

## Lösungen Text- und Anwendungsaufgaben III

### Ausführliche Lösungen:

A1	<p>Ausführliche Lösung</p> <p><math>f(x) = -x^2 + 4</math>; <math>g(x) = -x + 2</math></p> <p>Koordinaten der Punkte A und B: <math>A(u   g(u))</math>; <math>B(u   f(u))</math></p> <p>Abstand der Punkte A und B von einander:</p> <p><math>A(u) = f(u) - g(u) = -u^2 + 4 - (-u + 2) = -u^2 + u + 2</math></p> <p>Für <math>u = 1</math> gilt: <math>A(1) = -1^2 + 1 + 2 = \underline{\underline{2}}</math></p> <p>Der größte Abstand wird bestimmt durch den Scheitelpunkt von <math>A(u)</math></p> $A(u) = -u^2 + u + 2 = -\left[u^2 - u - 2\right] = -\left[u^2 - u + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 2\right]$ $= -\left[\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{9}{4}\right] = -\left(u - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{9}{4} \Rightarrow S\left(\frac{1}{2} = 0,5 \mid \frac{9}{4} = 2,25\right)$ <p>Für <math>u = 0,5</math> ist der Abstand maximal <u>2,25 LE</u></p>
----	---

A2	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>a) <math>K(x) = 0,125x^2 + 1,5x + 200</math>; <math>0 \leq x \leq 90</math>; <math>E(x) = 14x</math></p>
----	--

A2	Ausführliche Lösung
b)	<p>Nutzenschwelle aus Grafik abgelesen: NS(20   280)          Nutzenschwelle aus Grafik abgelesen: NS(80   1120)          rechnerische Lösung:  <math>K(x) = E(x) \Leftrightarrow x^2 - 100x + 1600 = 0</math>  <math>\Rightarrow x_1 = 80 ; E(80) = 1120 \Rightarrow NG(80   1120)</math>  <math>x_2 = 20 ; E(20) = 1120 \Rightarrow NS(20   280)</math></p>

A2	Ausführliche Lösung
c)	<p>Gewinn: <math>G(x) = E(x) - K(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200</math>  <math>G(x)</math> ist eine nach unten geöffnete Parabel. Gewinnmaximum liegt im Scheitel.  <math>G(x) = -\frac{1}{8}x^2 + \frac{25}{2}x - 200 = -\frac{1}{8}[x^2 - 100x + 1600] = -0,125(x - 50)^2 + 112,5</math>          Für eine Stückzahl von <u><math>x = 50</math></u> ist der Gewinn maximal (112,50 €)</p>

A3	Ausführliche Lösung																																								
a)	<p><math>P_1(20   15,75): f(20) = 400a_2 + 20a_1 + 1a_0 = 15,75</math>  <math>P_2(45   7): f(45) = 2025a_2 + 45a_1 + 1a_0 = 7</math>  <math>P_3(70   1,75): f(70) = 4900a_2 + 70a_1 + 1a_0 = 1,75</math></p> <table style="display: inline-table; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_0</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_1</math></td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;"><math>a_2</math></td> <td style="padding: 2px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">20</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">400</td> <td style="padding: 2px;">15,75</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">45</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">2025</td> <td style="padding: 2px;">7 II - I</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">70</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">4900</td> <td style="padding: 2px;">1,75 III - I</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">20</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">400</td> <td style="padding: 2px;">15,75</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">25</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1625</td> <td style="padding: 2px;">-8,75</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">50</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">4500</td> <td style="padding: 2px;">-14 III - 2 · I</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">20</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">400</td> <td style="padding: 2px;">15,75</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">25</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1625</td> <td style="padding: 2px;">-8,75</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 2px;">1250</td> <td style="padding: 2px;">3,5</td> </tr> </table> <p style="margin-left: 200px;"> <math>1250a_2 = 3,5 \Rightarrow a_2 = \underline{0,0028}</math>  <math>25a_1 + 1625 \cdot 0,0028 = -8,75</math>  <math>\Rightarrow a_1 = \underline{-0,532}</math>  <math>a_0 + 20 \cdot (-0,532) + 400 \cdot 0,0028 = 15,75</math>  <math>\Rightarrow a_0 = \underline{25,27}</math>  <math>\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 0,0028x^2 - 0,532x + 25,27}}</math> </p>	$a_0$	$a_1$	$a_2$		1	20	400	15,75	1	45	2025	7 II - I	1	70	4900	1,75 III - I	1	20	400	15,75	0	25	1625	-8,75	0	50	4500	-14 III - 2 · I	1	20	400	15,75	0	25	1625	-8,75	0	0	1250	3,5
$a_0$	$a_1$	$a_2$																																							
1	20	400	15,75																																						
1	45	2025	7 II - I																																						
1	70	4900	1,75 III - I																																						
1	20	400	15,75																																						
0	25	1625	-8,75																																						
0	50	4500	-14 III - 2 · I																																						
1	20	400	15,75																																						
0	25	1625	-8,75																																						
0	0	1250	3,5																																						

