Lösungen Differenzialrechnung VI

Ergebnisse:

E1	Ergebnis			
	a)	$f'(x)=20x^3-12x^2+6x-2$	$f''(x)=60x^2-24x+6$	$f'''(x)=120x-24$

E1	b)	$f'(x)=-4x^3$	$f''(x)=-12x^2$	$f'''(x)=-24x$
E1	c)	$f'(x)=-8x^3+6x-4$	$f''(x)=-24x^2+6$	$f'''(x)=-48x$
E1	d)	$f'(x)=2x^3-3x^2+5x$	$f''(x)=6x^2-6x+5$	$f'''(x)=12x-6$
E1	e)	$f'(x)=\frac{3}{32}x^2+\frac{3}{2}$	$f''(x)=\frac{3}{16}x$	$f'''(x)=\frac{3}{16}$
E1	f)	$f'(x)=-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3}$	$f''(x)=-\frac{5}{3}$	$f'''(x)=0$

E2	Ergebnis			
	a)	$f'(x)=-3x^2+22x-24$	$f''(x)=-6x+22$	$f'''(x)=-6$

E2	b)	$f'(x)=2x^3-4x$	$f''(x)=6x^2-4$	$f'''(x)=12x$
E2	c)	$f'(x)=\frac{3}{16}x^2+\frac{1}{16}$	$f''(x)=\frac{3}{8}x$	$f'''(x)=\frac{3}{8}$
E2	d)	$f'(x)=3x^2-3x-4$	$f''(x)=6x-3$	$f'''(x)=6$
E2	e)	$f'(x)=4ax^3+2bx$	$f''(x)=12ax^2+2b$	$f'''(x)=24ax$
E2	f)	$f'(x)=3ax^2+2bx+c$	$f''(x)=6ax+2b$	$f'''(x)=6a$

E3	Ergebnis			
	a)	$f'(x)=2kx^3-6kx^2$	$f''(x)=6kx^2-12kx$	$f'''(x)=12kx-12k$

E3	b)	$f'(x)=\frac{3}{k}x^2+2kx+k+1$	$f''(x)=\frac{6}{k}x+2k$	$f'''(x)=\frac{6}{k}$
E3	c)	$f'(x)=\frac{3}{4}x^2+2ax+a-\frac{1}{2}$	$f''(x)=\frac{3}{2}x+2a$	$f'''(x)=\frac{3}{2}$

E3	d)	$f'(x)=\frac{2}{k}x^3-2x \qquad f''(x)=\frac{6}{k}x^2-2 \qquad f'''(x)=\frac{12}{k}x$

E3	e)	$f'(t)=15t^2-2 \qquad f''(t)=30t \qquad f'''(t)=30$

E3	f)	$f'(z)=-4{,}5z^2+5z+1 \qquad f''(z)=-9z+5 \qquad f'''(z)=-9$

E4	Ergebnis	
	a)	$A'(u)=u+5 \qquad A''(u)=1 \qquad A'''(u)=0$

E4	b)	$A'(u)=\frac{3}{2}u^2+\frac{1}{2} \qquad A''(u)=3u \qquad A'''(u)=3$

E4	c)	$f'(x)=10\pi x^4-21x^2 \qquad f''(x)=40\pi x^3-42x \qquad f'''(x)=120\pi x^2-42$

E4	d)	$f'(x)=1 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$

E4	e)	$f'(x)=1 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$

E4	f)	$f'(x)=1 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$

E4	g)	$f'(x)=2 \qquad f''(x)=0 \qquad f'''(x)=0$

E4	h)	$f'(x)=3x^2+12x+12 \qquad f''(x)=6x+12 \qquad f'''(x)=6$

E5	Ergebnisse	
	a)	$f(x)=2x-\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x)=2-\frac{1}{2}x$
	b)	Im Punkt $P(-2\mid-5)$ hat die Tangente an $f(x)$ die Steigung 3
	c)	Gleichung der Tangente an f(x) im Punkt P (2 | f(2)): $t(x)=x+1$
	d)	Gleichung der Normalen an f(x) im Punkt P (2 | f(2)): $n(x)=-x+5$
	e)	Siehe Ausführliche Lösung
	f)	Für $t_{1/2}=\pm\frac{1}{2}$ sind die Tangenten in S_1 und S_2 orthogonal zueinander.

