

Lösungen Volumen und Masse II

Ergebnisse

Bemerkung zu den Ergebnissen:

Alle Teilergebnisse werden auf drei Stellen hinter dem Komma gerundet.

Da das Endergebnis aus diesen gerundeten Werten gebildet wurde, weicht es geringfügig von der exakten Lösung ab.

E1	Der Wasserbehälter kann 540 Liter Wasser fassen.
E2	Der Ölspiegel im Tank hat eine Höhe von 58,333... cm.
E3	Das Ausdehnungsgefäß fasst 43,295 Liter.
E4	Das Werkstück hat eine Dichte von $7,3 \text{ g/cm}^3$.
E5	Der Ölspiegel hat eine Höhe von 185,185 mm.
E6	Auf der Rolle befinden sich 2337,678 m Draht.
E7	Die Buchse hat eine Masse von 1,014 kg.
E8	Die Masse aller Lagerzapfen zusammen beträgt 6,760 kg.
E9	Die Bronze- Lagerbuchse hat eine Masse von 0,387 kg. Aus Kunststoff gefertigt, verringert sie sich auf 25,581%.

Ausführliche Lösungen:

A1	<p>Ein rechteckiger Wasserbehälter mit den Maßen 0,8 x 0,45 x 1,5 m soll mit Wasser gefüllt werden. Wie viel Liter kann er fassen?</p> <p>Da das Ergebnis in Liter berechnet werden soll, ist es sinnvoll, alle Maße in dm umzurechnen, denn 1 Kubikdezimeter entspricht einem Liter. $a = 0,8\text{m} = 8\text{ dm}$; $b = 0,45\text{m} = 4,5\text{ dm}$; $c = 1,5\text{m} = 15\text{ dm}$</p> $V = a \cdot b \cdot c = 8\text{ dm} \cdot 4,5\text{ dm} \cdot 15\text{ dm} = 540\text{ dm}^3 \hat{=} 540\text{ Liter}$ $V = 540\text{ Liter}$ <p><u>Der Wasserbehälter kann 540 Liter Wasser fassen.</u></p>
A2	<p>Die rechteckige Grundfläche eines Ölbehälters hat die Maße $a = 60\text{ cm}$ und $b = 40\text{ cm}$. Der Behälter ist mit $V = 140\text{ Liter}$ Öl gefüllt. Welche Höhe h hat der Ölspiegel in cm ?</p> <p>Da das Ergebnis in cm berechnet werden soll, ist es sinnvoll, das Volumen in Kubikzentimeter umzurechnen. Dabei gilt: 1 Liter entspricht $1\text{ dm}^3 = 1000\text{ cm}^3$. $a = 60\text{ cm}$; $b = 40\text{ cm}$; $V = 140\text{ Liter} \hat{=} 140\text{ dm}^3 = 140\,000\text{ cm}^3$</p> $V = a \cdot b \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V}{a \cdot b} = \frac{140\,000\text{ cm}^3}{60\text{ cm} \cdot 40\text{ cm}} = 58\frac{1}{3}\text{ cm}$ $h = 58\frac{1}{3}\text{ cm}$ <p><u>Der Ölspiegel im Tank hat eine Höhe von 58,333... cm.</u></p>
A3	<p>Ein zylindrisches Ausdehnungsgefäß hat $d = 35\text{ cm}$ Durchmesser und $h = 450\text{ mm}$ Höhe. Wie viel Liter fasst das Gefäß ?</p> <p>Da das Ergebnis in Liter berechnet werden soll, ist es sinnvoll, alle Maße in dm umzurechnen, denn 1 Kubikdezimeter entspricht einem Liter. $d = 35\text{ cm} = 3,5\text{ dm}$; $h = 450\text{ mm} = 4,5\text{ dm}$</p> <p>Kreisfläche als Grundfläche:</p> $A = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} = \frac{(3,5\text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} = 9,621\text{ dm}^2$ <p>Volumen = Grundfläche · Höhe :</p> $V = A \cdot h = 9,621\text{ dm}^2 \cdot 4,5\text{ dm} = 43,295\text{ dm}^3$ <p>Umrechnung in Liter: $1\text{ dm}^3 \hat{=} 1\text{ Liter} \Rightarrow 43,295\text{ dm}^3 \hat{=} 43,295\text{ Liter}$</p> $V = 43,295\text{ Liter}$ <p><u>Das Ausdehnungsgefäß fasst 43,295 Liter.</u></p>

