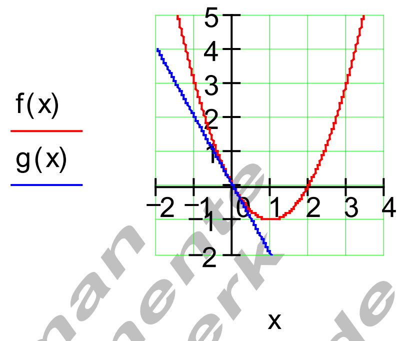
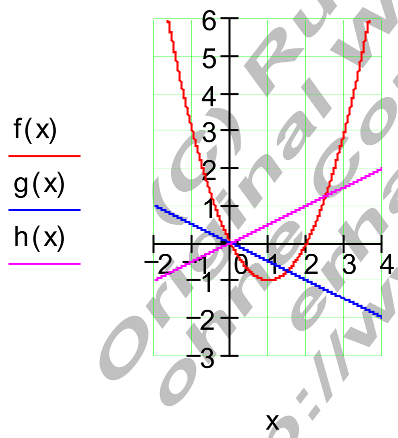
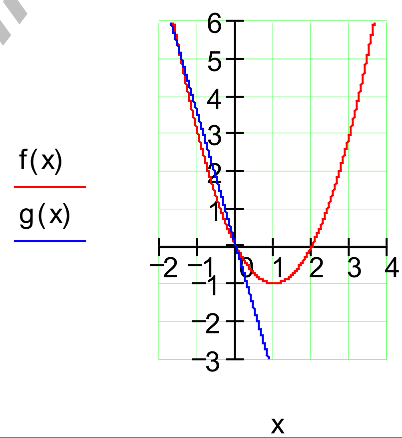
Lösungen Parabel und Gerade III

Ergebnisse und Ausführliche Lösungen:

<table>
<tr><td rowspan="2">A1</td><td colspan="2">Aufgabe</td></tr>
<tr><td>Die Gerade g(x) mit der Gleichung
$g(x) = -2x$
berührt die Parabel f(x) im Ursprung.

Für welche Werte von a_1 hat die Ursprungsgerade mit der Gleichung
$g(x) = a_1 x$
mit f(x) zwei bzw. einen gemeinsamen Punkt?</td><td></td></tr>
</table>

<table>
<tr><td rowspan="3">A1</td><td colspan="2">Ausführliche Lösung</td></tr>
<tr><td colspan="2">Aus dem Graphen abzulesen: $a_1 = -2$ einen Berührungspunkt $P(0\mid 0)$
Für $a_1 \neq -2$ zwei Schnittpukte, einer davon ist immer $S_1(0\mid 0)$
Für $a_1 > -2$ liegt ein Schnittpunkt im I. oder IV. Quadranten.
Für $a_1 < -2$ liegt ein Schnittpunkt im II. Quadranten.</td></tr>
<tr><td>$f(x) = x^2 - 2x$
$g(x) = -0{,}5x\,;\, h(x) = 0{,}5x$
</td><td>$f(x) = x^2 - 2x$
$g(x) = -3{,}5x$
</td></tr>
</table>

A2	**Aufgabe**	
	Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.	
	a)	$f(x) = x^2 + 3x\,;\quad g(x) = 0{,}5x^2$

A2	**Ausführliche Lösung**	
	a)	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 0{,}5x^2 + 3x = 0 \Leftrightarrow x(0{,}5x + 3) = 0$
		$\Rightarrow \quad x_1 = 0 \quad \Rightarrow g(0) = 0 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(0\,\vert\,0)}}$
		$(0{,}5x + 3) = 0 \Rightarrow x_2 = -6 \Rightarrow g(-6) = 18 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-6\,\vert\,18)}}$

A2	**Aufgabe**	
	Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.	
	b)	$f(x) = 2x^2 - 4x + 8\,;\quad g(x) = x^2 + 2x - 1$

A2	**Ausführliche Lösung**	
	b)	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow p = -6\,;\, q = 9 \Rightarrow D = 0$
		$\Rightarrow x_{1/2} = 3 \Rightarrow g(3) = 14 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(3\,\vert\,14)}}$ Berührungspunkt

A2	**Aufgabe**	
	Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.	
	c)	$f(x) = 0{,}5x^2 - 2x - 1;\quad g(x) = 2x^2 + 2x + 1$

A2	**Ausführliche Lösung**	
	c)	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{8}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow p = \frac{8}{3}\,;\, q = \frac{4}{3} \Rightarrow D = \frac{4}{9}$
		$\Rightarrow x_1 = -\frac{4}{3} + \frac{2}{3} = -\frac{2}{3} \Rightarrow g\left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{5}{9} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(-\frac{2}{3}\,\middle\vert\,\frac{5}{9}\right)}}$
		$x_2 = -\frac{4}{3} - \frac{2}{3} = -2 \Rightarrow g(-2) = 5 \quad \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2\,\vert\,5)}}$

