

Lösungen ganzrationale Funktionen II

Symmetrie und Verlauf ganzrationaler Funktionen

Ergebnisse:

E1 Aufgaben	
Untersuchen Sie, ob $f(x)$ eine ganzrationale Funktion ist. Geben Sie ggf. den Grad der Funktion und den Wert der Koeffizienten $a_0; a_1; a_2; \dots$ an.	
a) $f(x) = 2$	b) $f(x) = 4x$
c) $f(x) = 2^x$	d) $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8}$
e) $f(x) = \sqrt{3}x^4$	f) $f(x) = \frac{1}{x}$
g) $f(x) = \sqrt{x}$	h) $f(x) = (x - \sqrt{3})^2$
i) $f(x) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})$	j) $f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4$

E1 Ergebnisse	
a)	$f(x) = 2 \quad n = 0 \quad a_0 = 2$
b)	$f(x) = 4x \quad n = 1 \quad a_1 = 4$
c)	$f(x) = 2^x$ keine ganzrationale Funktion (Exponentialfunktion)
d)	$f(x) = \frac{x^3 - 4x}{8} = \frac{1}{8}x^3 - \frac{1}{2}x \quad n = 3 \quad a_3 = \frac{1}{8} \quad a_1 = \frac{1}{2}$
e)	$f(x) = \sqrt{3}x^4 \quad n = 4 \quad a_4 = \sqrt{3}$
f)	$f(x) = \frac{1}{x}$ keine ganzrationale Funktion (gebrochenrationale Funktion)
g)	$f(x) = \sqrt{x}$ keine ganzrationale Funktion (Wurzelfunktion)
h)	$f(x) = (x - \sqrt{3})^2 = x^2 - 2 \cdot \sqrt{3}x + 3 \quad n = 2 \quad a_2 = 1 \quad a_1 = -2 \cdot \sqrt{3} \quad a_0 = 3$
i)	$f(x) = (x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2}) = x^2 - 2 \quad n = 2 \quad a_2 = 1 \quad a_0 = -2$
j)	$f(x) = 16x^3 - 2x^2 + 5x^2 - 4 = 16x^3 + 3x^2 - 4 \quad n = 3 \quad a_3 = 16 \quad a_2 = 3 \quad a_0 = -4$

E2 Aufgaben			
Welche Graphen der folgenden ganzrationalen Funktionen sind achsen – bzw. punktsymmetrisch?			
a)	$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$	b)	$f(x) = x^3 + 3x + 1$
c)	$f(x) = (x - 2)(x + 2)$	d)	$f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$
e)	$f(x) = (x - 2)^3(x - 1)$	f)	$f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$
g)	$f(x) = (2x^4 + 2x^2 + 5)x$	h)	$f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x + 1)(x - 1)$
i)	$f(x) = 1 - 3x^2 + x^6$		

E2 Ergebnisse	
a)	$f(x) = x^4 - 6x^2 + 5$ achsensymmetrisch, n gerade
b)	$f(x) = x^3 + 3x + 1$ keine Symmetrie
c)	$f(x) = (x - 2)(x + 2) = x^2 - 4$ achsensymmetrisch n gerade
d)	$f(x) = x^6 - 6x^2 + \sqrt{3}$ achsensymmetrisch n gerade
e)	$f(x) = (x - 2)^3(x - 1) = x^4 - 7x^3 + 18x^2 - 20x + 8$ keine Symmetrie
f)	$f(x) = x^4 - \sqrt{5}x^2$ achsensymmetrisch n gerade
g)	$f(x) = (2x^4 + 2x^2 + 5)x = 2x^5 + 2x^3 + 5x$ punktsymmetrisch n ungerade
h)	$f(x) = (x^2 - 2x + 3)(x + 1)(x - 1) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 2x - 3$ keine Symmetrie
i)	$f(x) = 1 - 3x^2 + x^6 = x^6 - 3x^2 + 1$ achsensymmetrisch n gerade

E3 Aufgaben			
Bestimmen Sie die Variable c so, dass der Graph der Funktion punkt – bzw. achsensymmetrisch ist.			
a)	$f(x) = x^3 + 4x + c$	b)	$f(x) = (x - c)(x + 4)$
c)	$f(x) = x^5 + x^c$	d)	$f(x) = x^3(x^2 - cx)$
e)	$f(x) = c + x^3$	f)	$f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$

E3 Ergebnisse	
a)	$f(x) = x^3 + 4x + c$ c = 0 für Punktsymmetrie
b)	$f(x) = (x - c)(x + 4) = x^2 + 4x - cx + 4c$ c = 4 für Achsensymmetrie
c)	$f(x) = x^5 + x^c$ c ungerade für Punktsymmetrie
d)	$f(x) = x^3(x^2 - cx) = x^5 - cx^4$ c = 0 für Punktsymmetrie
e)	$f(x) = c + x^3$ c = 0 für Punktsymmetrie
f)	$f(x) = 4x^3 + x^2 + cx^2 + 5x$ c = -1 für Punktsymmetrie

