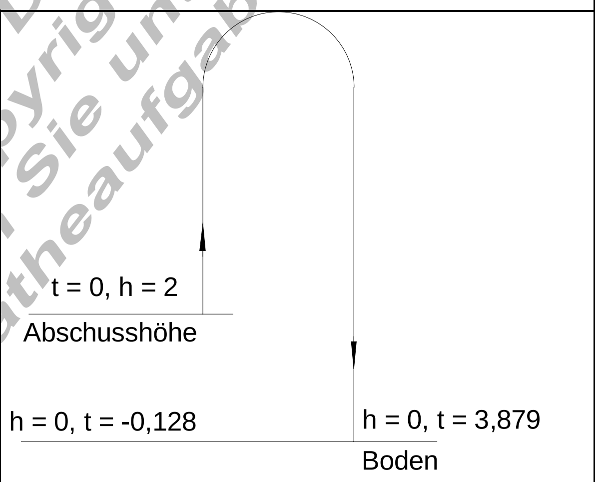
Lösungen Text- und Anwendungsaufgaben I

Ergebnisse und ausführliche Lösungen:

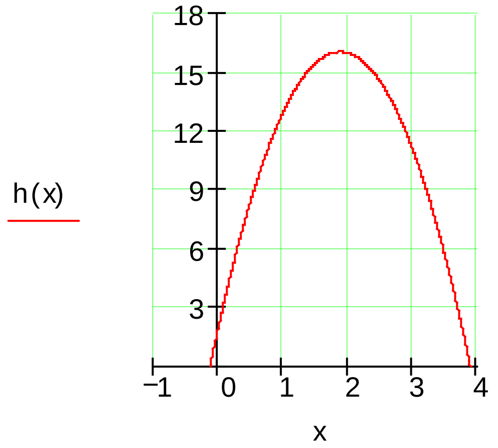
A1	Ausführliche Lösung
	Der Koordinatenursprung wird in die linke untere Ecke des Torbogens gelegt.
	$S(2\mid 6) \Rightarrow f(x) = a_2\left(x-2\right)^2 + 6$
	$f(0) = 0 \Leftrightarrow 4a_2 = -6 \Rightarrow a_2 = -\frac{3}{2} = -1{,}5$
	$f(x) = -\frac{3}{2}\left(x-2\right)^2 + 6 = \underline{\underline{-\frac{3}{2}x^2 + 6x}}$
	Das Fahrzeug ist 3 m breit. Fährt es mittig durch die Toreinfahrt, so ist der Abstand zur linken unteren Ecke noch 0,5 m. Die Höhe des Torbogens in diesem Bereich ist:
	$f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{3}{2}\cdot\frac{1}{4} + 6\cdot\frac{1}{2} = \frac{21}{8} = 2{,}625$
	Das Fahrzeug ist aber nur 2,2 m hoch. Es passt durch die Toreinfahrt.

A2	Ausführliche Lösung	
	a)	$h(t) = -4t^2 + 15t + 2 = 0$
		$\Leftrightarrow t^2 - \frac{15}{4}t - \frac{1}{2} = 0$
		$\Rightarrow p = -\frac{15}{4};\ q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \frac{257}{64}$
		$t_1 = \frac{15}{8} + \sqrt{\frac{257}{64}} \approx 3{,}879$
		$t_2 = \frac{15}{8} - \sqrt{\frac{257}{64}} \approx -0{,}129$
		Bedeutung der beiden Lösungen: Zur Zeit t = 0 wird der Pfeil von einer Höhe h = 2 m abgeschossen. Nach der Zeit t = 3,879 s kommt der Pfeil auf dem Boden h = 0 an. Würde man den Pfeil vom Boden h = 0 aus abschießen, so benötigt er für die ersten 2 m die Zeit 0,128 s.



A2 Ausführliche Lösung

b)



c)

Ansatz: $h(t) = 2$

$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t + 2 = 2$

$\Leftrightarrow -4t^2 + 15t = 0$

$\Leftrightarrow t(-4t + 15) = 0$

$\Rightarrow t_1 = 0\,;\, t_2 = \frac{15}{4} = \underline{\underline{3{,}75}}$

Nach t = 3,75 s befindet sich der Pfeil wieder auf der Abschusshöhe von 2 m.

A2 Ausführliche Lösung

d) Maximalhöhe im Scheitel

$t_s = \frac{t_1 + t_2}{2} = \frac{15}{8} = 1{,}875$ $\qquad h(t_s) = h\left(\frac{15}{8}\right) = \frac{257}{16} \approx 16{,}063$

Die größte Höhe 16,063 m wird nach 1,875 s erreicht.

E3 Ergebnisse

a) $f(x) = 0{,}1\cdot x^2$ Spiegelung an der $x-$Achse $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0{,}1\cdot x^2}}$

b) $f(x) = 0{,}1\cdot x^2$ Spiegelung an der $y-$Achse $\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 0{,}1\cdot x^2}}$

da achsensymmetrisch

c) $f(x) = 0{,}1\cdot x^2$ Verschiebung 3 Eh in pos. $x \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0{,}1\cdot(x-3)^2}}$

d) $f(x) = 0{,}1\cdot x^2$ Verschiebung 2 Eh in neg. $y \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -0{,}1\cdot x^2 - 2}}$

e) $f(x) = 0{,}1\cdot x^2$ Streckung um Fakt. 4 in $y \Rightarrow g(x) = 4\cdot f(x) = \underline{\underline{0{,}4\cdot x^2}}$

A4 Ausführliche Lösung

Maximum liegt im Scheitel mit $S(150\,|\,60000)$

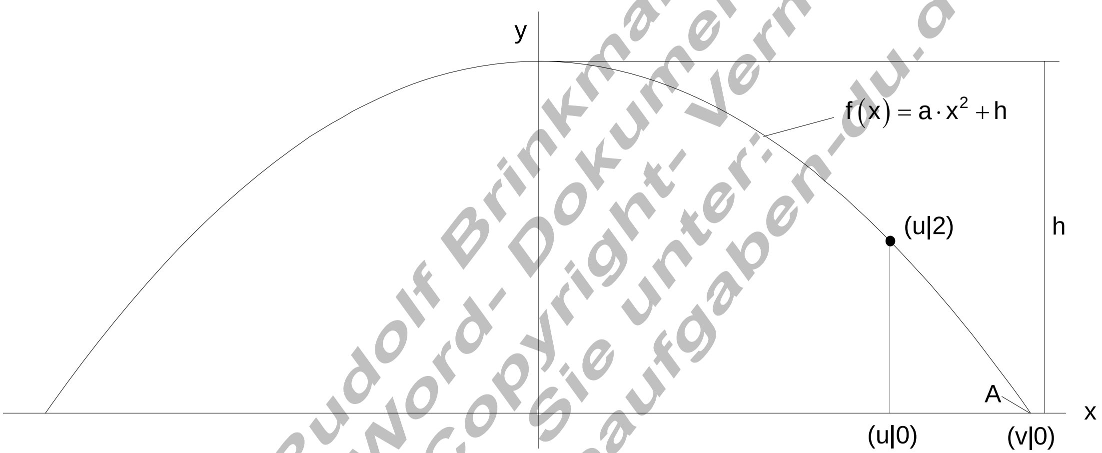
$\Rightarrow G(x) = a_2(x-150)^2 + 60000$ (Scheitelpunktform)

$G(50) = 0 \Leftrightarrow a_2(-100)^2 + 60000 = 0 \Rightarrow a_2 = -6$

$G(x) = -6(x-150)^2 + 60000 = \underline{\underline{-6x^2 + 1800x - 75000}}$

A5 Ausführliche Lösung

a) Die Länge des gesamten Brückenbogens beträgt s = 223m.
Die y- Achse teilt den Bogen in zwei Hälften, so dass der rechte Fußpunkt bei v = 111, 5m liegt.
Im ersten Fall ist der Abstand vom Fußpunkt 1,2m, er liegt also bei u = 111,5m – 1,2m = 110,3m dort hat der Brückenbogen eine Höhe von 2m.
Da der Abstand vom Fußpunkt im 2. Fall nur noch 1,1m betragen soll, ist es sinnvoll, die Rechnung zunächst mit den Variablen u und v allgemein durchzuführen. Die konkreten Werte werden zuletzt eingesetzt.



Funktionsgleichung der Parabel:

$f(x) = a \cdot x^2 + h$

$f(u) = 2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 + h = 2 \quad (1)$

$f(v) = 0 \Leftrightarrow a \cdot v^2 + h = 0 \quad (2)$

aus (1) folgt: $a \cdot u^2 + h = 2 \Leftrightarrow h = 2 - a \cdot u^2 \quad (3)$

Wert für h in (2) einsetzen:

$a \cdot v^2 + 2 - a \cdot u^2 = 0$ auflösen nach a:

$a \cdot v^2 - a \cdot u^2 = -2 \Leftrightarrow a \cdot u^2 - a \cdot v^2 = 2$ Faktor a ausklammern:

$a \cdot \left(u^2 - v^2\right) = 2 \Leftrightarrow a = \dfrac{2}{\left(u^2 - v^2\right)}$ in (3) einsetzen:

$$h = 2 - \frac{2}{\left(u^2 - v^2\right)} \cdot u^2 = \underline{\underline{\frac{2v^2}{v^2 - u^2}}}$$

$\text{Fall}: u = 110{,}3 \quad v = 111{,}5$

$$h_I = \frac{2 \cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2 - 110{,}3^2\right)} \approx \underline{\underline{93{,}419}}$$

A5	Ausführliche Lösung	
	b)	$\text{Fall}: u = 110{,}4 \quad v = 111{,}5$ $h_{II} = \dfrac{2 \cdot 111{,}5^2}{\left(111{,}5^2 - 110{,}4^2\right)} \approx \underline{\underline{101{,}886}}$ Abweichung in % bezogen auf h_I: $h_{II} - h_I = 101{,}886 - 93{,}419 = 8{,}467 \Rightarrow p = \dfrac{8{,}467}{93{,}419} \cdot 100 \approx \underline{\underline{9{,}06\%}}$ Der Brückenbogen hat im Fall I eine Höhe von etwa h_I = 93,419 m. Im Fall II beträgt die Höhe etwa h_{II} = 101,886m. Der prozentuale Unterschied bezogen h_I beträgt etwa 9,06%.