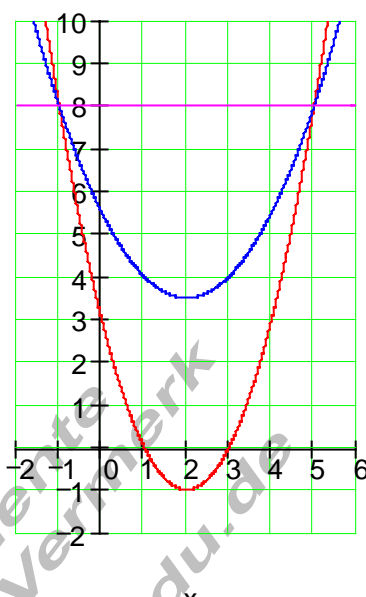


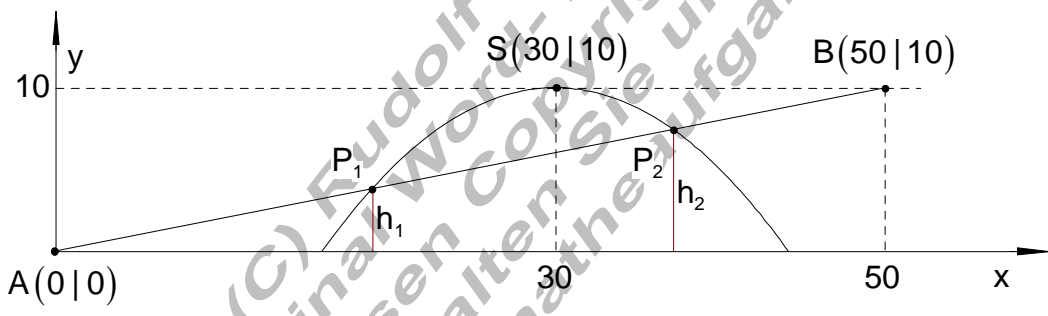
Lösungen quadratische Funktionen vermischt I

Ergebnisse und ausführliche Lösungen:

A1	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>a) Allgemeine Funktionsgleichung für eine Parabel: $f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$ Die Koordinaten von jeweils 3 Punkten genügen um die Koeffizienten der Funktionsgleichungen zu bestimmen.</p> <table style="width: 100%; border: none;"> <tr> <td style="width: 50%;">Auswahl für $f(x)$</td> <td style="width: 50%;">Auswahl für $g(x)$</td> </tr> <tr> <td>$P_1(0 1); P_2(1 4); P_3(2 9)$</td> <td>$P_1(0 1); P_2(1 2); P_3(2 1)$</td> </tr> <tr> <td>Ansatz:</td> <td>Ansatz:</td> </tr> <tr> <td>$f(0) = a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1 \Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$</td> <td>$g(0) = a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1 \Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$</td> </tr> <tr> <td>$f(1) = a_2 \cdot 1 + a_1 \cdot 1 + 1 = 4$</td> <td>$g(1) = a_2 \cdot 1 + a_1 \cdot 1 + 1 = 2$</td> </tr> <tr> <td>$f(2) = a_2 \cdot 4 + a_1 \cdot 2 + 1 = 9$</td> <td>$g(2) = a_2 \cdot 4 + a_1 \cdot 2 + 1 = 1$</td> </tr> </table> <p>Das sind jeweils zwei Gleichungen mit zwei Variablen. Lösung durch eins der drei bekannten Verfahren (Additions, Einsetzungs oder Gleichsetzungsverfahren).</p> <p>$a_2 = 1; a_1 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x^2 + 2x + 1}}$ $a_2 = -1; a_1 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -x^2 + 2x + 1}}$</p> <p>Schnittpunkte: $f(x) = g(x) \Leftrightarrow 2x^2 = 0 \Rightarrow x_{1/2} = 0 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Berührungspunkt } B(0 1)}}$</p>	Auswahl für $f(x)$	Auswahl für $g(x)$	$P_1(0 1); P_2(1 4); P_3(2 9)$	$P_1(0 1); P_2(1 2); P_3(2 1)$	Ansatz:	Ansatz:	$f(0) = a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1 \Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$	$g(0) = a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1 \Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$	$f(1) = a_2 \cdot 1 + a_1 \cdot 1 + 1 = 4$	$g(1) = a_2 \cdot 1 + a_1 \cdot 1 + 1 = 2$	$f(2) = a_2 \cdot 4 + a_1 \cdot 2 + 1 = 9$	$g(2) = a_2 \cdot 4 + a_1 \cdot 2 + 1 = 1$
Auswahl für $f(x)$	Auswahl für $g(x)$												
$P_1(0 1); P_2(1 4); P_3(2 9)$	$P_1(0 1); P_2(1 2); P_3(2 1)$												
Ansatz:	Ansatz:												
$f(0) = a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1 \Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$	$g(0) = a_2 \cdot 0^2 + a_1 \cdot 0 + a_0 = 1 \Rightarrow \boxed{a_0 = 1}$												
$f(1) = a_2 \cdot 1 + a_1 \cdot 1 + 1 = 4$	$g(1) = a_2 \cdot 1 + a_1 \cdot 1 + 1 = 2$												
$f(2) = a_2 \cdot 4 + a_1 \cdot 2 + 1 = 9$	$g(2) = a_2 \cdot 4 + a_1 \cdot 2 + 1 = 1$												