E4	Aufgaben		
	Geben Sie den Verlauf der Graphen folgender Funktionen an.		
a)	$f(x) = 2x^5 - 6x^3$	b)	$f(x) = -4x^4 + 3$
c)	$f(x) = 2x - 5$	d)	$f(x) = -2x^2$
e)	$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$	f)	$f(x) = -6x + 3$
g)	$f(x) = 4x^4 + 3x^3 - 6x^5$	h)	$f(x) = -2x^5 + 6x^3$

E4	Ergebnisse		
a)	$f(x) = 2x^5 - 6x^3$ von III nach I	b)	$f(x) = -4x^4 + 3$ von III nach IV
c)	$f(x) = 2x - 5$ von III nach I	d)	$f(x) = -2x^2$ von III nach IV
e)	$f(x) = 4x^4 - 3x^2 + 4x - 5$ von II nach I	f)	$f(x) = -6x + 3$ von II nach IV
g)	$f(x) = -6x^5 + 4x^4 + 3x^3$ von II nach IV	h)	$f(x) = -2x^5 + 6x^3$ von II nach IV

E5	Aufgaben		
	Geben Sie den Verlauf und die Symmetrie der Graphen folgender Funktionen an.		
a)	$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2$	b)	$f(x) = x \left(x + \frac{1}{2} \right) \left(8 - \frac{1}{2}x \right)$
c)	$f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$	d)	$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$
e)	$f(x) = 5$	f)	$f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9)$
g)	$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$	h)	$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$
i)	$f(x) = -3$	j)	$f(x) = -x^5 + x^3 - 2$

E5	Ergebnisse	
a)	$f(x) = \sqrt{3}x^2 - \sqrt{5}x^4 - 2 = -\sqrt{5}x^4 + \sqrt{3}x^2 - 2$ Achsensymmetrie von III nach IV	
b)	$f(x) = x \left(x + \frac{1}{2} \right) \left(8 - \frac{1}{2}x \right) = -\frac{1}{2}x^3 + \frac{31}{4}x^2 + 4x$ keine Symmetrie von II nach IV	
c)	$f(x) = 5x^6 - 4x^4 + 5$ Achsensymmetrie von II nach I	
d)	$f(x) = x^5 + x^3 - 2x$ Punktsymmetrie von III nach I	
e)	$f(x) = 5$ Achsensymmetrie von II nach I	
f)	$f(x) = (x^2 - 25)(x^2 + 6x + 9) = x^4 + 6x^3 - 16x^2 - 150x - 225$ keine Symmetrie von II nach I	
g)	$f(x) = x^5 + 4x^4 + 4x^3$ keine Symmetrie von III nach I	
h)	$f(x) = (4x^2 - 4)(x^3 + 8x^2 + 16x)(x^3 + 27)$ $= 4x^8 + 32x^7 + 60x^6 + 76x^5 + 800x^4 + 1620x^3 - 864x^2 - 1728x$ keine Symmetrie von II nach I	
i)	$f(x) = -3$ Achsensymmetrie von III nach IV	
j)	$f(x) = -x^5 + x^3 - 2$ keine Symmetrie von II nach IV	

E6	Aufgaben			
	Berechnen Sie die Nullstellen folgender Funktionen:			
	a)	$f(x) = (x-4)(x-2)(x+1)$	b)	$f(x) = (x-4)(-x+2)$
	c)	$f(x) = x(x+5)^2$	d)	$f(x) = 3(x-4)^3(x+2)$
	e)	$f(x) = (2x-4)(x+3)x^3$	f)	$f(x) = x^3 - 2x^2$

E6	Ergebnisse			
	a)	$f(x) = (x-4)(x-2)(x+1) \Rightarrow P_{x_1}(4 0); P_{x_2}(2 0); P_{x_3}(-1 0)$		
	b)	$f(x) = (x-4)(-x+2) \Rightarrow P_{x_1}(4 0); P_{x_2}(2 0)$		
	c)	$f(x) = x(x+5)^2 = x(x+5)(x+5) \Rightarrow P_{x_1}(0 0); P_{x_{2/3}}(-5 0)$		
	d)	$f(x) = 3(x-4)^3(x+2) = (x-4)(x-4)(x-4)(x+2) \Rightarrow P_{x_{1/2/3}}(4 0); P_{x_4}(-2 0)$		
	e)	$f(x) = (2x-4)(x+3)x^3 \Rightarrow P_{x_1}(2 0); P_{x_2}(-3 0); P_{x_{3/4/5}}(0 0)$		
f)	$f(x) = x^3 - 2x^2 = x^2(x-2) \Rightarrow P_{x_{1/2}}(0 0); P_{x_3}(2 0)$			

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word - Dokument
ohne Copyright - Vermerk
erhalten Sie unter
<http://www.brinkmann-du.de>