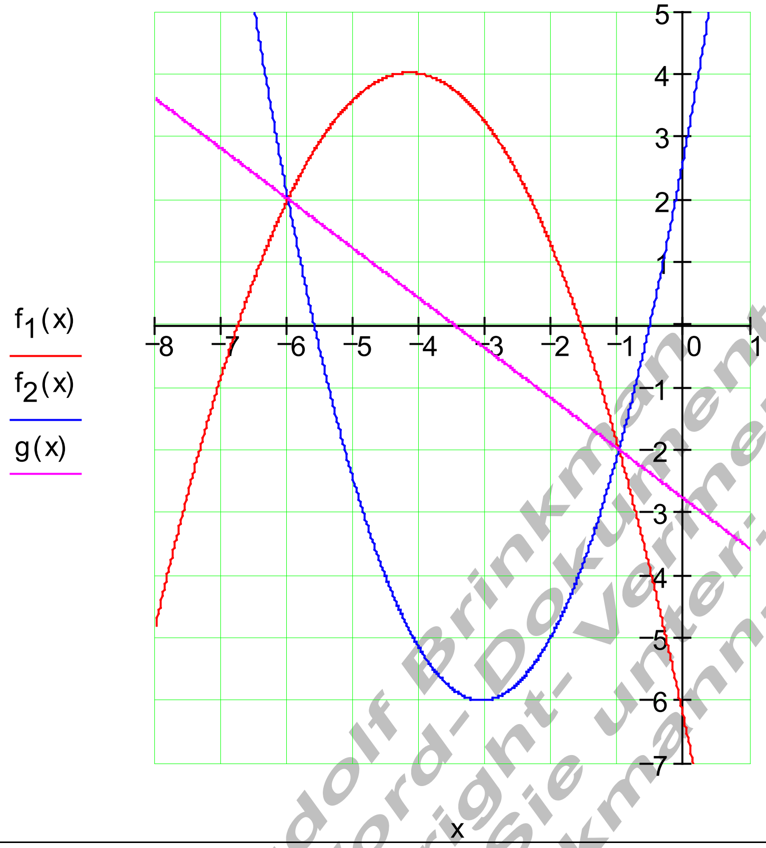
A2	**Aufgabe**	
	Bestimmen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte der beiden Parabeln.	
	d)	$f(x) = -x^2 + 3x - 1{,}5\,;\quad g(x) = -x^2 - x + 2{,}5$

A2	**Ausführliche Lösung**	
	d)	$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 4x - 4 = 0$ lineare Gleichung $\Rightarrow$ nur ein Schnittpunkt
		$4x - 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow f(1) = 0{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{S(1\,\vert\,0{,}5)}}$

A3	**Aufgabe**	
	Zwei Parabeln mit den Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ schneiden sich in den Punkten P_1 und P_2. $f_1(x) = -\frac{3}{5}x^2 - 5x - \frac{32}{5}$; $f_2(x) = \frac{14}{15}x^2 + \frac{86}{15}x + \frac{14}{5}$ Berechnen Sie:	
	a)	Die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2.
	b)	Die Funktion der Verbindungsgeraden [P_1 P_2].
	c)	Die Nullstellen der beiden Parabeln.
	d)	Die Schnittpunkte der Parabeln mit der y – Achse.
	e)	Die Scheitelform und den Scheitelpunkt der Parabel $f_1(x)$.
	f)	Die Scheitelform und den Scheitelpunkt der Parabel $f_2(x)$.
	g)	Zeichnen Sie die Graphen der drei Funktionen in ein Koordinatensystem.

E3	**Ergebnisse**	
	a)	Die Koordinaten der Punkte P_1 und P_2: $P_1(-6 \mid 2)\,;\, P_2(-1 \mid -2)$
	b)	Die Funktion der Verbindungsgeraden [P_1 P_2]: $f(x) = -\frac{4}{5}x - \frac{14}{5}$
	c)	Die Nullstellen der beiden Parabeln: $P_{x_1}(-6{,}75 \mid 0)\,;\, P_{x_2}(-1{,}58 \mid 0)\,;\, P_{x_3}(-5{,}6 \mid 0)\,;\, P_{x_4}(-0{,}5 \mid 0)$
	d)	Die Schnittpunkte der Parabeln mit der y – Achse: $P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, -\frac{32}{5}\right); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{14}{5}\right)$
	e)	Die Scheitelform und den Scheitelpunkt der Parabel $f_1(x)$: $f_1(x) = -\frac{3}{5}\left(x + \frac{25}{6}\right)^2 + \frac{241}{60} \Rightarrow S_1\left(-\frac{25}{6} \,\middle|\, \frac{241}{60}\right)$
	f)	Die Scheitelform und den Scheitelpunkt der Parabel $f_2(x)$: $f_2(x) = \frac{14}{15}\left(x + \frac{43}{14}\right)^2 - \frac{1261}{210} \Rightarrow S_2\left(-\frac{43}{14} \,\middle|\, -\frac{1261}{210}\right)$

