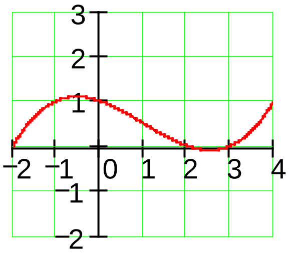
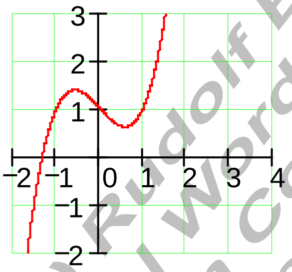
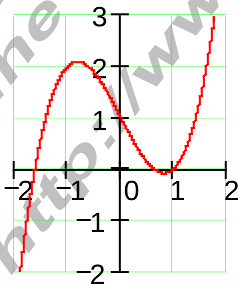
Lösungen Achsenschnittpunkte und Graphen ganzrationaler Funktionen III

Ausführliche Lösungen:

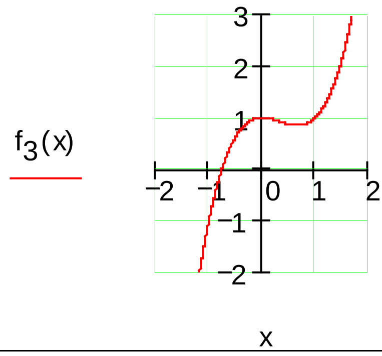
A1	Ausführliche Lösung	
a)	$f_4(x) = \frac{1}{12}x^3 - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{3}x + 1$ 	Aus der Funktionsgleichung liest man ab, dass keine Symmetrie zum Punkt P(0 | 1) vorliegt. $f_4(x)$ hat die Nullstellen P_{x1}(-2 | 0) ; P_{x2}(2 | 0) und P_{x3}(3 | 0)

A1	Ausführliche Lösung	
b)	$f_1(x) = x^3 - x + 1$ 	Zur Lösung gelangt man über eine Symmetriebetrachtung. $f_1(x)$ ist symmetrisch zum Punkt P(0 | 1) und verläuft durch den Punkt Q(1 | 1) Bei einer Verschiebung um eine LE nach unten wäre der Graph der Funktion sogar punktsymmetrisch.

A1	Ausführliche Lösung	
c)	$f_2(x) = x^3 - 2x + 1$ 	Zur Lösung gelangt man über eine Symmetriebetrachtung. $f_2(x)$ ist symmetrisch zum Punkt P(0 | 1) und verläuft durch den Punkt Q(1 | 0) Bei einer Verschiebung um eine LE nach unten wäre der Graph der Funktion sogar punktsymmetrisch.

A1 Ausführliche Lösung

d) $f_3(x) = x^3 - x^2 + 1$



Aus der Funktionsgleichung liest man ab, dass keine Symmetrie zum Punkt P(0 | 1) vorliegt.

$f_3(x)$ verläuft durch die Punkte Q(1 | 1) und R(-1 | -1)

A2 Ausführliche Lösung

a)

alte Regelung: $f_{alt}(v) = \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{100}v^2 + \frac{3}{10}v$

neue Regelung: $f_{neu}(v) = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{10}\right)^2 + \frac{v}{10} \cdot 3 = \frac{1}{200}v^2 + \frac{3}{10}v$

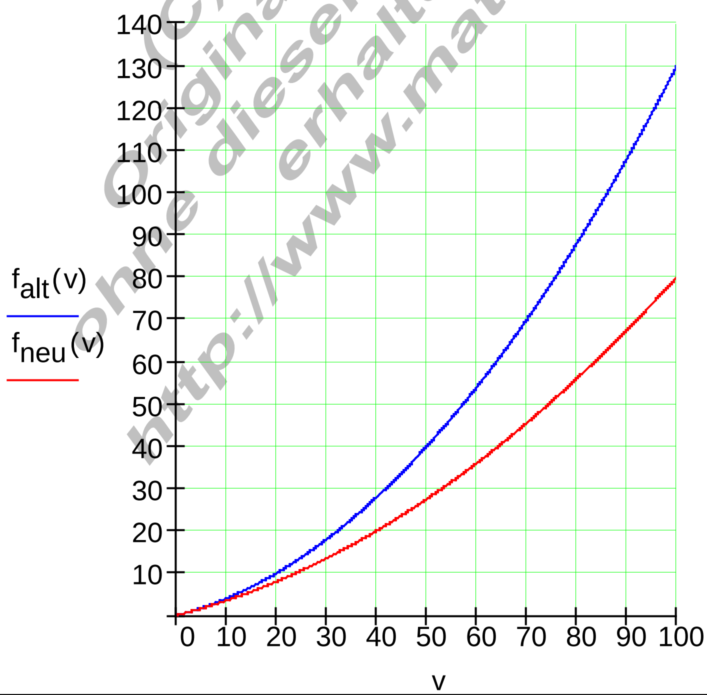
A2 Ausführliche Lösung

b)

v	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	
$f_{alt}(v)$	0	4	10	18	28	40	54	70	88	108	130	alt
$f_{neu}(v)$	0	3,5	8	13,5	20	27,5	36	45,5	56	67,5	80	neu

A2 Ausführliche Lösung

c)



A2	Ausführliche Lösung
d)	Nach der neuen Verordnung wird der Unterschied mit zunehmender Geschwindigkeit immer größer. Bei 50 km/h beträgt der neue Anhalteweg 27,5 m, das sind etwa 69% des alten Weges von 40 m. Bei 100 km/h beträgt der neue Anhalteweg nur noch 80 m, das sind etwa 61% des alten Weges von 130 m. Die Verringerung des Bremsweges erscheint wegen der besseren Bremsen (ABS) sinnvoll.

A3	Ausführliche Lösung
a)	$f(x) = 0{,}5(2x-1)(x^2-3) = 0{,}5\left[(2x-1)(x^2-3)\right]$ $= 0{,}5\left[2x^3-6x-x^2+3\right] = x^3-0{,}5x^2-3x+1{,}5$

A3 Ausführliche Lösung

b) Nullstellen von

$f(x) = 0{,}5(2x-1)(x^2-3)$:

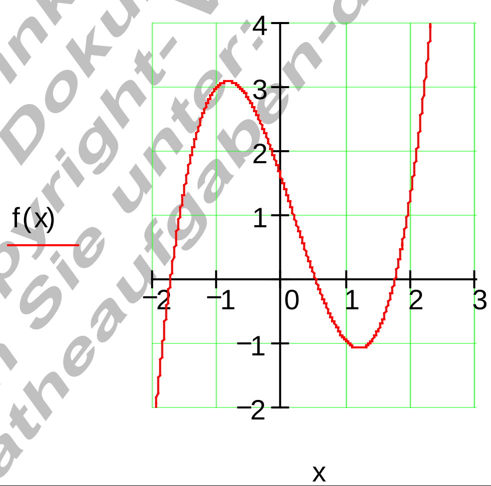
$2x-1=0$

$\Leftrightarrow x_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow P_{x1}\left(\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

$x^2-3=0$

$\Leftrightarrow x_2 = \sqrt{3}\,;\; x_3 = -\sqrt{3}$

$\Rightarrow P_{x2}\left(\sqrt{3} \mid 0\right); P_{x3}\left(-\sqrt{3} \mid 0\right)$



A3	Ausführliche Lösung
c)	Aus dem Verlauf des Graphen lässt sich leicht ablesen: $f(x) > 0$ für $I_1 = \left\{x \mid -\sqrt{3} < x < \frac{1}{2}\right\}_{\mathbb{R}}$ und für $I_2 = \left\{x \mid \sqrt{3} < x < \infty\right\}_{\mathbb{R}}$