x	–4	–1	0	1,5	3
$f'(x)$	4	2,5	2	1,25	0,5

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**			
	Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.			
	a)	$f(x)=5x^4-4x^3+3x^2-2x+6$	b)	$f(x)=\left(a^2+x^2\right)\left(a^2-x^2\right)$
	c)	$f(x)=-2x^4+3x^2-4x+2$	d)	$f(x)=0{,}5x^4-x^3+2{,}5x^2-8$
	e)	$f(x)=\frac{1}{32}x^3+\frac{3}{2}x-4$	f)	$f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{2}$

A1 Ausführliche Lösung

a)

$$f(x)=5x^4-4x^3+3x^2-2x+6$$

$$f'(x)=5\cdot 4x^3-4\cdot 3x^2+3\cdot 2x^1-2\cdot 1+0=\underline{\underline{20x^3-12x^2+6x-2}}$$

$$f''(x)=20\cdot 3x^2-12\cdot 2x^1+6\cdot 1-0=\underline{\underline{60x^2-24x+6}}$$

$$f'''(x)=60\cdot 2x^1-24\cdot 1+0=\underline{\underline{120x-24}}$$

A1 Ausführliche Lösung

b)

$$f(x)=\left(a^2+x^2\right)\left(a^2-x^2\right)$$

1. Lösung durch ausmultiplizieren (3. binomische Formel):

$$f(x)=a^4-x^4\Rightarrow f'(x)=\underline{\underline{-4x^3}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{-12x^2}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{-24x}}$$

2. Lösung mit der Produktregel (aufwendig):

$$f(x)=\underbrace{\left(a^2+x^2\right)}_{u}\underbrace{\left(a^2-x^2\right)}_{v}\Rightarrow u'=2x\quad v'=-2x$$

$$f'(x)=u'v+uv'=2x\cdot\left(a^2-x^2\right)+\left(a^2+x^2\right)(-2x)$$

$$=2a^2x-2x^3-2a^2x-2x^3=\underline{\underline{-4x^3}}$$

$$f''(x)=\underline{\underline{-12x^2}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{-24x}}$$

Die Ableitung kann mit der Produktregel durchgeführt werden. Es ist jedoch sinnvoll, vorher den Funktionsterm mit der 3. binomischen Formel zu vereinfachen und dann mit der Summenregel abzuleiten.

A1 Ausführliche Lösung

c)

$$f(x)=-2x^4+3x^2-4x+2$$

$$f'(x)=-8x^3+6x-4\qquad f''(x)=-24x^2+6\qquad f'''(x)=-48x$$

A1 Ausführliche Lösung

d)

$$f(x)=0{,}5x^4-x^3+2{,}5x^2-8$$

$$f'(x)=2x^3-3x^2+5x\qquad f''(x)=6x^2-6x+5\qquad f'''(x)=12x-6$$

A1 Ausführliche Lösung

e)

$$f(x)=\frac{1}{32}x^3+\frac{3}{2}x-4$$

$$f'(x)=\frac{1}{32}\cdot 3x^2+\frac{3}{2}\cdot 1-0=\underline{\underline{\frac{3}{32}x^2+\frac{3}{2}}}$$

$$f''(x)=\frac{3}{32}\cdot 2x^1+0=\underline{\underline{\frac{3}{16}x}} \qquad f'''(x)=\frac{3}{16}\cdot 1=\underline{\underline{\frac{3}{16}}}$$

