# Lösungen Differenzialrechnung VI

## Ergebnisse:

| | | |
|---|---|---|
| E1 | | Ergebnis |
| | a) | $f'(x) = 20x^3 - 12x^2 + 6x - 2 \quad f''(x) = 60x^2 - 24x + 6 \quad f'''(x) = 120x - 24$ |
| E1 | b) | $f'(x) = -4x^3 \quad f''(x) = -12x^2 \quad f'''(x) = -24x$ |
| E1 | c) | $f'(x) = -8x^3 + 6x - 4 \quad f''(x) = -24x^2 + 6 \quad f'''(x) = -48x$ |
| E1 | d) | $f'(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x \quad f''(x) = 6x^2 - 6x + 5 \quad f'''(x) = 12x - 6$ |
| E1 | e) | $f'(x) = \frac{3}{32}x^2 + \frac{3}{2} \quad f''(x) = \frac{3}{16}x \quad f'''(x) = \frac{3}{16}$ |
| E1 | f) | $f'(x) = -\frac{5}{3}x + \frac{2}{3} \quad f''(x) = -\frac{5}{3} \quad f'''(x) = 0$ |
| E2 | | Ergebnis |
| | a) | $f'(x) = -3x^2 + 22x - 24 \quad f''(x) = -6x + 22 \quad f'''(x) = -6$ |
| E2 | b) | $f'(x) = 2x^3 - 4x \quad f''(x) = 6x^2 - 4 \quad f'''(x) = 12x$ |
| E2 | c) | $f'(x) = \frac{3}{16}x^2 + \frac{1}{16} \quad f''(x) = \frac{3}{8}x \quad f'''(x) = \frac{3}{8}$ |
| E2 | d) | $f'(x) = 3x^2 - 3x - 4 \quad f''(x) = 6x - 3 \quad f'''(x) = 6$ |
| E2 | e) | $f'(x) = 4ax^3 + 2bx \quad f''(x) = 12ax^2 + 2b \quad f'''(x) = 24ax$ |
| E2 | f) | $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \quad f''(x) = 6ax + 2b \quad f'''(x) = 6a$ |
| E3 | | Ergebnis |
| | a) | $f'(x) = 2kx^3 - 6kx^2 \quad f''(x) = 6kx^2 - 12kx \quad f'''(x) = 12kx - 12k$ |
| E3 | b) | $f'(x) = \frac{3}{k}x^2 + 2kx + k + 1 \quad f''(x) = \frac{6}{k}x + 2k \quad f'''(x) = \frac{6}{k}$ |
| E3 | c) | $f'(x) = \frac{3}{4}x^2 + 2ax + a - \frac{1}{2} \quad f''(x) = \frac{3}{2}x + 2a \quad f'''(x) = \frac{3}{2}$ |

| | | |
|---|---|---|
| E3 | d) | $f'(x)=\frac{2}{k}x^3-2x \qquad f''(x)=\frac{6}{k}x^2-2 \qquad f'''(x)=\frac{12}{k}x$ |

| | | |
|---|---|---|
| E3 | e) | $f'(t)=15t^2-2 \qquad f''(t)=30t \qquad f'''(t)=30$ |

| | | |
|---|---|---|
| E3 | f) | $f'(z)=-4{,}5z^2+5z+1 \qquad f''(z)=-9z+5 \qquad f'''(z)=-9$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | Ergebnis | |
| | a) | $A'(u)=u+5 \qquad A''(u)=1 \qquad A'''(u)=0$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | b) | $A'(u)=\frac{3}{2}u^2+\frac{1}{2} \qquad A''(u)=3u \qquad A'''(u)=3$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | c) | $f'(x)=10\pi x^4-21x^2 \qquad f''(x)=40\pi x^3-42x \qquad f'''(x)=120\pi x^2-42$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | d) | $f'(x)=1 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | e) | $f'(x)=1 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | f) | $f'(x)=1 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | g) | $f'(x)=2 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$ |