E3	**Ergebnis**
g)	Die Graphen:



A4	**Aufgabe**
	Berechnen Sie die Koordinaten der gemeinsamen Punkte von f(x) und g(x). $f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R}$
a)	$g(x) = x^2 - 3x + 3,5$

A4	**Ausführliche Lösung**
a)	$f(x) = -0,5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R} \quad g(x) = x^2 - 3x + 3,5$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = 0$ $\Rightarrow x_{1/2} = 1 \Rightarrow f(1) = 1,5 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(1\,|\,1,5)}}$ Berührungspunkt

A4	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie die Koordinaten der gemeinsamen Punkte von f(x) und g(x). $f(x) = -0{,}5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R}$	
	b)	$g(x) = -x(x-2)$

A4	**Ausführliche Lösung**	
	b)	$f(x) = -0{,}5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -x(x-2) = -x^2 + 2x$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 0$ $\Rightarrow x_{1/2} = 2 \Rightarrow f(2) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_{1/2}(2\,\vert\,0)}}$ Berührungspunkt

A4	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie die Koordinaten der gemeinsamen Punkte von f(x) und g(x). $f(x) = -0{,}5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R}$	
	c)	$g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$

A4	**Ausführliche Lösung**	
	c)	$f(x) = -0{,}5x^2 + 2\,;\, x \in \mathbb{R} \quad g(x) = -\frac{1}{9}(x-1)^2 + 1$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 + \frac{4}{7}x - \frac{20}{7} = 0$ $\Rightarrow p = \frac{4}{7}\,;\, q = -\frac{20}{7} \Rightarrow D = \frac{144}{49}$ $\Rightarrow x_1 = -\frac{2}{7} + \frac{12}{7} = \frac{10}{7} \Rightarrow f\left(\frac{10}{7}\right) = \frac{48}{49} \Rightarrow \underline{\underline{S_1\left(\frac{10}{7}\,\vert\,\frac{48}{49}\right)}}$ $x_2 = -\frac{2}{7} - \frac{12}{7} = -\frac{14}{7} = -2 \Rightarrow f(-2) = 0 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-2\,\vert\,0)}}$

A4	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie die Koordinaten der gemeinsamen Punkte von f(x) und g(x). $f(x) = -0{,}5x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R}$	
	d)	$g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$

A4	**Ausführliche Lösung**	
	d)	$f(x) = -0{,}5x^2 + 2\,;\ x \in \mathbb{R} \quad g(x) = \frac{1}{4}\left(x^2 - 3x + 2\right)$ $f(x) = g(x) \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0$ $\Rightarrow p = -1;\ q = -2 \Rightarrow D = \frac{9}{4}$ $\Rightarrow x_1 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} = 2 \qquad \Rightarrow f(2) = 0 \qquad \Rightarrow \underline{\underline{S_1(2 \mid 0)}}$ $x_2 = \frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -1 \qquad \Rightarrow f(-1) = 1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(-1 \mid 1{,}5)}}$

E5	**Aufgabe**		
	Zwei Parabeln mit den Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ schneiden sich in den Punkten P_1 und P_2. Berechnen Sie:		$f_1(x) = (x+2)^2 - 1$ $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + \frac{11}{2}$
	a)	Die Schnittpunkte P_1 und P_2.	
	b)	Die Funktionsgleichung der Schnittgeraden $[P_1P_2]$ mit $y = f_3(x)$.	
	c)	Die Scheitelpunkte S_1 und S_2.	
	d)	Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen in ein Koordinatensystem.	

E5	**Ergebnisse**	
	a)	Die Schnittpunkte P_1 und P_2: $P_1(1 \mid 8) \quad P_2(-5 \mid 8)$
	b)	Die Funktionsgleichung der Schnittgeraden $[P_1P_2]$ mit $y = f_3(x)$: $f_3(x) = 8$
	c)	Die Scheitelpunkte S_1 und S_2: $S_1(-2 \mid -1) \quad S_2\left(-2 \,\middle|\, \frac{7}{2}\right)$

E5	**Ergebnis**
	d) Die Graphen: