Lösungen ganzrationale Funktionen I

Ergebnisse und ausführliche Lösungen:

E1	Ergebnis
	Multipliziert man eine Zahl, die kleiner als 1 ist, mit sich selbst, wird das Ergebnis immer kleiner. Multipliziert man eine Zahl, die größer als 1 ist, mit sich selbst, wird das Ergebnis immer größer.

A2 Ausführliche Lösung

Ausgangsfunktion: $f(x) = x^3$

Verschiebung um 2 EH nach links:

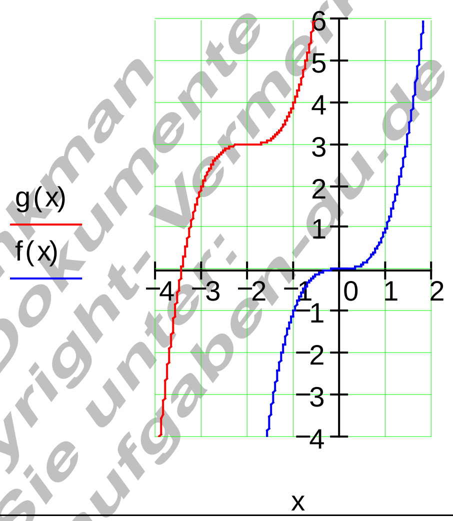
$f_1(x) = (x+2)^3$

Verschiebung um 3 EH nach oben:

$g(x) = (x+2)^3 + 3$

Neue Funktionsgleichung:

$g(x) = x^3 + 6x^2 + 12x + 11$



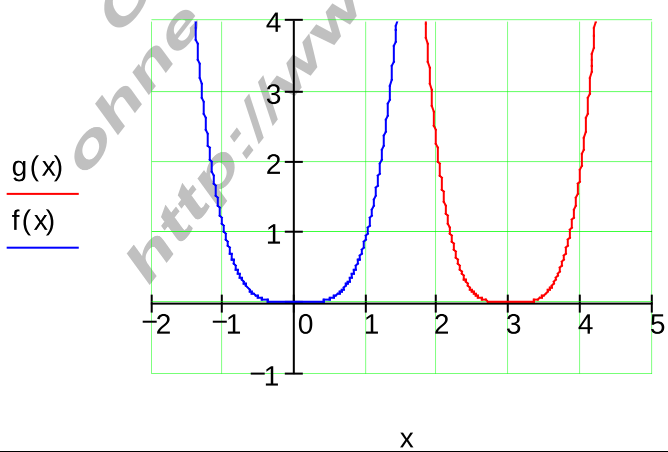
A3 Ausführliche Lösung

a) Ausgangsfunktion: $f(x) = x^4$

Verschiebung um 3 Einheiten nach rechts: $f_1(x) = (x-3)^4$

Streckung um den Faktor 2: $g(x) = 2(x-3)^4$

Neue Funktionsgleichung: $g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$



A3	Ausführliche Lösung

b)

Achsensymmetrie: $g(-x) = g(x)$

$g(x) = 2x^4 - 24x^3 + 108x^2 - 216x + 162$

$g(-x) = 2(-x)^4 - 24(-x)^3 + 108(-x)^2 - 216(-x) + 162$

$\quad = 2x^4 + 24x^3 + 108x^2 + 216x + 162$

$\Rightarrow g(-x) \neq g(x) \quad \Rightarrow$ Der Graph ist nicht achsensymmetrisch.

Punktsymmetrie: $g(-x) = -g(x)$ ($g(-x)$ siehe oben)

$-g(x) = -2x^4 + 24x^3 - 108x^2 + 216x - 162$

$\Rightarrow g(-x) \neq -g(x) \quad \Rightarrow$ Der Graph ist nicht punktsymmetrisch.

E4	Ergebnisse
a)	$P(-3 \mid -27)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^3$ denn $f(-3) = (-3)^3 = -27$
b)	$P(-2 \mid 16)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^4$ denn $f(-2) = (-2)^4 = 16$
c)	$P(0{,}5 \mid 0{,}25)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^2$ denn $f(0{,}5) = 0{,}25$
d)	$P\left(\frac{1}{3} \,\middle|\, \frac{1}{27}\right)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^3$ denn $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{1}{27}$
e)	$P(0{,}1 \mid 0{,}0001)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^4$ denn $f(0{,}1) = 0{,}0001$
f)	$P(-1 \mid 1)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^n$ mit n gerade
g)	$P(-2 \mid 8)$ Es gibt keine Potenzfunktion, deren Graph durch diesen Punkt verläuft, denn $(-2)^3 = -8$
h)	$P\left(\frac{3}{4} \,\middle|\, \frac{81}{256}\right)$ liegt auf dem Graphen von $f(x) = x^4$ denn $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{81}{256}$

E5	Ergebnisse
a)	$f(x) = 4x^3$ Punktsymmetrie III $\rightarrow$ I $\quad W = \mathbb{R}\,;\, n = 3$
b)	$f(x) = -160x^2$ Achsensymmetrie II $\rightarrow$ IV $\quad W = \mathbb{R}_-\,;\, n = 2$
c)	$f(x) = -1500x$ Punktsymmetrie II $\rightarrow$ I $\quad W = \mathbb{R}\,;\, n = 1$
d)	$f(x) = \sqrt{2} \cdot x^6$ Achsensymmetrie II $\rightarrow$ I $\quad W = \mathbb{R}^+\,;\, n = 6$
e)	$f(x) = 5$ Achsensymmetrie II $\rightarrow$ I $\quad W = \{5\}\,;\, n = 0$
f)	$f(x) = -25x^5$ Punktsymmetrie II $\rightarrow$ IV $\quad W = \mathbb{R}\,;\, n = 5$

E6	Ergebnisse	
	a)	$f(x)=(x-2)^2-4x^3=-4x^3+x^2-4x+4$ 3. Grades $n=3$
	b)	$f(x)=4(x+5)^3+(x-2)(x+2)=4x^3+61x^2+300x+496$ 3. Grades $n=3$
	c)	$f(x)=2x^3-(x-1)^2=2x^3-x^2+2x-1$ 3. Grades $n=3$
	d)	$f(x)=(x-4)(x+1)^2=x^3-2x^2-7x-4$ 3. Grades $n=3$
	e)	$f(x)=(x^2-4)(x^3-x^2+4)=x^5-x^4-4x^3+16$ 5. Grades $n=5$
	f)	$f(x)=\frac{x-5}{8}(x-2)+\frac{3}{4}x^2=\frac{7}{8}x^2-\frac{7}{8}x+\frac{5}{4}$ 2. Grades $n=2$

A7	Ausführliche Lösung
	Der Graph einer ganzrationalen Funktion mit ungeradem Grad verläuft entweder von III nach I oder von II nach IV. Dabei wird in jedem Fall die x – Achse mindestens einmal geschnitten (mind. eine Nullstelle). Der Graph einer ganzrationalen Funktion mit geradem Grad verläuft entweder von II nach I oder von III nach IV. Dabei wird die x – Achse nicht notwendigerweise geschnitten (keine Nullstelle).