| | | |
|---|---|---|
| E4 | h) | $f'(x)=3x^2+12x+12 \qquad f''(x)=6x+12 \qquad f'''(x)=6$ |

| | | |
|---|---|---|
| E5 | Ergebnisse | |
| | a) | $f(x)=2x-\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x)=2-\frac{1}{2}x$ |
| | b) | Im Punkt $P(-2 \mid -5)$ hat die Tangente an $f(x)$ die Steigung 3 |
| | c) | Gleichung der Tangente an f(x) im Punkt P ( 2 \| f(2) ): $t(x)=x+1$ |
| | d) | Gleichung der Normalen an f(x) im Punkt P ( 2 \| f(2) ): $n(x)=-x+5$ |
| | e) | Siehe Ausführliche Lösung |
| | f) | Für $t_{1/2}=\pm\frac{1}{2}$ sind die Tangenten in $S_1$ und $S_2$ orthogonal zueinander. |

Wertetabelle zu E5 a):

| x | –4 | –1 | 0 | 1,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | 4 | 2,5 | 2 | 1,25 | 0,5 |

## Ausführliche Lösungen:

| A1 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | a) | $f(x) = 5x^4 - 4x^3 + 3x^2 - 2x + 6$ |
| | | $f'(x) = 5 \cdot 4x^3 - 4 \cdot 3x^2 + 3 \cdot 2x^1 - 2 \cdot 1 + 0 = \underline{\underline{20x^3 - 12x^2 + 6x - 2}}$ |
| | | $f''(x) = 20 \cdot 3x^2 - 12 \cdot 2x^1 + 6 \cdot 1 - 0 = \underline{\underline{60x^2 - 24x + 6}}$ |
| | | $f'''(x) = 60 \cdot 2x^1 - 24 \cdot 1 + 0 = \underline{\underline{120x - 24}}$ |

| A1 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | b) | $f(x) = (a^2 + x^2)(a^2 - x^2)$ |
| | | 1. Lösung durch ausmultiplizieren (3. binomische Formel): |
| | | $f(x) = a^4 - x^4 \Rightarrow f'(x) = \underline{\underline{-4x^3}} \Rightarrow f''(x) = \underline{\underline{-12x^2}} \Rightarrow f'''(x) = \underline{\underline{-24x}}$ |
| | | 2. Lösung mit der Produktregel (aufwendig): |
| | | $f(x) = \underbrace{(a^2 + x^2)}_{u}\underbrace{(a^2 - x^2)}_{v} \Rightarrow u' = 2x \quad v' = -2x$ |
| | | $f'(x) = u'v + uv' = 2x \cdot (a^2 - x^2) + (a^2 + x^2)(-2x)$ |
| | | $= 2a^2x - 2x^3 - 2a^2x - 2x^3 = \underline{\underline{-4x^3}}$ |
| | | $f''(x) = \underline{\underline{-12x^2}} \Rightarrow f'''(x) = \underline{\underline{-24x}}$ |

| A1 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | c) | $f(x) = -2x^4 + 3x^2 - 4x + 2$ |
| | | $f'(x) = -8x^3 + 6x - 4 \qquad f''(x) = -24x^2 + 6 \qquad f'''(x) = -48x$ |

| A1 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | d) | $f(x) = 0{,}5x^4 - x^3 + 2{,}5x^2 - 8$ |
| | | $f'(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x \qquad f''(x) = 6x^2 - 6x + 5 \qquad f'''(x) = 12x - 6$ |

| A1 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | e) | $f(x) = \frac{1}{32}x^3 + \frac{3}{2}x - 4$ |
| | | $f'(x) = \frac{1}{32} \cdot 3x^2 + \frac{3}{2} \cdot 1 - 0 = \underline{\underline{\frac{3}{32}x^2 + \frac{3}{2}}}$ |
| | | $f''(x) = \frac{3}{32} \cdot 2x^1 + 0 = \underline{\underline{\frac{3}{16}x}} \qquad f'''(x) = \frac{3}{16} \cdot 1 = \underline{\underline{\frac{3}{16}}}$ |

