

Aufgaben Differenzialrechnung I

1. Chemische Reaktionen können mit unterschiedlicher Geschwindigkeit ablaufen. Bringt man z.B. Zink in Salzsäure, so entsteht Wasserstoff. Die folgende Tabelle gibt die Menge des Wasserstoffs in Abhängigkeit von der Zeit an.
- | Zeit in s | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
|-------------------------|----|------|------|------|------|----|
| Menge Wasserstoff in ml | 21 | 30,5 | 35,5 | 40,5 | 42,5 | 43 |
- a) Erstellen Sie hierzu ein Diagramm.
- b) Was lässt sich über die Wasserstoffproduktion aussagen?
- c) Berechnen Sie die Änderungsraten in den folgenden Intervallen:
[2 ; 4] ; [4 ; 8] ; [8 ; 12]
2. Berechnen Sie die Änderungsraten von $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - x + 1$ auf den Intervallen
[1; 1,5]; [-4; -2,5]; [2; t] mit $t \neq 2$; [3; 3+h] mit $h > 0$.
3. Gegeben ist die Funktion $f(x) = \frac{3}{4}x^2 - 3x$
- a) Berechnen Sie die mittlere Änderungsrate von $f(x)$ auf dem Intervall $I = [2; 5]$
- b) Bestimmen Sie die Gleichung der Sekante $s(x)$ durch $P(2 | f(2))$ und $Q(5 | f(5))$.
- c) Berechnen Sie die momentane Änderungsrate von $f(x)$ an der Stelle $x = 2$.
- d) Zeichnen Sie die Graphen von $f(x)$ und $s(x)$ in ein Koordinatensystem.
4. Beim freien Fall bewegt sich ein Körper so, dass er in der Zeit t den Weg $s(t) = 5 \cdot t^2$ zurücklegt (s in Meter, t in Sekunden)
Bestimmen Sie seine momentane Geschwindigkeit zu den Zeiten $t = 1; 2; 3$
5. Ein Pudding kühlt nach seiner Zubereitung ab. Der Term $T(t) = 20 + 70e^{-0,1t}$; $t \geq 0$ (t in Minuten, $T(t)$ in Grad Celsius) beschreibt den Abkühlungsvorgang. Die Abbildung zeigt den Graphen der Funktion $T(t)$.
-
- a) Von welcher anfänglichen Temperatur geht man aus?
- b) Welche Temperatur hat der Pudding, wenn er abgekühlt ist?
- c) Zu welcher Zeit ist die Geschwindigkeit, mit der sich der Pudding abkühlt am größten?
- d) Berechnen Sie für die ersten 10 Minuten die durchschnittliche Temperaturänderung.