A1 Ausführliche Lösung

f)

$$f(x)=-\frac{5}{6}x^2+\frac{2}{3}x+\frac{5}{2}$$

$$f'(x)=-\frac{5}{3}x+\frac{2}{3} \qquad f''(x)=-\frac{5}{3} \qquad f'''(x)=0$$

A2 Aufgabe

Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.

a)	$f(x)=-(x-6)^2(x+1)$	b)	$f(x)=\frac{1}{2}(x^2-2)^2$
c)	$f(x)=\frac{1}{16}(x^3+x-1)$	d)	$f(x)=x\left(x^2-\frac{3}{2}x-4\right)$
e)	$f(x)=ax^4+bx^2+c$	f)	$f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

A2 Ausführliche Lösung

a)

$$f(x)=-(x-6)^2(x+1)$$

1. Lösung durch ausmultiplizieren:

$$f(x)=-(x^2-12x+36)(x+1)=-\left[x^3+x^2-12x^2-12x+36x+36\right]$$

$$=-\left[x^3-11x^2+24x+36\right]=-x^3+11x^2-24x-36$$

$$f'(x)=\underline{\underline{-3x^2+22x-24}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{-6x+22}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{-6}}$$

2. Lösung mit der Produkt- und Kettenregel (aufwendig):

$$f(x)=-\underbrace{(x-6)^2}_{u}\underbrace{(x+1)}_{v} \qquad u'=2(x-6)\cdot 1=2x-12 \qquad v'=1$$

$$f'(x)=-[u'v+uv']=-\left[(2x-12)(x+1)+(x-6)^2\cdot 1\right]=$$

$$-\left[2x^2+2x-12x-12+x^2-12x+36\right]=-\left[3x^2-22x+24\right]=-3x^2+22x-24$$

$$\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{-6x+22}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{-6}}$$

Der Funktionsterm kann vor dem Ableiten durch ausmultiplizieren vereinfacht werden. Die Ableitung kann aber auch mit der Produkt- und Kettenregel erfolgen.

A2 Ausführliche Lösung

b) $f(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-2\right)^2$

1. Lösung durch ausmultiplizieren:

$$f(x)=\frac{1}{2}\underbrace{\left(x^2-2\right)^2}_{\text{2. bin. Formel}}=\frac{1}{2}\left(x^4-4x^2+4\right)=\frac{1}{2}x^4-2x^2+2$$

$$f'(x)=\underline{\underline{2x^3-4x}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6x^2-4}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{12x}}$$

2. Lösung mit der Kettenregel:

$$f'(x)=\frac{1}{2}\left(x^2-2\right)^2=\frac{1}{2}\cdot 2\left(x^2-2\right)\cdot 2x=2x\left(x^2-2\right)=\underline{\underline{2x^3-4x}}$$

$$f''(x)=\underline{\underline{6x^2-4}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{12x}}$$

Die Ableitung mittels Kettenregel ist weniger aufwendig als die vorherige Umformung durch ausmultiplizieren.

A2 Ausführliche Lösung

c) $f(x)=\frac{1}{16}\left(x^3+x-1\right)$

$$f'(x)=\frac{1}{16}\left(3x^2+1\right)=\underline{\underline{\frac{3}{16}x^2+\frac{1}{16}}}\qquad f''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{8}x}}\qquad f'''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{8}}}$$

A2 Ausführliche Lösung

d) $f(x)=x\left(x^2-\frac{3}{2}x-4\right)=x^3-\frac{3}{2}x^2-4x$

$$f'(x)=\underline{\underline{3x^2-3x-4}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6x-3}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6}}$$

Die Anwendung der Produktregel wäre hier zu aufwendig.