A1	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>b) Bestimmung der Funktionsgleichungen wie unter a)</p> <p>$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2; g(x) = x^2 - 3x + 2$</p> <p>$f(x) = g(x) \Leftrightarrow -\frac{3}{2}x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x \left(-\frac{3}{2}x + 3 \right) = 0$</p> <p>$\Rightarrow x_1 = 0 \Rightarrow g(0) = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0 2)}}$</p> <p>$\left(-\frac{3}{2}x + 3 \right) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2 \Rightarrow g(2) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(2 0)}}$</p>
----	---

E2	Ergebnisse		d)	
	a)	Die Schnittpunkte P_1 und P_2 : $P_1(-1 8)$ $P_2(5 8)$		
	b)	Die Funktionsgleichung der Schnittgeraden $[P_1P_2]$ mit $f_3(x)$: $f_3(x) = 8$		
c)	die Scheitelpunkte S_1 und S_2 : $S_1(2 -1)$ $S_2\left(2 \mid \frac{7}{2}\right)$			

A3	Ausführliche Lösung
	Modellierung:
	

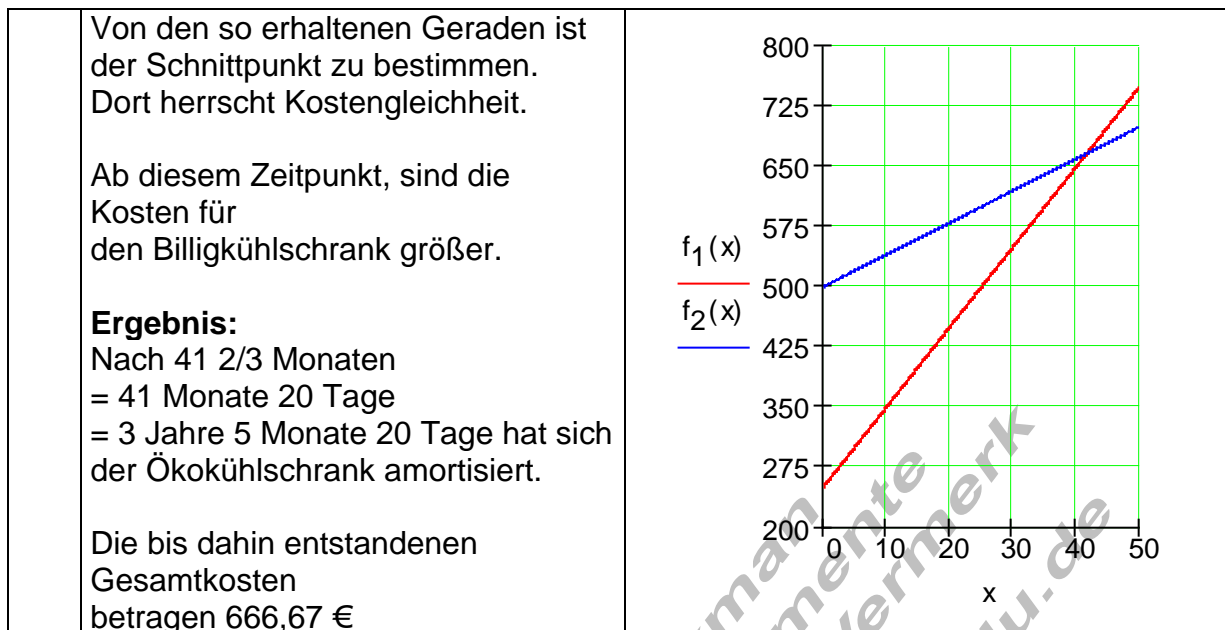
A3	Ausführliche Lösung
	Aufstellen der Funktionsgleichungen
	Rampe (Gerade) durch den Ursprung und $B(50 10)$
	$\Rightarrow a_1 = \frac{10}{50} = \frac{1}{5} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{5}x$
	Brückenbogen (Parabel) mit dem Scheitel $S(30 10)$ und $a_2 = -\frac{1}{20}$
	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}(x-30)^2 + 10$ Scheitelpunktform
	$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35$ allgemeine Form
	Um die Höhe der Stützpfeiler zu erhalten benötigen wir die Schnittpunkte der Geraden mit der Parabel.