**A1** Ausführliche Lösung

f)

$$f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{2}$$

$$f'(x)=-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3}\qquad f''(x)=-\frac{5}{3}\qquad f'''(x)=0$$

**A2** Ausführliche Lösung

a)

$$f(x)=-(x-6)^2(x+1)$$

1. Lösung durch ausmultiplizieren:

$$f(x)=-\left(x^2-12x+36\right)(x+1)=-\left[x^3+x^2-12x^2-12x+36x+36\right]$$

$$=-\left[x^3-11x^2+24x+36\right]=-x^3+11x^2-24x-36$$

$$f'(x)=\underline{\underline{-3x^2+22x-24}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{-6x+22}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{-6}}$$

2. Lösung mit der Produkt- und Kettenregel (aufwendig):

$$f(x)=-\underbrace{(x-6)^2}_{u}\underbrace{(x+1)}_{v}\qquad u'=2(x-6)\cdot 1=2x-12\qquad v'=1$$

$$f'(x)=-\left[u'v+uv'\right]=-\left[(2x-12)(x+1)+(x-6)^2\cdot 1\right]=$$

$$-\left[2x^2+2x-12x-12+x^2-12x+36\right]=-\left[3x^2-22x+24\right]=-3x^2+22x-24$$

$$\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{-6x+22}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{-6}}$$

**A2** Ausführliche Lösung

b)

$$f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-2\right)^2$$

1. Lösung durch ausmultiplizieren:

$$f(x)=\frac{1}{2}\underbrace{\left(x^2-2\right)^2}_{\text{2. bin. Formel}}=\frac{1}{2}\left(x^4-4x^2+4\right)=\frac{1}{2}x^4-2x^2+2$$

$$f'(x)=\underline{\underline{2x^3-4x}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6x^2-4}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{12x}}$$

2. Lösung mit der Kettenregel:

$$f'(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-2\right)^2=\frac{1}{2}\cdot 2\left(x^2-2\right)\cdot 2x=2x\left(x^2-2\right)=\underline{\underline{2x^3-4x}}$$

$$f''(x)=\underline{\underline{6x^2-4}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{12x}}$$

**A2** Ausführliche Lösung

c)

$$f(x)=\frac{1}{16}\left(x^3+x-1\right)$$

$$f'(x)=\frac{1}{16}\left(3x^2+1\right)=\underline{\underline{\frac{3}{16}x^2+\frac{1}{16}}}\qquad f''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{8}x}}\qquad f'''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

| A2 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | d) $f(x)=x\left(x^2-\frac{3}{2}x-4\right)=x^3-\frac{3}{2}x^2-4x$ <br> $f'(x)=\underline{\underline{3x^2-3x-4}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6x-3}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6}}$ <br> Die Anwendung der Produktregel wäre hier zu aufwendig. |

| A2 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | e) $f(x)=ax^4+bx^2+c$ <br> $f'(x)=4ax^3+2bx \qquad f''(x)=12ax^2+2b \qquad f'''(x)=24ax$ |

| A2 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | f) $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ <br> $f'(x)=3ax^2+2bx+c \qquad f''(x)=6ax+2b \qquad f'''(x)=6a$ |

| A3 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | a) $f(x)=\frac{k}{2}x^4-2kx^3+k^2$ <br> $f'(x)=2kx^3-6kx^2 \qquad f''(x)=6kx^2-12kx \qquad f'''(x)=12kx-12k$ |

| A3 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | b) $f(x)=\frac{1}{k}x^3+kx^2+\underbrace{(k+1)}_{\text{Konstante}}x$ <br> $f'(x)=\frac{3}{k}x^2+2kx+(k+1)\cdot 1=\underline{\underline{\frac{3}{k}x^2+2kx+\underbrace{k+1}_{\text{Konstante}}}}$ <br> $\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}x+2k}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}}}$ |

| A3 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | c) $f(x)=\frac{1}{4}x^3+ax^2+\underbrace{\left(a-\frac{1}{2}\right)}_{\text{Konstante}}x-3$ <br> $f'(x)=\frac{3}{4}x^2+2ax+\left(a-\frac{1}{2}\right)\cdot 1=\underline{\underline{\frac{3}{4}x^2+2ax+a-\frac{1}{2}}}$ <br> $\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{2}x+2a}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{2}}}$ |

| A3 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | d) | $f(x)=\frac{1}{2k}\left(x^2-k\right)^2$ <br> 1. Lösung durch ausmultiplizieren (2. binomische Formel): <br> $f(x)=\frac{1}{2k}\left(x^2-k\right)^2=\frac{1}{2k}\left(x^4-2kx^2+k^2\right)=\frac{1}{2k}x^4-x^2+\frac{1}{2}k$ <br> $f'(x)=\underline{\underline{\frac{2}{k}x^3-2x}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}x^2-2}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{12}{k}x}}$ <br> 2. Lösung mit der Kettenregel (einfacher) : <br> $f'(x)=\frac{1}{2k}\cdot 2\left(x^2-k\right)\cdot 2x=\frac{2}{k}x\left(x^2-k\right)=\underline{\underline{\frac{2}{k}x^3-2x}}$ <br> $\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}x^2-2}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{12}{k}x}}$ |

| A3 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | e) | $f(t)=5t^3-2t+5$ <br> $f'(t)=15t^2-2 \qquad f''(t)=30t \qquad f'''(t)=30$ |

| A3 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | f) | $f(z)=-1{,}5z^3+2{,}5z^2+z$ <br> $f'(z)=-4{,}5z^2+5z+1 \qquad f''(z)=-9z+5 \qquad f'''(z)=-9$ |

| A4 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | a) | $A(u)=\frac{1}{2}u^2+3u+2u+1$ <br> $A'(u)=u+5 \qquad A''(u)=1 \qquad A'''(u)=0$ |

| A4 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | b) | $A(u)=\frac{1}{2}u\left(u^2+1\right)=\frac{1}{2}u^3+\frac{1}{2}u$ <br> $A'(u)=\underline{\underline{\frac{3}{2}u^2+\frac{1}{2}}}\Rightarrow A''(u)=\underline{\underline{3u}}\Rightarrow A'''(u)=\underline{\underline{3}}$ <br> Die Anwendung der Produktregel wäre hier zu aufwendig. |

| A4 | Ausführliche Lösung | |
|---|---|---|
| | c) | $f(x)=2\pi x^5-7x^3+\frac{3}{\pi}$ <br> $f'(x)=10\pi x^4-21x^2 \qquad f''(x)=40\pi x^3-42x \qquad f'''(x)=120\pi x^2-42$ |

**A4 Ausführliche Lösung**

d)

$$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}$$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}=\frac{(x+1)(x+1)}{x+1}=x+1$$

$$f'(x)=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

2. Anwendung der Quotientenregel (sehr aufwendig):

$$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}\quad \text{mit } u=x^2+2x+1\Rightarrow u'=2x+2$$

und $v=x+1\Rightarrow v'=1$ sowie $v^2=(x+1)^2$ wird:

$$f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}=\frac{(2x+2)(x+1)-(x^2+2x+1)\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{2x^2+4x+2-x^2-2x-1}{(x+1)^2}$$

$$=\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2}=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

Die Quotientenregel sollte nur in den Fällen angewendet werden, wenn sich der Funktionsterm auf andere Art nicht vereinfachen lässt.

**A4 Ausführliche Lösung**

e)

$$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-1}$$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-1}=\frac{(x-1)(x-1)}{x-1}=x-1$$

$$f'(x)=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

**A4 Ausführliche Lösung**

f)

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}=x-1$$

$$f'(x)=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

**A4** Ausführliche Lösung

g) $f(x)=\dfrac{4x^2+12x+9}{2x+3}$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{4x^2+12x+9}{2x+3}=\frac{(2x+3)(2x+3)}{2x+3}=2x+3$$

$$f'(x)=\underline{\underline{2}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

**A4** Ausführliche Lösung

h) $f(x)=\dfrac{(x^2+4x+4)^2}{x+2}$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{(x^2+4x+4)^2}{x+2}=\frac{\left[(x+2)^2\right]^2}{x+2}=\frac{(x+2)^4}{x+2}=(x+2)^3$$

2. Die Kettenregel anwenden:

$$f'(x)=3(x+2)^2\cdot 1=3(x^2+4x+4)=\underline{\underline{3x^2+12x+12}}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6x+12}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{6}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

**A5** Ausführliche Lösung

a) $f(x)=2x-\dfrac{1}{4}x^2\Rightarrow f'(x)=2-\dfrac{1}{2}x$

$f'(-4)=2-\dfrac{1}{2}\cdot(-4)=2+2=4$

$f'(-1)=2-\dfrac{1}{2}\cdot(-1)=2+\dfrac{1}{2}=2{,}5$

$f'(0)=2-\dfrac{1}{2}\cdot 0=2$

$f'(1{,}5)=2-\dfrac{1}{2}\cdot 1{,}5=2-0{,}75=1{,}25$

$f'(3)=2-\dfrac{1}{2}\cdot 3=2-1{,}5=0{,}5$

| x | –4 | –1 | 0 | 1,5 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|
| f'(x) | 4 | 2,5 | 2 | 1,25 | 0,5 |

**A5** Ausführliche Lösung

b) $f(x)=2x-\dfrac{1}{4}x^2\Rightarrow f'(x)=2-\dfrac{1}{2}x$

Die Steigung der Tangente hat in $x_0$ den Wert 3

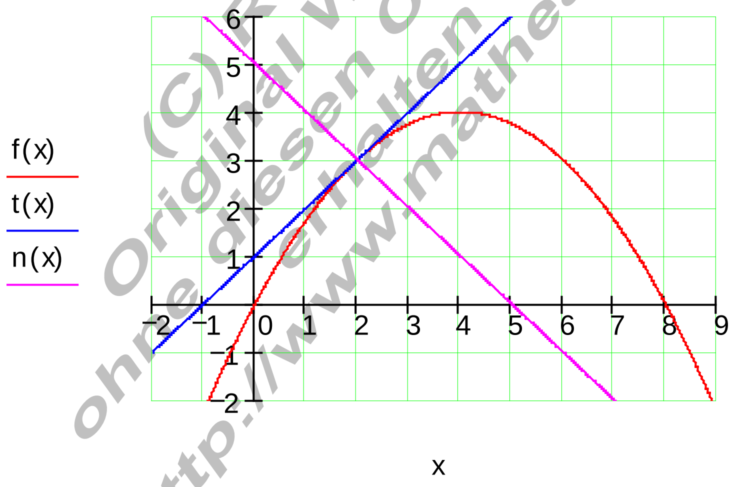
$$f'(x_0)=3\Leftrightarrow 2-\frac{1}{2}x_0=3\Leftrightarrow x_0=-2$$

$$f(x_0)=f(-2)=2\cdot(-2)-\frac{1}{4}(-2)^2=-5$$

Im Punkt $\underline{\underline{P(-2\,|\,-5)}}$ hat die Tangente an f(x) die Steigung 3

| A5 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| c) | $f(x) = 2x - \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{1}{2}x \quad P(2 \mid f(2))$<br>$t(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ mit $x_0 = 2$ wird<br>$t(x) = f'(2)(x-2) + f(2)$<br>$f(2) = 2 \cdot 2 - \frac{1}{4} \cdot (2)^2 = 4 - 1 = 3 \qquad f'(2) = 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2 - 1 = 1$<br>$\Rightarrow t(x) = 1(x-2) + 3 = x - 2 + 3 = \underline{\underline{x+1}}$ |

| A5 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| d) | $f(x) = 2x - \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{1}{2}x \quad P(2 \mid f(2))$<br>$n(x) = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0) + f(x_0)$ mit $x_0 = 2$ wird<br>$n(x) = -\frac{1}{f'(2)}(x-2) + f(2)$<br>$f(2) = 2 \cdot 2 - \frac{1}{4} \cdot (2)^2 = 4 - 1 = 3 \qquad f'(2) = 2 - \frac{1}{2} \cdot 2 = 2 - 1 = 1$<br>$\Rightarrow n(x) = -\frac{1}{1}(x-2) + 3 = -x + 2 + 3 = \underline{\underline{-x+5}}$ |

| A5 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| e) |  |

A5 Ausführliche Lösung

f)

$g(x) = t \cdot f(x) = 2tx - \frac{1}{4}tx^2$

Nullstellen von $g(x)$:

$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2tx - \frac{1}{4}tx^2 = 0 \Leftrightarrow x\left(2t - \frac{1}{4}tx\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow S_1(0\,|\,0)$

$2t - \frac{1}{4}tx = 0 \,|\, -2t \Leftrightarrow -\frac{1}{4}tx = -2t \,|\, :\left(-\frac{1}{4}t\right) \Leftrightarrow x_2 = 8 \Rightarrow S_2(8\,|\,0)$

Orthogonalität der Tangenten in $S_1$ und $S_2$ bedeutet:
$g'(0)$ ist die Steigung der Tangente $t_1(x)$ im Punkt $S_1(0\,|\,0)$
Die Steigung der Tangente $t_2(x)$ im Punkt $S_2(8\,|\,0)$ soll zu der von $t_1(x)$ senkrecht sein. Für diese muss also gelten:

$g'(8) = -\frac{1}{g'(0)}$ Bedingung für Orhogonalität (1)

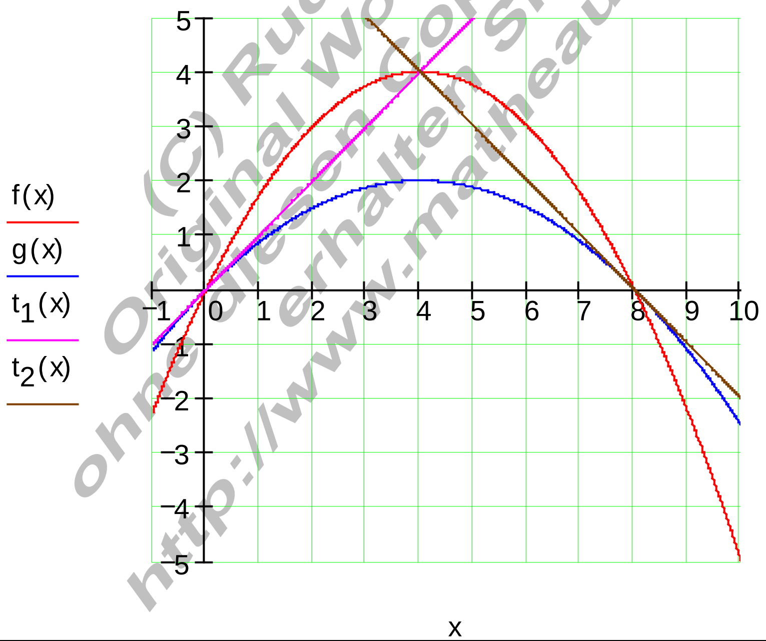
$g'(x) = 2t - \frac{1}{2}tx \Rightarrow g'(8) = 2t - \frac{1}{2}t \cdot 8 = 2t - 4t = -2t$ bzw. $g'(0) = 2t$

eingesetzt in (1): $-2t = -\frac{1}{2t} \,|\, \cdot 2t \Leftrightarrow -4t^2 = -1 \,|\, :(-4) \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \underline{\underline{t_{1/2} = \pm\frac{1}{2}}}$

A5 Ausführliche Lösung

f)

Für $t = \frac{1}{2}$ gilt:



| A5 | Ausführliche Lösung |
|---|---|
| | f) Für $t = -\frac{1}{2}$ gilt: |