A4	<p>Ein quaderförmiges Werkstück mit den Maßen $a = 10 \text{ mm}$, $b = 60 \text{ mm}$, $c = 150 \text{ mm}$ hat eine Masse von $m = 657 \text{ g}$. Welche Dichte hat das Material?</p> <p>Da das Ergebnis in Gramm/ Kubikzentimeter berechnet werden soll, ist es sinnvoll, alle Maße in cm umzurechnen. $a = 10 \text{ mm} = 1 \text{ cm}$; $b = 60 \text{ mm} = 6 \text{ cm}$; $c = 150 \text{ mm} = 15 \text{ cm}$</p> <p>Kreisfläche als Grundfläche:</p> <p>Dichte = $\frac{\text{Masse in Gramm}}{\text{Volumen in Kubikzentimeter}}$</p> <p>Volumen : $V = a \cdot b \cdot c = 1 \text{ cm} \cdot 6 \text{ cm} \cdot 15 \text{ cm} = 90 \text{ cm}^3$</p> <p>Dichte : $\rho = \frac{m}{V} = \frac{657 \text{ g}}{90 \text{ cm}^3} = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$</p> <p><u>$\rho = 7,3 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$</u></p> <p>Das Werkstück hat eine Dichte von $7,3 \text{ g/cm}^3$.</p>
----	--

A5	<p>In einem Ölbehälter (Quader) mit den Abmessungen $a = 500 \text{ mm}$, $b = 300 \text{ mm}$, $c = 250 \text{ mm}$ ist $m = 25 \text{ kg}$ Öl vorhanden.</p> <p>Dichte von Öl: $\rho_{\text{Öl}} = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$</p> <p>Welche Höhe h in mm hat der Ölspiegel ?</p> <p>Da die Dichte in Kilogramm/Kubikdezimeter gegeben ist, werden alle Längen in dm umgerechnet. $a = 500 \text{ mm} = 5 \text{ dm}$; $b = 300 \text{ mm} = 3 \text{ dm}$; $c = 250 \text{ mm} = 2,5 \text{ dm}$</p> <p>$c$ ist die Höhe des Behälters</p> <p>Allgemein gilt: $\rho = \frac{m}{V} \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho}$</p> <p>$V_{\text{Öl}} = a \cdot b \cdot h \Leftrightarrow h = \frac{V_{\text{Öl}}}{a \cdot b}$</p> <p>mit $V_{\text{Öl}} = \frac{m_{\text{Öl}}}{\rho_{\text{Öl}}}$ und $\rho_{\text{Öl}} = 0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ gilt:</p> $h = \frac{V_{\text{Öl}}}{a \cdot b} = \frac{\frac{m_{\text{Öl}}}{\rho_{\text{Öl}}}}{a \cdot b} = \frac{\frac{25 \text{ kg}}{0,9 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}}}{5 \text{ dm} \cdot 3 \text{ dm}} = \frac{25 \cancel{\text{ kg}} \cdot \text{dm}^3}{0,9 \cancel{\text{ kg}} \cdot 15 \text{ dm}^2} = \frac{25 \text{ dm}^3}{0,9 \cdot 15 \text{ dm}^2} = 1,85185 \text{ dm}$ <p><u>$h = 185,185 \text{ mm}$</u></p> <p>Der Ölspiegel hat eine Höhe von $185,185 \text{ mm}$.</p>
----	---

A6 Eine Drahtrolle aus $d = 0,5$ mm dickem Stahldraht hat eine Masse von $m = 3,6$ kg.

$$\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

Wie viel Meter sind auf der Rolle ?

Da die Dichte in Kilogramm/Kubikdezimeter gegeben ist, werden alle Längen in dm umgerechnet.

$$d = 0,5 \text{ mm} = 0,005 \text{ dm} ; m = 3,6 \text{ kg} ; \rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$$

$$m = \rho \cdot V \Leftrightarrow V = \frac{m}{\rho} \text{ mit } m = 3,6 \text{ kg und } \rho = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \text{ gilt:}$$

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{3,6 \text{ kg}}{7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}} = \frac{3,6 \cancel{\text{kg}} \cdot \text{dm}^3}{7,85 \cancel{\text{kg}}} = 0,459 \text{ dm}^3$$

Den Draht kann man sich als langen Zylinder vorstellen, mit dem Volumen

$$V = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot l \Leftrightarrow l = \frac{4V}{d^2 \cdot \pi} = \frac{4 \cdot 0,459 \text{ dm}^3}{(0,005 \text{ dm})^2 \cdot \pi} = 23376,781 \text{ dm}$$

$$l = \underline{\underline{2337,678 \text{ m}}}$$

Auf der Rolle befinden sich 2337,678 m Draht.

A7 Eine Buchse (Rohrstück) aus CuSn 10 (Messing) 10 hat die Durchmesser $D = 77$ mm, $d = 68$ mm und ist $l = 115$ mm lang.

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Berechnen Sie die Masse in kg.

Da die Dichte in Gramm/Kubikzentimeter gegeben ist, werden alle Längen in cm umgerechnet.

$$D = 77 \text{ mm} = 7,7 \text{ cm} ; d = 68 \text{ mm} = 6,8 \text{ cm} ; l = 115 \text{ mm} = 11,5 \text{ cm}$$

$$\rho_{\text{CuSn}} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$m = \rho \cdot V$ zu berechnen ist das Volumen

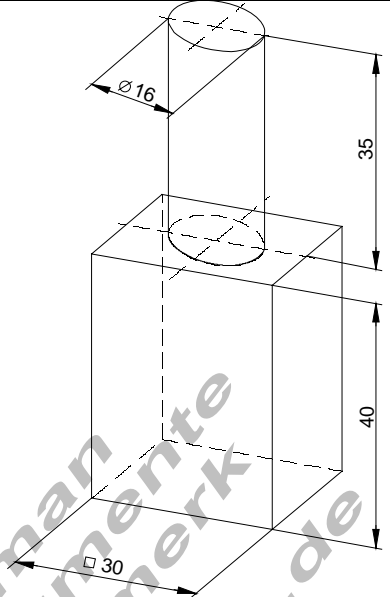
$$V = \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} \cdot l \text{ mit } m = \rho \cdot V \text{ gilt:}$$

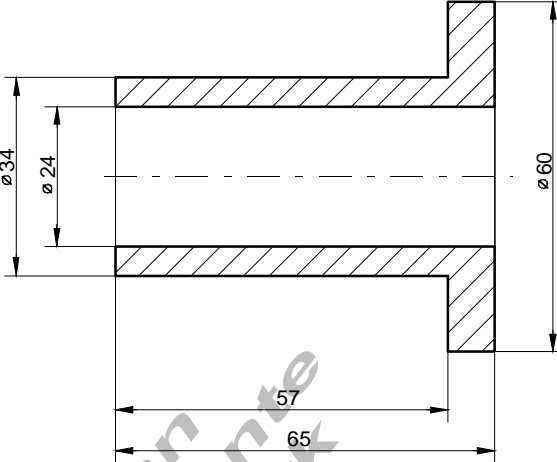
$$m = \rho \cdot \frac{(D^2 - d^2) \cdot \pi}{4} \cdot l = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{[(7,7 \text{ cm})^2 - (6,8 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 11,5 \text{ cm}$$

$$= 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot \frac{[13,05 \text{ cm}^2] \cdot \pi}{4} \cdot 11,5 \text{ cm} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 117,869 \text{ cm}^3 = 1013,673 \text{ g}$$

$$m = \underline{\underline{1,014 \text{ kg}}}$$

Die Buchse hat eine Masse von 1,014 kg.