A3	Ausführliche Lösung
b)	<p>Höhenunterschied: <math>f(0) - f(90) = 25,27 - 0,07 = \underline{25,2}</math>          Die Differenz vom höchstem und tiefstem Punkt der Anlaufspur beträgt 25,2 m</p>

A4	Ausführliche Lösung																																									
a)	$BV(v) = a_2x^2 + a_1x + a_0 \quad P_1(30   6,25); P_2(40   6,2); P_3(80   7)$ $BV(30) = 900a_2 + 30a_1 + 1a_0 = 6,25$ $BV(40) = 1600a_2 + 40a_1 + 1a_0 = 6,2$ $BV(80) = 6400a_2 + 80a_1 + 1a_0 = 7$																																									
	<table border="1"> <thead> <tr> <th><math>a_0</math></th> <th><math>a_1</math></th> <th><math>a_2</math></th> <th></th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>1</td> <td>30</td> <td>900</td> <td>6,25</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>40</td> <td>1600</td> <td>6,2 II - I</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>80</td> <td>6400</td> <td>7 III - I</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>30</td> <td>900</td> <td>6,25</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>10</td> <td>700</td> <td>-0,05</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>50</td> <td>5500</td> <td>0,75 III - 5 · II</td> </tr> <tr> <td>1</td> <td>30</td> <td>900</td> <td>6,25</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>10</td> <td>700</td> <td>-0,05</td> </tr> <tr> <td>0</td> <td>0</td> <td>2000</td> <td>1</td> </tr> </tbody> </table>	$a_0$	$a_1$	$a_2$		1	30	900	6,25	1	40	1600	6,2 II - I	1	80	6400	7 III - I	1	30	900	6,25	0	10	700	-0,05	0	50	5500	0,75 III - 5 · II	1	30	900	6,25	0	10	700	-0,05	0	0	2000	1	$2000a_2 = 1 \Leftrightarrow a_2 = 0,0005$ $10a_1 + 700 \cdot 0,0005 = -0,05$ $\Leftrightarrow a_1 = -0,04$ $a_0 + 30(-0,04) + 900 \cdot 0,0005 = 6,25$ $\Leftrightarrow a_0 = 7$ $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7$
$a_0$	$a_1$	$a_2$																																								
1	30	900	6,25																																							
1	40	1600	6,2 II - I																																							
1	80	6400	7 III - I																																							
1	30	900	6,25																																							
0	10	700	-0,05																																							
0	50	5500	0,75 III - 5 · II																																							
1	30	900	6,25																																							
0	10	700	-0,05																																							
0	0	2000	1																																							

A4	Ausführliche Lösung	
b)	$v = 120 : \Rightarrow BV(120) = 0,0005 \cdot 120^2 - 0,04 \cdot 120 + 7 = 9,4$ Bei einer Geschwindigkeit von 120 km/h beträgt der Verbrauch 9,4 Liter/100 km.	

A4	Ausführliche Lösung	
c)	Ansatz: $BV(v) = 0,0005v^2 - 0,04v + 7 = 8$ $\Leftrightarrow 0,0005v^2 - 0,04v - 1 = 0 \Leftrightarrow v^2 - 80v - 2000 = 0$ $\Rightarrow v_1 = 100; v_2 = -20$ Bei einer Geschwindigkeit von $v = 100$ km/h ist der Verbrauch 8 Liter/100 km.	

A4	Ausführliche Lösung	
d)	Der geringste Verbrauch ist im Scheitelpunkt. $x$ -Koordinate des Scheitels: $x_s = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{100 - 20}{2} = 40$ $BV(40) = 6,2$ Bei einer Geschwindigkeit von 40 km/h ist der Verbrauch 6,2 Liter/100 km. Das ist der geringst mögliche Verbrauch.	