A3	Ausführliche Lösung
----	---------------------

<p>Berechnung der Schnittpunkte Ansatz: $f(x) = g(x)$ oder $f(x) - g(x) = 0$ $\Rightarrow -\frac{1}{20}x^2 + 3x - 35 - \frac{1}{5}x = -\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0$ quadratische Gleichung $-\frac{1}{20}x^2 + \frac{14}{5}x - 35 = 0 \quad \cdot (-20)$ $\Leftrightarrow x^2 - 56x + 700 = 0 \Rightarrow p = -56; q = 700$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = (-28)^2 - 700 = 84$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\Rightarrow x_1 = 28 + \sqrt{84} \quad \vee \quad x_2 = 28 - \sqrt{84}$ Die Höhe der Pfeiler entspricht den zugehörigen y-Werten. $y_1 = g(x_1) = g(28 + \sqrt{84}) = \frac{1}{5}(28 + \sqrt{84}) \approx \underline{\underline{7,433}}$ $y_2 = g(x_2) = g(28 - \sqrt{84}) = \frac{1}{5}(28 - \sqrt{84}) \approx \underline{\underline{3,767}}$ Der Pfeiler h_1 hat die Höhe 3,764 m, der Pfeiler h_2 hat die Höhe 7,433 m. Soll der Schnittpunkt einer Geraden mit einer Parabel bestimmt werden, so führt das immer auf eine quadratische Gleichung.</p>

<p>A4 Ausführliche Lösung</p> <p>Hinweis: Beide Kostenkurven stellen Geraden dar, deren Schnittpunkt zu bestimmen ist.</p> <p>Aus den gegebenen Daten sind zuerst die Steigungen beider Geraden zu bestimmen.</p> <p>$m_1 : 10 \text{ €/Monat} \rightarrow m_1 = 10/1 = 10$ $m_2 : 4 \text{ €/Monat} \rightarrow m_2 = 4/1 = 4$</p> <p>$f_1$ schneidet die y-Achse bei 250 $\rightarrow b = 250$ f_2 schneidet die y-Achse bei 500 $\rightarrow b = 500$</p>	<p>Billigkühlschrank: $m = \frac{10}{1} \quad b = 250$ $\Rightarrow f_1(x) = 10x + 250$</p> <p>Ökokühlschrank: $m = \frac{4}{1} \quad b = 500$ $\Rightarrow f_2(x) = 4x + 500$</p> <p>$f_1(x_s) = f_2(x_s)$ $\Rightarrow 10x_s + 250 = 4x_s + 500$ $\Leftrightarrow 6x_s = 250$ $\Leftrightarrow x_s = \frac{250}{6} = 41\frac{2}{3}$ $y_s = f_1(x_s) = 10 \cdot \frac{250}{6} + 250 = 666\frac{2}{3}$</p> <p>$P_s \left(41\frac{2}{3} \mid 666\frac{2}{3} \right)$</p>
---	--

<p>A4 Ausführliche Lösung</p>



A5	Ausführliche Lösung	<p>Hinweis: Bestimmen Sie zuerst die Gewinnfunktion (Parabel durch drei Punkte) Der größte Gewinn entsteht am Scheitelpunkt dieser Parabel.</p> <p>$G(x) = ax^2 + bx + c$</p> <p>$P_1(2 0): \quad 4a + 2b + c = 0$</p> <p>$P_2(10 0): \quad 100a + 10b + c = 0$</p> <p>$P_3(4 6): \quad 16a + 4b + c = 6$</p> <table style="margin-top: 10px; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">100</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">10</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">II - 25 · I</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">16</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">6</td> <td style="padding: 2px 10px;">III - 4 · I</td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-40</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-24</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">6</td> <td style="padding: 2px 10px;">·(-10)</td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-40</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-24</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;">:(-8)</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">40</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">30</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-60</td> <td style="padding: 2px 10px;">III + II</td> </tr> <tr style="border-top: 1px solid black;"> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">4</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">2</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">5</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">3</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">6</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px 10px;">-60</td> <td style="padding: 2px 10px;"></td> </tr> </table>	4	2	1	0		100	10	1	0	II - 25 · I	16	4	1	6	III - 4 · I	4	2	1	0		0	-40	-24	0		0	-4	-3	6	·(-10)	4	2	1	0		0	-40	-24	0	:(-8)	0	40	30	-60	III + II	4	2	1	0		0	5	3	0		0	0	6	-60	
4	2	1	0																																																											
100	10	1	0	II - 25 · I																																																										
16	4	1	6	III - 4 · I																																																										
4	2	1	0																																																											
0	-40	-24	0																																																											
0	-4	-3	6	·(-10)																																																										
4	2	1	0																																																											
0	-40	-24	0	:(-8)																																																										
0	40	30	-60	III + II																																																										
4	2	1	0																																																											
0	5	3	0																																																											
0	0	6	-60																																																											

$$6c = -60$$

$$\Leftrightarrow c = -10$$

$$5b + 3 \cdot (-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow b = 6$$

$$4a + 2 \cdot 6 + 1 \cdot (-10) = 0$$

$$\Leftrightarrow a = -\frac{1}{2}$$

$$\underline{\underline{G(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 10}}$$

Nachdem die Gewinnfunktion ermittelt wurde, ist diese in die Scheitelform umzuformen.

$$G(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6x - 10$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}[x^2 - 12x + 20]$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}[x^2 - 12x + 6^2 - 6^2 + 20]$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}[(x-6)^2 - 16]$$

$$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}(x-6)^2 + 8 \Rightarrow \underline{\underline{S(6|8)}}$$

Bei einer Ausbringung von 6 ME ist der Gewinn mit 8 GE maximal.

A5 Ausführliche Lösung