<p>A8 Berechnen Sie die Masse von 20 Lagerzapfen aus S235J2 (St 37 –3) für Garagentore. Stahl hat eine Dichte von</p> $\rho_{\text{Stahl}} = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$ <p>Die Maße in mm sind aus nebenstehender Zeichnung abzulesen. Da die Dichte in Kilogramm/Kubikdezimeter gegeben ist, werden alle Längen in dm umgerechnet. Die Masse eines Lagerzapfens ist mit 20 zu multiplizieren.</p>	
<p>Quader : $a = 30 \text{ mm} = 0,3 \text{ dm}$; $b = 30 \text{ mm} = 0,3 \text{ dm}$; $c = 40 \text{ mm} = 0,4 \text{ dm}$ Zylinder : $d = 16 \text{ mm} = 0,16 \text{ dm}$; $h = 35 \text{ mm} = 0,35 \text{ dm}$ Quadervolumen : $V_Q = a \cdot b \cdot c = 0,3 \text{ dm} \cdot 0,3 \text{ dm} \cdot 0,4 \text{ dm} = 0,036 \text{ dm}^3$ Zylindervolumen : $V_Z = \frac{d^2 \cdot \pi}{4} \cdot h = \frac{(0,16 \text{ dm})^2 \cdot \pi}{4} \cdot 0,35 \text{ dm} = 0,007 \text{ dm}^3$ Gesamtvolumen : $V = V_Q + V_Z = 0,036 \text{ dm}^3 + 0,007 \text{ dm}^3 = 0,047 \text{ dm}^3$ Masse : $m = \rho \cdot V = 7,85 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 0,047 \text{ dm}^3 = 0,338 \text{ kg}$ Masse(20) : $m_{20} = 20 \cdot m = 20 \cdot 0,338 \text{ kg} = 6,760 \text{ kg}$ <u>$m_{20} = 6,760 \text{ kg}$</u> Die Masse aller Lagerzapfen zusammen beträgt 6,760 kg.</p>	

<p>A9 Zu berechnen ist die Masse der Bronze – Lagerbuchse (CuSn8). Auf welchen Bruchteil in % verringert sie sich, wenn man sie aus Kunststoff herstellt?</p> $\rho_{\text{Bronze}} = 8,6 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ $\rho_{\text{Kunststoff}} = 2,2 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ <p>Das Gesamtvolumen besteht aus zwei Rohrvolumen. Gerechnet wird mit cm.</p>	
<p>Rohr 1: $D_1 = 34 \text{ mm} = 3,4 \text{ cm}$; $d_1 = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm}$; $l_1 = 57 \text{ mm} = 5,7 \text{ cm}$ Rohr 2: $D_2 = 60 \text{ mm} = 6,0 \text{ cm}$; $d_2 = 24 \text{ mm} = 2,4 \text{ cm}$; $l_2 = 8 \text{ mm} = 0,8 \text{ cm}$</p> $V_1 = \frac{(D_1^2 - d_1^2) \cdot \pi}{4} \cdot l = \frac{[(3,4 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 5,7 \text{ cm} = 25,965 \text{ cm}^3$ $V_2 = \frac{(D_2^2 - d_2^2) \cdot \pi}{4} \cdot l = \frac{[(6,0 \text{ cm})^2 - (2,4 \text{ cm})^2] \cdot \pi}{4} \cdot 0,8 \text{ cm} = 19,000 \text{ cm}^3$ <p>Gesamtvolumen: $V = V_1 + V_2 = 25,965 \text{ cm}^3 + 19,000 \text{ cm}^3 = 44,965 \text{ cm}^3$</p> <p>Masse (Bronzeteil): $m_B = \rho_B \cdot V = 8,6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,965 \text{ cm}^3 = 386,699 \text{ g} \approx 0,387 \text{ kg}$</p> <p>Masse (Kunststoffteil): $m_K = \rho_K \cdot V = 2,2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3} \cdot 44,965 \text{ cm}^3 = 98,923 \text{ g} \approx 0,099 \text{ kg}$</p> <p>$m_B = 0,387 \text{ kg}$ $m_K = 0,099 \text{ kg}$</p> <p>Bruchteil in % bei Kunststoff: $G = m_B$ $W = m_K$</p> $W = \frac{G \cdot p}{100} \Leftrightarrow p = \frac{100 \cdot W}{G} = \frac{100 \cdot 98,923 \text{ g}}{386,699 \text{ g}} = 25,581\%$ <p>$p = 25,581\%$</p> <p>Die Bronze- Lagerbuchse hat eine Masse von 0,387 kg. Aus Kunststoff gefertigt, verringert sie sich auf 25,581%.</p>	