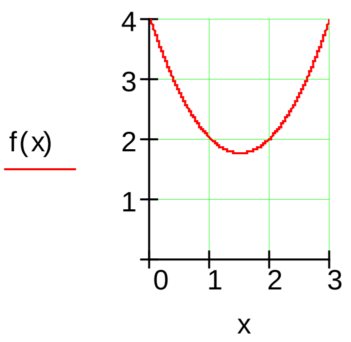
Lösungen Parabeln aus gegebenen Bedingungen II

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

a)



$f(x) = a_2x^2 + a_1x + a_0$

$f(0) = 4 \Rightarrow a_0 = 4$

$f(1) = a_2 + a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow a_2 + a_1 = -2$

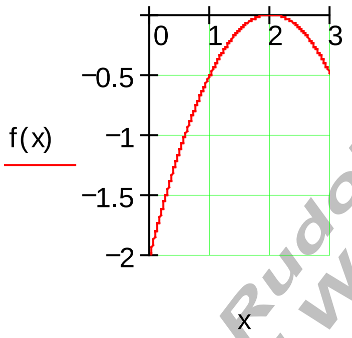
$f(2) = 4a_2 + 2a_1 + 4 = 2 \Leftrightarrow 4a_2 + 2a_1 = -2$

$\Rightarrow a_2 = 1; a_1 = -3$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = x^2 - 3x + 4}}$

A1 Ausführliche Lösung

b)



Scheitel: $S(2|0) \Rightarrow f(x) = a_2(x-2)^2$

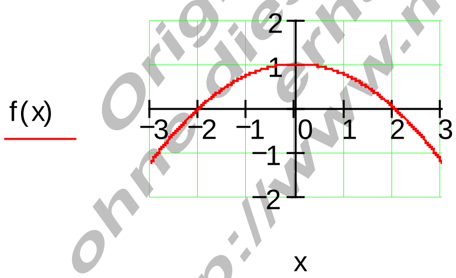
$f(0) = -2 \Leftrightarrow 4a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{2}$

$f(x) = -\frac{1}{2}(x-2)^2$

$\underline{\underline{= -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2}}$

A1 Ausführliche Lösung

c)



$f(x) = a_2(x-2)(x+2)$

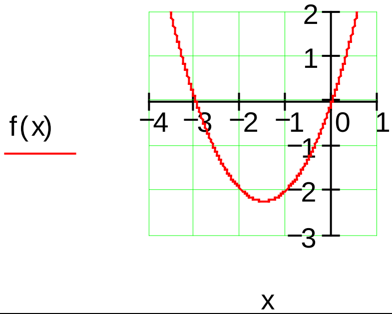
$= a_2(x^2 - 4)$

$f(0) = 1 \Leftrightarrow -4a_2 = 1 \Rightarrow a_2 = -\frac{1}{4}$

$\underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{4}x^2 + 1}}$

A1 Ausführliche Lösung

d)



$f(x) = a_2(x+3)x$

$f(-1) = -2 \Leftrightarrow -2a_2 = -2 \Rightarrow a_2 = 1$

$f(x) = (x+3)x = \underline{\underline{x^2 + 3x}}$

A2	Ausführliche Lösung
	$f(x)=3x^2-bx+b$ und $P_x(-3\mid 0)$
	$\Rightarrow f(-3)=0 \Leftrightarrow 27+3b+b=0 \Rightarrow b=-\frac{27}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=3x^2+\frac{27}{4}x-\frac{27}{4}}}$

A3	Ausführliche Lösung
	$P_{x1}(-2\mid 0);P_{x2}(3\mid 0) \Rightarrow x_s=\frac{x_1+x_2}{2}=\frac{-2+3}{2}=\frac{1}{2}$
	kleinster Funktionswert $-1 \Rightarrow y_s=-1 \Rightarrow f(x)=a_2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-1$
	$f(3)=0 \Leftrightarrow a_2\left(\frac{5}{2}\right)^2-1=0 \Rightarrow a_2=\frac{4}{25}$
	$\underline{\underline{f(x)=\frac{4}{25}\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-1=\frac{4}{25}x^2-\frac{4}{25}x-\frac{24}{25}}}$

A4	Ausführliche Lösungen	
	a)	falls $f(0)=0 \Rightarrow a_0=0$ und a_1 beliebig.
	b)	Wenn die Nullstellen sich nur durch das Vorzeichen unterscheiden, dann muss der Graph von f(x) achsensymmetrisch sein. Das bedeutet, die x - Koordinate des Scheitels ist Null. $f(x)=x^2+a_0 \Rightarrow a_1=0$ und $a_0<0$, damit f(x) Nullstellen hat.