A2 Ausführliche Lösung

e) $f(x)=ax^4+bx^2+c$

$$f'(x)=4ax^3+2bx\qquad f''(x)=12ax^2+2b\qquad f'''(x)=24ax$$

A2 Ausführliche Lösung

f) $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$

$$f'(x)=3ax^2+2bx+c\qquad f''(x)=6ax+2b\qquad f'''(x)=6a$$

A3	**Aufgabe**		
	Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.		
a)	$f(x)=\frac{k}{2}x^4-2kx^3+k^2$	b)	$f(x)=\frac{1}{k}x^3+kx^2+(k+1)x$
c)	$f(x)=\frac{1}{4}x^3+ax^2+\left(a-\frac{1}{2}\right)x-3$	d)	$f(x)=\frac{1}{2k}\left(x^2-k\right)^2$
e)	$f(t)=5t^3-2t+5$	f)	$f(z)=-1{,}5z^3+2{,}5z^2+z$

A3 Ausführliche Lösung

a)

$$f(x)=\frac{k}{2}x^4-2kx^3+k^2$$

$$f'(x)=2kx^3-6kx^2 \qquad f''(x)=6kx^2-12kx \qquad f'''(x)=12kx-12k$$

A3 Ausführliche Lösung

b)

$$f(x)=\frac{1}{k}x^3+kx^2+\underbrace{(k+1)}_{\text{Konstante}}x$$

$$f'(x)=\frac{3}{k}x^2+2kx+(k+1)\cdot 1=\underline{\underline{\frac{3}{k}x^2+2kx+\underbrace{k+1}_{\text{Konstante}}}}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}x+2k}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

c)

$$f(x)=\frac{1}{4}x^3+ax^2+\underbrace{\left(a-\frac{1}{2}\right)}_{\text{Konstante}}x-3$$

$$f'(x)=\frac{3}{4}x^2+2ax+\left(a-\frac{1}{2}\right)\cdot 1=\underline{\underline{\frac{3}{4}x^2+2ax+a-\frac{1}{2}}}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{2}x+2a}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

A3	Ausführliche Lösung
d)	$f(x)=\frac{1}{2k}\left(x^2-k\right)^2$ 1. Lösung durch ausmultiplizieren (2. binomische Formel): $f(x)=\frac{1}{2k}\left(x^2-k\right)^2=\frac{1}{2k}\left(x^4-2kx^2+k^2\right)=\frac{1}{2k}x^4-x^2+\frac{1}{2}k$ $f'(x)=\underline{\underline{\frac{2}{k}x^3-2x}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}x^2-2}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{12}{k}x}}$ 2. Lösung mit der Kettenregel (einfacher) : $f'(x)=\frac{1}{2k}\cdot 2\left(x^2-k\right)\cdot 2x=\frac{2}{k}x\left(x^2-k\right)=\underline{\underline{\frac{2}{k}x^3-2x}}$ $\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{\frac{6}{k}x^2-2}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{\frac{12}{k}x}}$

A3	Ausführliche Lösung
e)	$f(t)=5t^3-2t+5$ $f'(t)=15t^2-2 \qquad f''(t)=30t \qquad f'''(t)=30$

A3	Ausführliche Lösung
f)	$f(z)=-1{,}5z^3+2{,}5z^2+z$ $f'(z)=-4{,}5z^2+5z+1 \qquad f''(z)=-9z+5 \qquad f'''(z)=-9$

A4	Aufgabe		
	Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.		
a)	$A(u)=\frac{1}{2}u^2+3u+2u+1$	b)	$A(u)=\frac{1}{2}u\left(u^2+1\right)$
c)	$f(x)=2\pi x^5-7x^3+\frac{3}{\pi}$	d)	$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}$
e)	$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-1}$	f)	$f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$
g)	$f(x)=\frac{4x^2+12x+9}{2x+3}$	h)	$f(x)=\frac{\left(x^2+4x+4\right)^2}{x+2}$

A4	Ausführliche Lösung
a)	$A(u)=\frac{1}{2}u^2+3u+2u+1$ $A'(u)=u+5 \qquad A''(u)=1 \qquad A'''(u)=0$

A4	**Ausführliche Lösung**
b)	$A(u)=\frac{1}{2}u(u^2+1)=\frac{1}{2}u^3+\frac{1}{2}u$ $A'(u)=\underline{\underline{\frac{3}{2}u^2+\frac{1}{2}}}\Rightarrow A''(u)=\underline{\underline{3u}}\Rightarrow A'''(u)=\underline{\underline{3}}$ Die Anwendung der Produktregel wäre hier zu aufwendig.

