichnen Sie den Graphen.	

3.	Eine ganzrationale Funktion verläuft durch folgende 4 Punkte:	
3.1	$P_1(-1 7); P_2(-2 6); P_3(3 1); P_4(-3 -2)$	
3.2	$P_1(1 6); P_2(3 -4); P_3\left(-\frac{1}{2} \mid \frac{45}{8}\right); P_4\left(-\frac{3}{2} \mid -\frac{77}{8}\right)$	
a)	Berechnen Sie die Funktionsgleichung.	
b)	Machen Sie eine Aussage über das Symmetrieverhalten.	
c)	Berechnen Sie die Punkte mit waagerechten Tangenten.	
d)	Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte.	
e)	Berechnen Sie einige Funktionswerte und zeichnen Sie den Graphen.	

4.	Der Graph der Funktion $f(x)$ ist näherungsweise die Flugkurve des Balls bei einem Freistoß in einem Fußballspiel. $f(x) = -\frac{1}{288}x^3 + \frac{1}{16}x^2; x > 0$ 	
a)	Welche maximale Höhe erreicht der Ball und wie weit ist er dann vom Abschusspunkt entfernt?	
b)	Wie weit vom Abschusspunkt kommt der Ball wieder auf den Boden?	
c)	In einer Entfernung von 9 Metern befindet sich die Spielerabwehrmauer, sie ist 2 m hoch. Überfliegt der Ball diese?	
d)	Der Ball überfliegt die Torlinie in 2 m Höhe. In welcher Entfernung von der Torlinie wurde der Freistoß ausgeführt?	

5.	Berechnen Sie für folgende Funktionen den Differenzialquotienten und erklären Sie anhand einer Skizze dessen allgemeine Bedeutung.		$\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}$
a)	$f(x) = x^3$	b)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2$

6.	<p>Aus einem quadratischen Karton der Seitenlänge 26 cm wird durch falten eine Schachtel ohne Deckel mit der Höhe x geformt.</p> <p>a) Bestimmen Sie einen Funktionsterm, der das Volumen V in Abhängigkeit von x beschreibt.</p> <p>b) Zeichnen Sie den Graphen und bestimmen Sie das maximale Volumen.</p>	
----	---	--

7.	<p>Die Kostenfunktion $K(x)$ eines Krankenhauses stellt den Zusammenhang zwischen der Patientenzahl x und den Gesamtkosten dar. $x = 1$ bedeutet 100 Patienten, $y = 1$ bedeutet 1000 €/ Tag.</p> $K(x) = x^3 - 9x^2 + 40x + 94$ 
a)	Übertragen Sie die Kostenfunktion in Ihr Heft.
b)	Die Ableitung der Kostenfunktion bezeichnet man als Differenzialkosten oder auch als Grenzkosten . Sie beschreibt die Kostenzunahme in Abhängigkeit von der Patientenzahl. (Steigung von $K(x)$). Bestimmen Sie $K'(x)$ und zeichnen Sie den Graphen in das Koordinatensystem.
c)	Für welche Patientenzahl ist die Kostenzunahme am geringsten? Berechnen Sie diesen Wert.