A5	Ausführliche Lösungen	
	a)	$f(0)=5 \Rightarrow \underline{\underline{a_0=5}}$ $f(1)=2 \Leftrightarrow a_2+a_1+5=2 \Rightarrow \underline{\underline{a_2+a_1=-3}}$ oder $a_1=-3-a_2$
	b)	$f(x)=a_2x^2+\underbrace{(-3-a_2)}_{a_1}x+5$ $f(3)=0 \Leftrightarrow 9a_2+(-3-a_2)\cdot 3+5=0 \Rightarrow \underline{\underline{a_2=\frac{2}{3}}}$ und mit $a_1=-3-a_2$ folgt: ; $a_1=-3-\frac{2}{3}=\underline{\underline{-\frac{11}{3}}}$

A6	Ausführliche Lösung	
	a)	$f(x)=x^2-1{,}5x+2$ Keine Nullstelle bedeutet $D<0$ $x^2-1{,}5x+2=0 \Rightarrow p=-\frac{3}{2};q=2$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{3}{4}\right)^2-2=\frac{9}{16}-\frac{32}{16}<0$ Bedingung $D<0$ erfüllt.

A6	Ausführliche Lösung
	b) $f(x) = ax^2 - \frac{3}{2}x + 2$ aus $f(x) = 0$ folgt: $ax^2 - \frac{3}{2}x + 2 = 0 \,\vert : a \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2a}x + \frac{2}{a} = 0$ $\Rightarrow p = -\frac{3}{2a}; q = \frac{2}{a} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(-\frac{3}{4a}\right)^2 - \frac{2}{a} = \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a}$ eine Nullstelle: $D = 0$ $\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} = 0 \,\vert \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a = 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} = 2a \,\vert : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} = a}}$ keine Nullstelle: $D < 0$ $\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} < 0 \,\vert \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a < 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} < 2a \,\vert : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} < a}}$ zwei Nullstellen: $D > 0$ $\Rightarrow \frac{9}{16a^2} - \frac{2}{a} > 0 \,\vert \cdot a^2 \Leftrightarrow \frac{9}{16} - 2a > 0 \Leftrightarrow \frac{9}{16} > 2a \,\vert : 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{\frac{9}{32} > a}}$

A7	Ausführliche Lösung
	$f(x) = x^2 + a_1x + a_0$ Bedingung für keine Nullstelle: $D < 0$ $p = a_1; q = a_0 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a_1}{2}\right)^2 - a_0 = \frac{a_1^2}{4} - a_0$ $D < 0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} - a_0 < 0 \,\vert + a_0 \Leftrightarrow \frac{a_1^2}{4} < a_0 \,\vert \cdot 4 \Leftrightarrow \underline{\underline{a_1^2 < 4a_0}}$

A8	Ausführliche Lösungen	
	a) $f(x) = (x-2)^2 - 2x - 2$ $= x^2 - 6x + 2$ Parabel nach oben geöffnet, Scheitel ist Minimum. $f(x) = x^2 - 6x + 3^2 - 3^2 + 2$ $= (x-3)^2 - 7$ $\Rightarrow S(3 \vert -7)$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{f(3) = -7 \text{ ist der kleinste Wert}}}$	b) $f(x) = -0{,}5x^2 + 0{,}5x - 6$ Parabel ist nach unten geöffnet, Scheitel ist Maximum. $f(x) = -0{,}5\left[x^2 - x + 12\right]$ $= -0{,}5\left[x^2 - x + \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 12\right]$ $= -0{,}5\left[\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{47}{4}\right]$ $= -0{,}5\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{47}{8}$ $\Rightarrow S\left(\frac{1}{2} \vert -\frac{47}{8}\right)$ $\underline{\underline{f\left(\frac{1}{2}\right) = -\frac{47}{8} \text{ ist der größte Wert.}}}$