A4	**Ausführliche Lösung**
c)	$f(x)=2\pi x^5-7x^3+\frac{3}{\pi}$ $f'(x)=10\pi x^4-21x^2 \qquad f''(x)=40\pi x^3-42x \qquad f'''(x)=120\pi x^2-42$

A4	**Ausführliche Lösung**
d)	$f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}$ 1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen: $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}=\frac{(x+1)(x+1)}{x+1}=x+1$ $f'(x)=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$ 2. Anwendung der Quotientenregel (sehr aufwendig): $f(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+1}$ mit $u=x^2+2x+1\Rightarrow u'=2x+2$ und $v=x+1\Rightarrow v'=1$ sowie $v^2=(x+1)^2$ wird: $f'(x)=\frac{u'v-uv'}{v^2}=\frac{(2x+2)(x+1)-(x^2+2x+1)\cdot 1}{(x+1)^2}=\frac{2x^2+4x+2-x^2-2x-1}{(x+1)^2}$ $=\frac{x^2+2x+1}{(x+1)^2}=\frac{(x+1)^2}{(x+1)^2}=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$ Die Quotientenregel sollte nur in den Fällen angewendet werden, wenn sich der Funktionsterm auf andere Art nicht vereinfachen lässt.

A4	**Ausführliche Lösung**
e)	$f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-1}$ 1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen: $f(x)=\frac{x^2-2x+1}{x-1}=\frac{(x-1)(x-1)}{x-1}=x-1$ $f'(x)=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$ Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

A4 Ausführliche Lösung

f)

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}$$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{x^2-1}{x+1}=\frac{(x+1)(x-1)}{x+1}=x-1$$

$$f'(x)=\underline{\underline{1}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

A4 Ausführliche Lösung

g)

$$f(x)=\frac{4x^2+12x+9}{2x+3}$$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{4x^2+12x+9}{2x+3}=\frac{(2x+3)(2x+3)}{2x+3}=2x+3$$

$$f'(x)=\underline{\underline{2}}\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{0}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{0}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

A4 Ausführliche Lösung

h)

$$f(x)=\frac{(x^2+4x+4)^2}{x+2}$$

1. Funktionsterm durch Termumformung vereinfachen:

$$f(x)=\frac{(x^2+4x+4)^2}{x+2}=\frac{\left[(x+2)^2\right]^2}{x+2}=\frac{(x+2)^4}{x+2}=(x+2)^3$$

2. Die Kettenregel anwenden:

$$f'(x)=3(x+2)^2\cdot 1=3\left(x^2+4x+4\right)=\underline{\underline{3x^2+12x+12}}$$

$$\Rightarrow f''(x)=\underline{\underline{6x+12}}\Rightarrow f'''(x)=\underline{\underline{6}}$$

Auf die Anwendung der Quotientenregel wird verzichtet.

A5 Aufgabe

Gegeben ist die Funktion $f(x) = 2x - \frac{1}{4}x^2\ ;\ x \in \mathbb{R}$

a) Bestimmen Sie die Steigung von $f(x)$ an der Stelle x_0 mit $x_0 \in [-4\,;\,-1\,;\,0\,;\,1{,}5\,;\,3]$

b) In welchem Punkt hat f(x) eine Tangente mit der Steigung 3 ?

c) Bestimmen Sie die Gleichung der Tangente an f(x) im Punkt P (2 | f(2)).

d) Bestimmen Sie die Gleichung der Normalen an f(x) im Punkt P (2 | f(2)).

e) Zeichnen Sie f(x), Tangente und Normale in ein Koordinatensystem.

f) $g(x) = t \cdot f(x)\,;\ t \in \mathbb{R}^*$ schneidet die x – Achse in S_1 und S_2
Für welche Werte von t sind die Tangenten in S_1 und S_2 orthogonal zueinander?

A5 Ausführliche Lösung

a)

$$f(x) = 2x - \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{1}{2}x$$

$$f'(-4) = 2 - \frac{1}{2}\cdot(-4) = 2 + 2 = 4 \qquad f'(-1) = 2 - \frac{1}{2}\cdot(-1) = 2 + \frac{1}{2} = 2{,}5$$

$$f'(0) = 2 - \frac{1}{2}\cdot 0 = 2 \qquad f'(1{,}5) = 2 - \frac{1}{2}\cdot 1{,}5 = 2 - 0{,}75 = 1{,}25$$

$$f'(3) = 2 - \frac{1}{2}\cdot 3 = 2 - 1{,}5 = 0{,}5$$

x	−4	−1	0	1,5	3
f'(x)	4	2,5	2	1,25	0,5

A5 Ausführliche Lösung

b)

$$f(x) = 2x - \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{1}{2}x$$

Die Steigung der Tangente hat in x_0 den Wert 3

$$f'(x_0) = 3 \Leftrightarrow 2 - \frac{1}{2}x_0 = 3 \Leftrightarrow x_0 = -2$$

$$f(x_0) = f(-2) = 2\cdot(-2) - \frac{1}{4}(-2)^2 = -5$$

Im Punkt $\underline{\underline{P(-2\,|\,-5)}}$ hat die Tangente an f(x) die Steigung 3

A5 Ausführliche Lösung

c)

$$f(x) = 2x - \frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x) = 2 - \frac{1}{2}x \quad P(2\,|\,f(2))$$

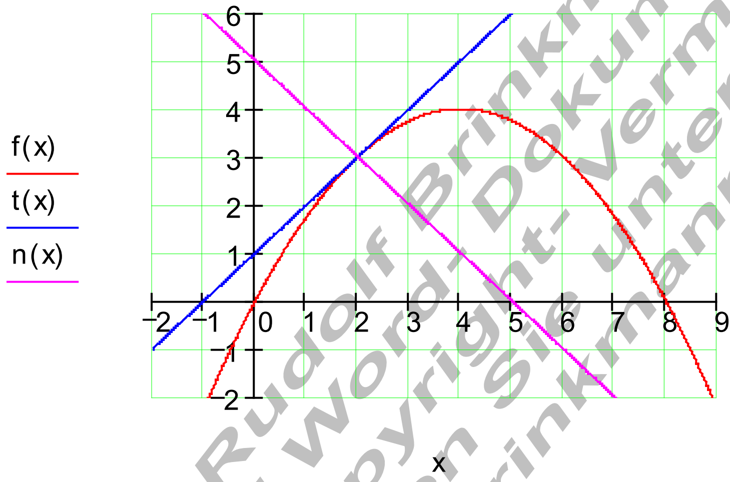
$t(x) = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$ mit $x_0 = 2$ wird

$$t(x) = f'(2)(x - 2) + f(2)$$

$$f(2) = 2\cdot 2 - \frac{1}{4}\cdot(2)^2 = 4 - 1 = 3 \qquad f'(2) = 2 - \frac{1}{2}\cdot 2 = 2 - 1 = 1$$

$$\Rightarrow t(x) = 1(x - 2) + 3 = x - 2 + 3 = \underline{\underline{x + 1}}$$

A5	**Ausführliche Lösung**
	d) $f(x)=2x-\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow f'(x)=2-\frac{1}{2}x \quad P(2\,|\,f(2))$
	$n(x)=-\frac{1}{f'(x_0)}(x-x_0)+f(x_0)$ mit $x_0=2$ wird
	$n(x)=-\frac{1}{f'(2)}(x-2)+f(2)$
	$f(2)=2\cdot 2-\frac{1}{4}\cdot(2)^2=4-1=3 \qquad f'(2)=2-\frac{1}{2}\cdot 2=2-1=1$
	$\Rightarrow n(x)=-\frac{1}{1}(x-2)+3=-x+2+3=\underline{\underline{-x+5}}$

A5	**Ausführliche Lösung**
	e) 

A5	**Ausführliche Lösung**
	f) $g(x) = t \cdot f(x) = 2tx - \frac{1}{4}tx^2$

Nullstellen von $g(x)$:

$$g(x) = 0 \Leftrightarrow 2tx - \frac{1}{4}tx^2 = 0 \Leftrightarrow x\left(2t - \frac{1}{4}tx\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow S_1(0\,|\,0)$$

$$2t - \frac{1}{4}tx = 0 \,|\, -2t \Leftrightarrow -\frac{1}{4}tx = -2t \,|: \left(-\frac{1}{4}t\right) \Leftrightarrow x_2 = 8 \Rightarrow S_2(8\,|\,0)$$

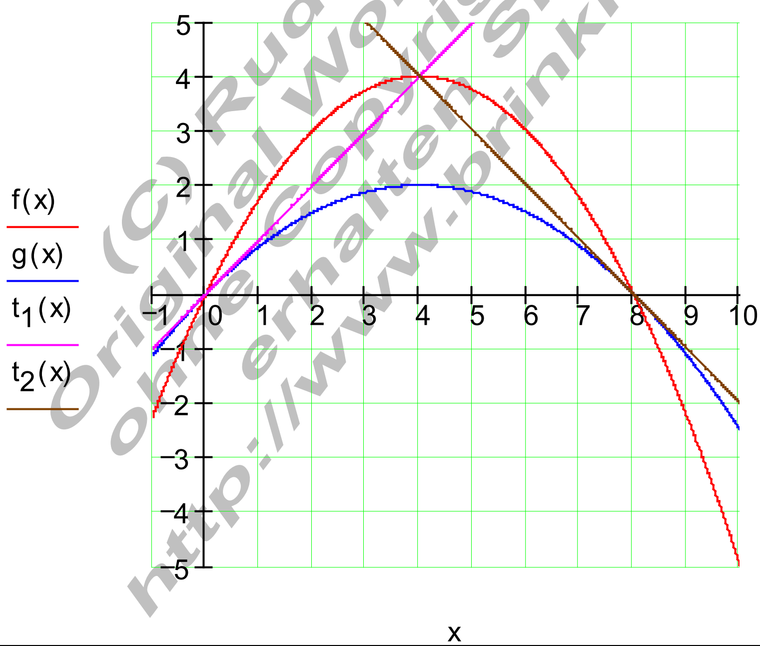
Orthogonalität der Tangenten in S_1 und S_2 bedeutet:
$g'(0)$ ist die Steigung der Tangente $t_1(x)$ im Punkt $S_1(0\,|\,0)$
Die Steigung der Tangente $t_2(x)$ im Punkt $S_2(8\,|\,0)$ soll zu der von $t_1(x)$ senkrecht sein. Für diese muss also gelten:

$$g'(8) = -\frac{1}{g'(0)} \quad \text{Bedingung für Orhogonalität (1)}$$

$$g'(x) = 2t - \frac{1}{2}tx \Rightarrow g'(8) = 2t - \frac{1}{2}t \cdot 8 = 2t - 4t = -2t \text{ bzw. } g'(0) = 2t$$

eingesetzt in (1): $\quad -2t = -\frac{1}{2t} \,|\cdot 2t \Leftrightarrow -4t^2 = -1 \,|: (-4) \Leftrightarrow t^2 = \frac{1}{4} \Leftrightarrow \underline{\underline{t_{1/2} = \pm\frac{1}{2}}}$

A5	**Ausführliche Lösung**
	f) Für $t = \frac{1}{2}$ gilt:



A5 **Ausführliche Lösung**

f) Für $t = -\frac{1}{2}$ gilt: