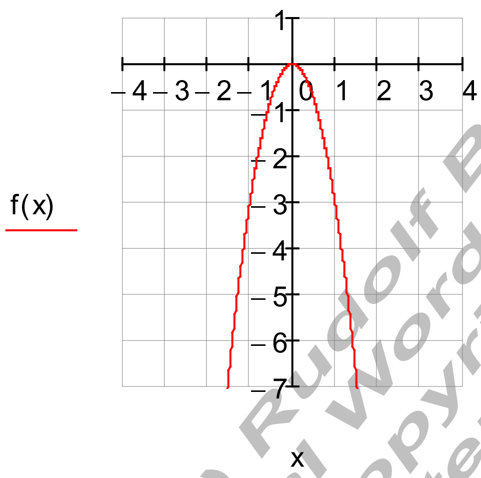
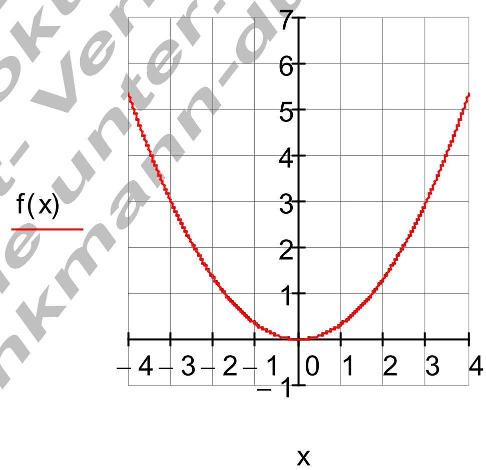
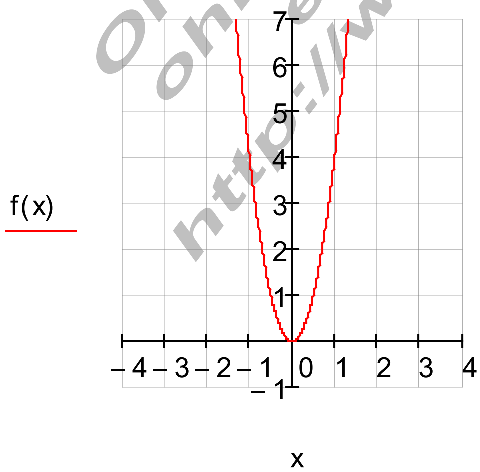
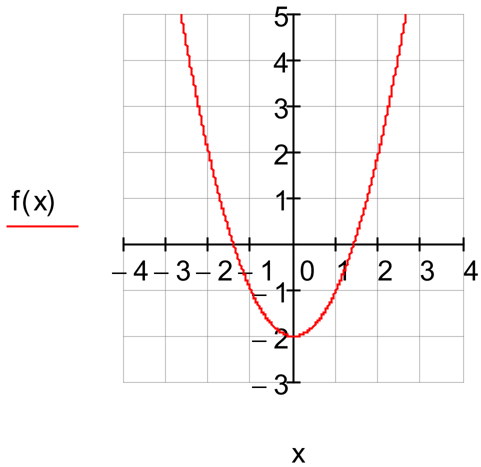
Lösungen Grundlagen quadratische Funktionen I

Ergebnisse:

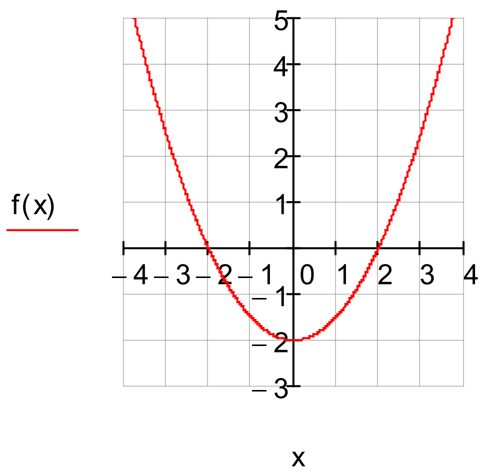
E1	**Aufgaben**					
	Zeichnen Sie die Graphen der folgenden Funktionen:					
	a)	$f(x) = -3x^2$	b)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2$	c)	$f(x) = 4x^2$
	d)	$f(x) = x^2 - 2$	e)	$f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$	f)	$f(x) = 2x^2 + 4$
	g)	$f(x) = -x^2 + 4$	h)	$f(x) = -x^2 + 1$	i)	$f(x) = x^2 + 2$

E1	**Ergebnisse**			
	a)	$f(x) = -3x^2$ 	b)	$f(x) = \frac{1}{3}x^2$ 

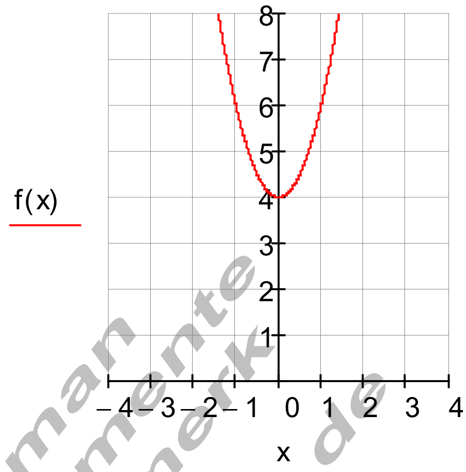
E1	**Ergebnisse**			
	c)	$f(x) = 4x^2$ 	d)	$f(x) = x^2 - 2$ 

E1 Ergebnisse

e) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$

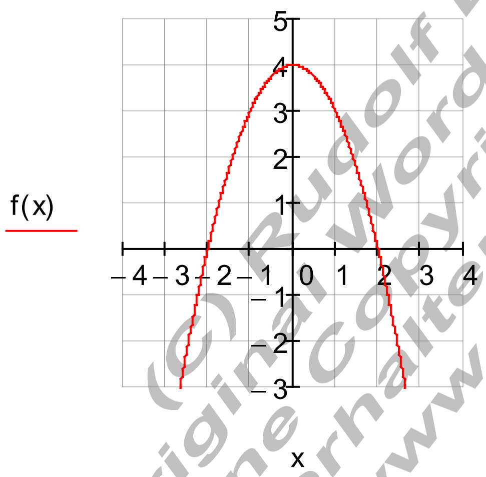


f) $f(x) = 2x^2 + 4$

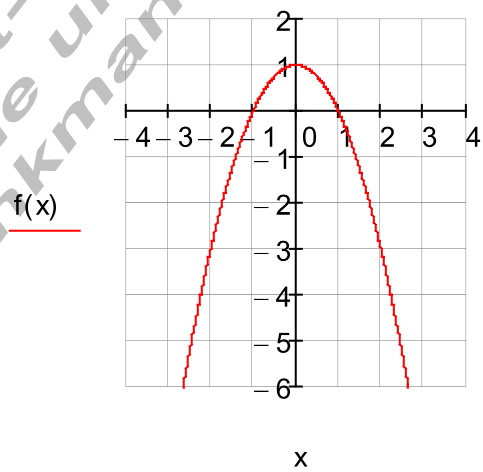


E1 Ergebnisse

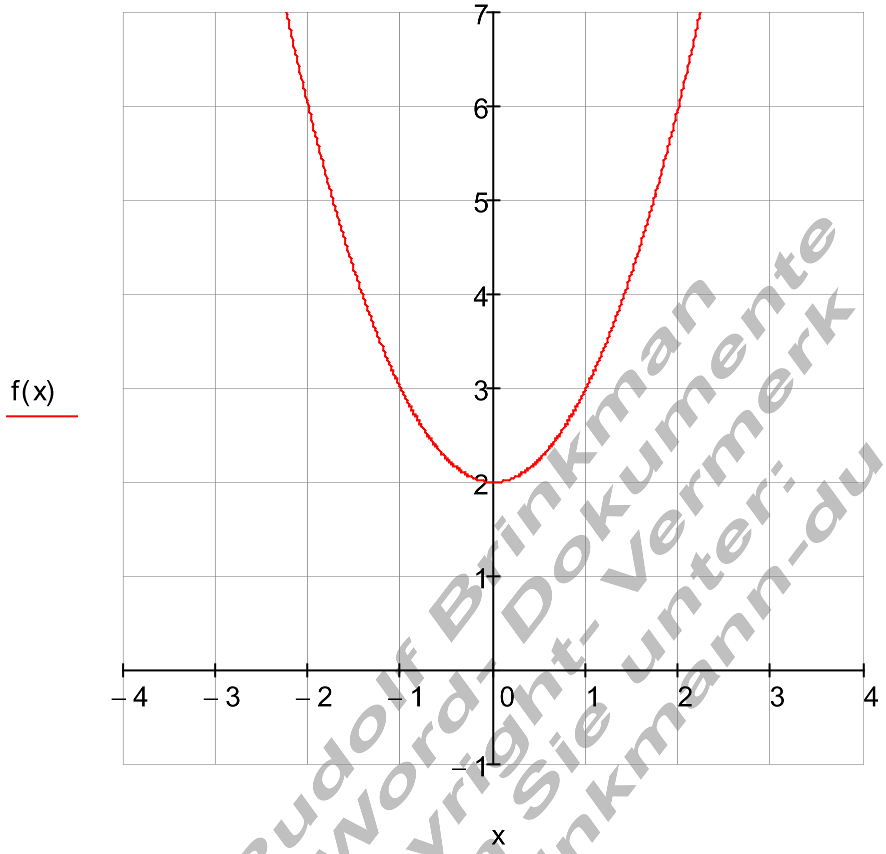
g) $f(x) = -x^2 + 4$



h) $f(x) = -x^2 + 1$



E1	**Ergebnis**
	i) $f(x) = x^2 + 2$



E2	**Aufgaben**					
	Bestimmen Sie Nullstellen, Achsenschnittpunkte, und Scheitelpunkte der Parabeln und zeichnen Sie die Graphen.					
	a)	$f(x)=(x-1)^2-1$	b)	$f(x)=(x-2)^2-1$	c)	$f(x)=-(x+1)^2$
	d)	$f(x)=(x+2)^2-3$	e)	$f(x)=-\frac{1}{3}(x-1)^2+2$	f)	$f(x)=-4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{2}$
	g)	$f(x)=-(x+2)^2$	h)	$f(x)=(x-2)^2\cdot(-4)$	i)	$f(x)=-(x-1)^2-1$

E2 **Ergebnis**

a) $f(x)=(x-1)^2-1$

Scheitel:

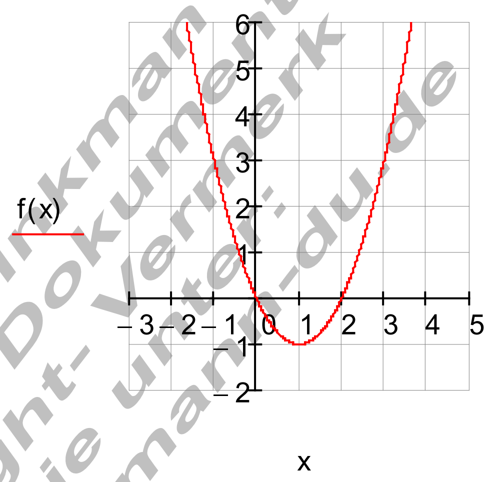
$S(1\,|\,-1)$

Nullstellen:

$P_{x_1}(0\,|\,0)$ $P_{x_2}(2\,|\,0)$

y - Abschnitt:

$P_y(0\,|\,0)$



E2 **Ergebnis**

b) $f(x)=(x-2)^2-1$

Scheitel:

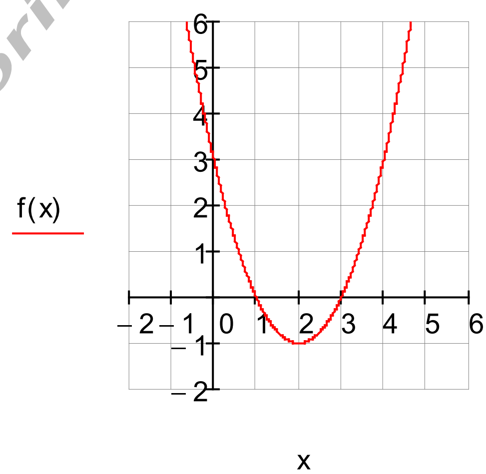
$S(2\,|\,-1)$

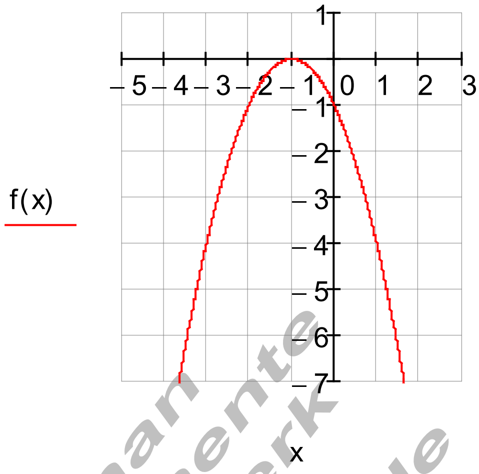
Nullstellen:

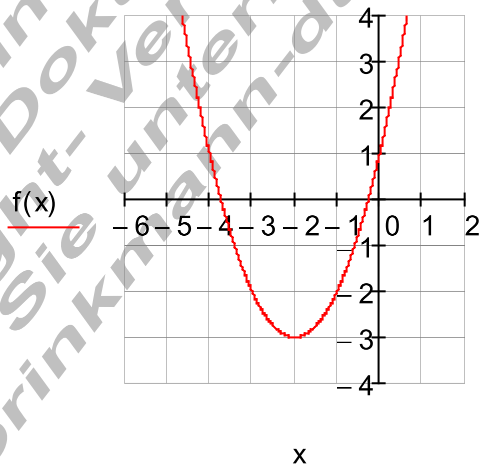
$P_{x_1}(1\,|\,0)$ $P_{x_2}(3\,|\,0)$

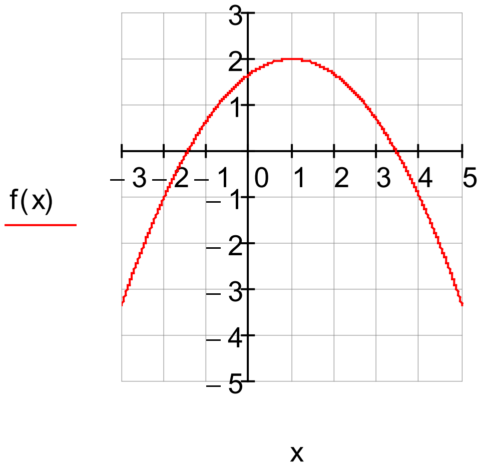
y - Abschnitt:

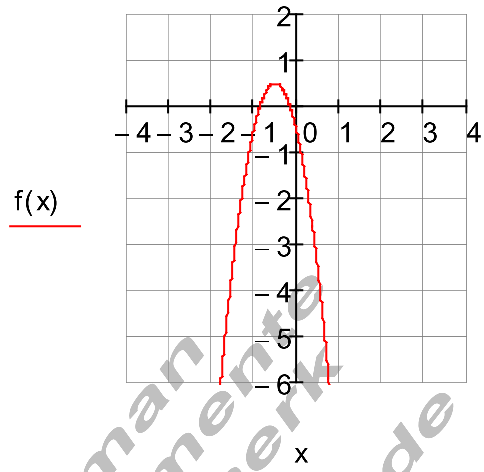
$P_y(0\,|\,3)$

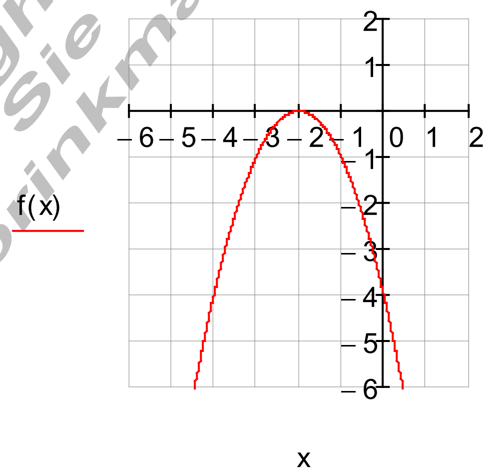


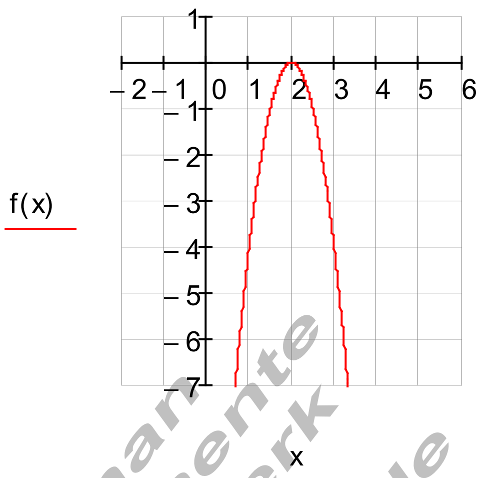
E2	**Ergebnis**	
c)	$f(x) = -(x+1)^2$ Scheitel: $S(-1 \mid 0)$ Nullstellen: $P_x(-1 \mid 0)$ y - Abschnitt: $P_y(0 \mid -1)$	

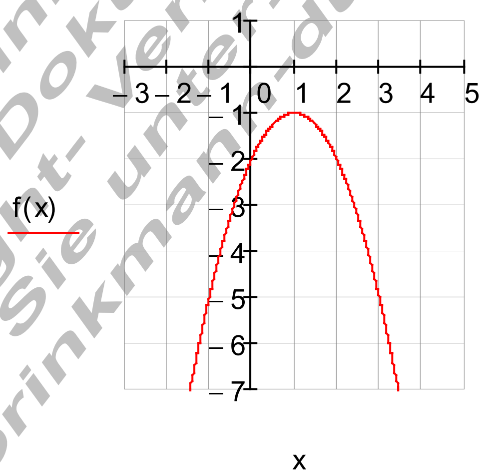
E2	**Ergebnis**	
d)	$f(x) = (x+2)^2 - 3$ Scheitel: $S(-2 \mid -3)$ Nullstellen: $P_{x_1}\left(-2-\sqrt{3} \mid 0\right)$ $P_{x_2}\left(-2+\sqrt{3} \mid 0\right)$ y - Abschnitt: $P_y(0 \mid 1)$	

E2	**Ergebnis**	
e)	$f(x) = -\frac{1}{3}(x-1)^2 + 2$ Scheitel: $S(1 \mid 2)$ Nullstellen: $P_{x_1}\left(1-\sqrt{6} \approx -1{,}45 \mid 0\right)$ $P_{x_2}\left(1+\sqrt{6} \approx 3{,}45 \mid 0\right)$ y - Abschnitt: $P_y\left(0 \mid \frac{5}{3}\right)$	

E2	Ergebnis	
f)	$f(x) = -4\left(x+\frac{1}{2}\right)^2 + \frac{1}{2}$ Scheitel: $S\left(-\frac{1}{2}\,\middle|\,\frac{1}{2}\right)$ Nullstellen: $P_{x_1}\left(-\frac{1}{2}-\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0{,}85\,\middle|\,0\right)$ $P_{x_2}\left(-\frac{1}{2}+\sqrt{\frac{1}{8}} \approx -0{,}15\,\middle|\,0\right)$ y - Abschnitt: $P_y\left(0\,\middle|\,-\frac{1}{2}\right)$	

E2	Ergebnis	
g)	$f(x) = -(x+2)^2$ Scheitel: $S(-2 \mid 0)$ Nullstellen: $P_x(-2 \mid 0)$ y - Abschnitt: $P_y(0 \mid -4)$	

E2	**Ergebnis**	
h)	$f(x) = (x-2)^2 \cdot (-4)$ Scheitel: $S(2 \mid 0)$ Nullstellen: $P_x(2 \mid 0)$ y - Abschnitt: $P_y(0 \mid -16)$	

E2	**Ergebnis**	
i)	$f(x) = -(x-1)^2 - 1$ Scheitel: $S(1 \mid -1)$ Nullstellen: keine y - Abschnitt: $P_y(0 \mid -2)$	

E3	**Aufgaben**					
	Bestimmen Sie für die folgenden Funktionen die Scheitelformen, Scheitelpunkte Achsenschnittpunkte und zeichnen Sie die Graphen.					
	a)	$f(x) = -x^2 - 2x - 1$	b)	$f(x) = x^2 - 6x + 8$	c)	$f(x) = -\frac{x^2}{2} - 2x - 1$
	d)	$f(x) = x^2 - 4x + 9$	e)	$f(x) = -x^2 + 4x - 9$	f)	$f(x) = 2x^2 - 2x + 2$
	g)	$f(x) = x^2 + 6x + 4$	h)	$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$	i)	$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$

E3 Ergebnis

a) $f(x) = -x^2 - 2x - 1$

Scheitelform:

$y = f(x) = -(x+1)^2$

Scheitel:

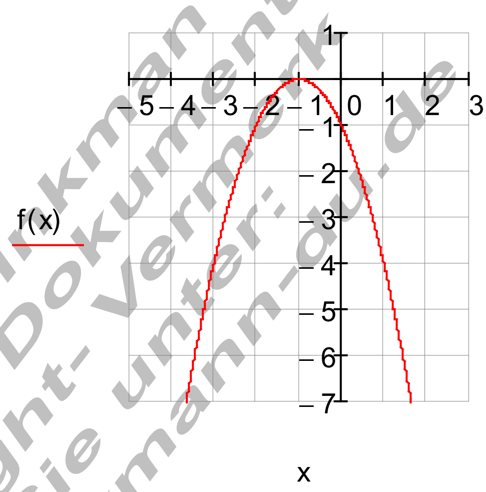
$S(-1 \mid 0)$

Nullstellen:

$P_x(-1 \mid 0)$

y - Abschnitt:

$P_y(0 \mid -1)$



E3 Ergebnis

b) $f(x) = x^2 - 6x + 8$

Scheitelform:

$y = f(x) = (x-3)^2 - 1$

Scheitel:

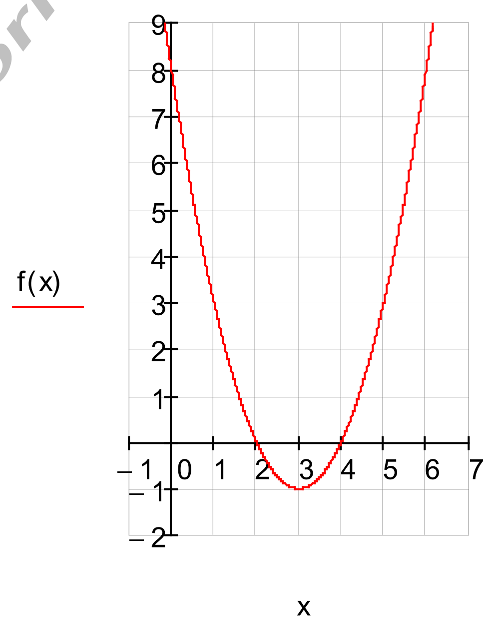
$S(3 \mid -1)$

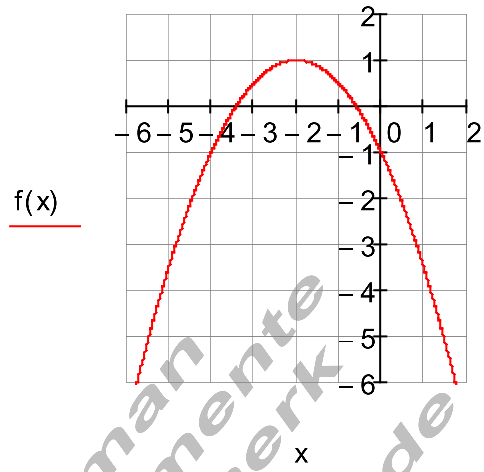
Nullstellen:

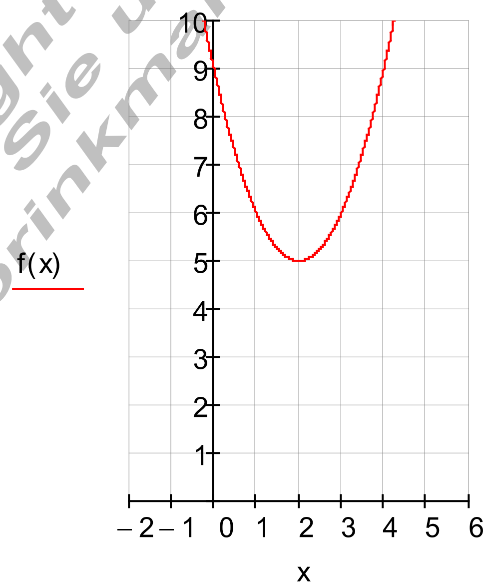
$P_{x_1}(2 \mid 0); P_{x_2}(4 \mid 0)$

y - Abschnitt:

$P_y(0 \mid 8)$



E3	**Ergebnis**		
	c)	$f(x)=-\frac{x^2}{2}-2x-1$ Scheitelform: $y=f(x)=-\frac{1}{2}(x+2)^2+1$ Scheitel: $S(-2 \mid 1)$ Nullstellen: $P_{x_1}\left(-2-\sqrt{2}\approx -3,41 \mid 0\right)$ $P_{x_2}\left(-2+\sqrt{2}\approx -0,59 \mid 0\right)$ y - Abschnitt: $P_y(0 \mid -1)$	

E3	**Ergebnis**		
	d)	$f(x)=x^2-4x+9$ Scheitelform: $y=f(x)=(x-2)^2+5$ Scheitel: $S(2 \mid 5)$ Nullstellen: keine y - Abschnitt: $P_y(0 \mid 9)$	

E3 Ergebnis

e) $f(x) = -x^2 + 4x - 9$

Scheitelform:

$y = f(x) = -(x-2)^2 - 5$

Scheitel:

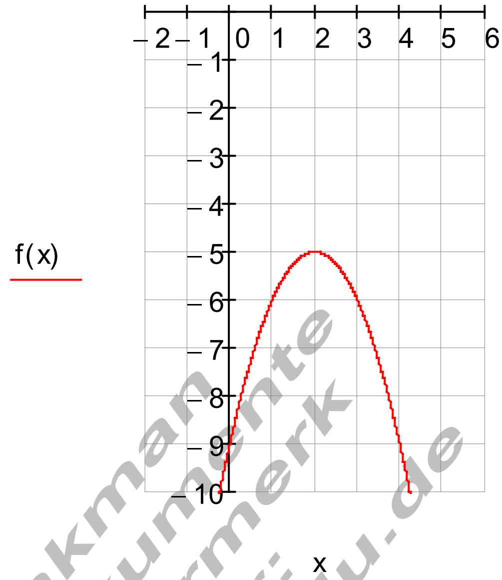
$S(2 \mid -5)$

Nullstellen:

keine

y - Abschnitt:

$P_y(0 \mid -9)$



E3 Ergebnis

f) $f(x) = 2x^2 - 2x + 2$

Scheitelform:

$y = f(x) = 2\left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{2}$

Scheitel:

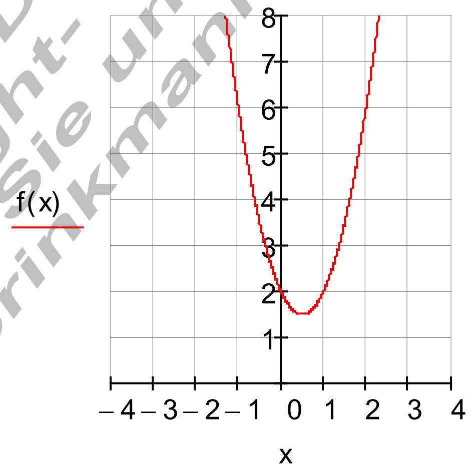
$S\left(\frac{1}{2} \middle| \frac{3}{2}\right)$

Nullstellen:

keine

y - Abschnitt:

$P_y(0 \mid 2)$



E3 **Ergebnis**

g)

$f(x) = x^2 + 6x + 4$

Scheitelform:

$y = f(x) = (x+3)^2 - 5$

Scheitel:

$S(-3 \mid -5)$

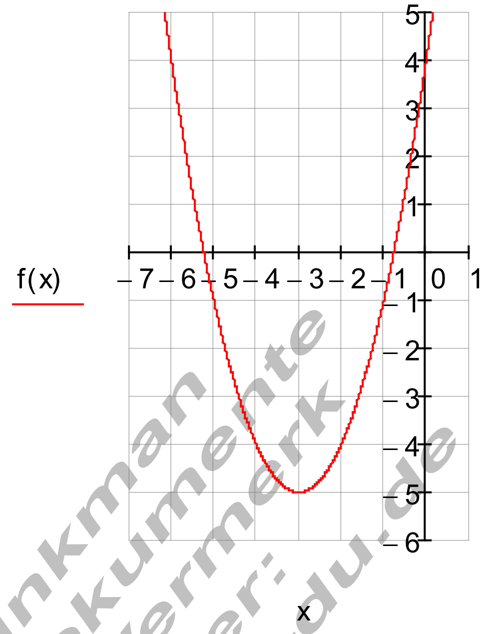
Nullstellen:

$P_{x_1}\left(-3-\sqrt{5} \approx -5{,}24 \mid 0\right)$

$P_{x_2}\left(-3+\sqrt{5} \approx -0{,}76 \mid 0\right)$

y - Abschnitt:

$P_y(0 \mid 4)$



E3 **Ergebnis**

h)

$f(x) = -3x^2 + 12x - 9$

Scheitelform:

$y = f(x) = -3(x-2)^2 + 3$

Scheitel:

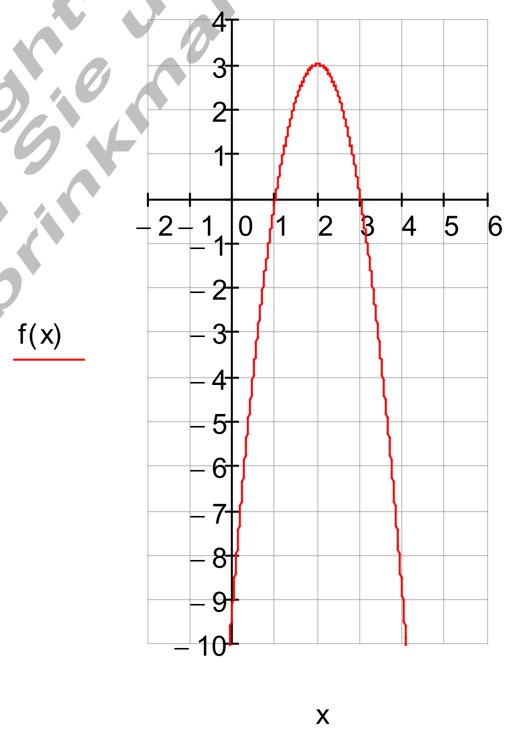
$S(2 \mid 3)$

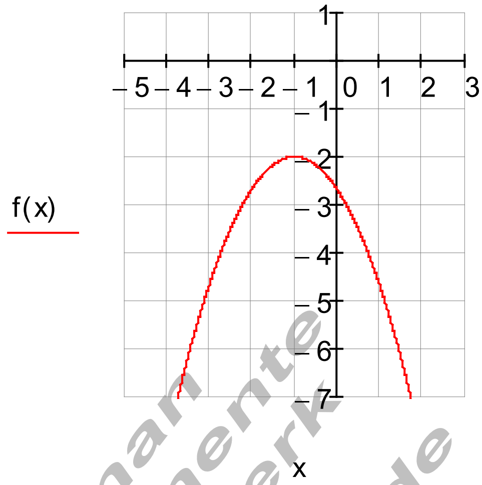
Nullstellen:

$P_{x_1}(1 \mid 0)\,;\, P_{x_2}(3 \mid 0)$

y - Abschnitt:

$P_y(0 \mid -9)$



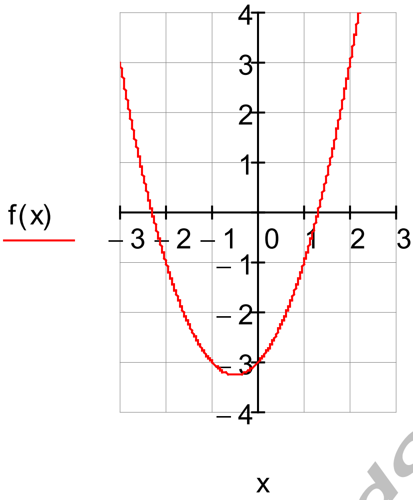
E3	**Ergebnis**		
	i)	$f(x) = -\frac{2}{3}x^2 - \frac{4}{3}x - \frac{8}{3}$ Scheitelform: $y = f(x) = -\frac{2}{3}(x+1)^2 - 2$ Scheitel: $S(-1 \mid -2)$ Nullstellen: keine y - Abschnitt: $P_y\left(0 \mid -\frac{8}{3}\right)$	

E4	**Aufgabe**
	Zeichnen Sie die Parabeln mit den angegebenen Funktionsgleichungen. Fertigen Sie dazu eine Wertetabelle an. Vergleichen Sie die Graphen.
	$f(x) = x^2 + x - 3$ $\qquad$ $g(x) = 2x^2 - 4x + 2$ $\qquad$ $h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

E4 Ergebnisse

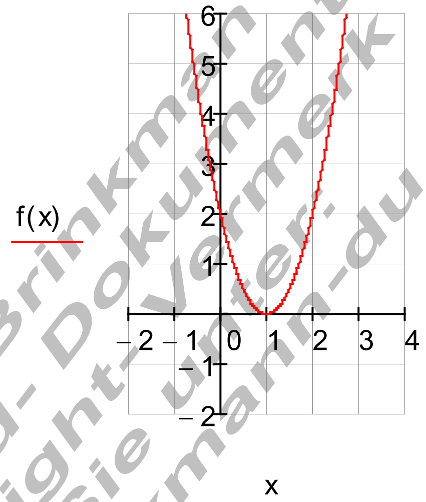
$f(x) = x^2 + x - 3$

x	−3	−2	−1	0	1	2
f(x)	3	−1	−3	−3	−1	3



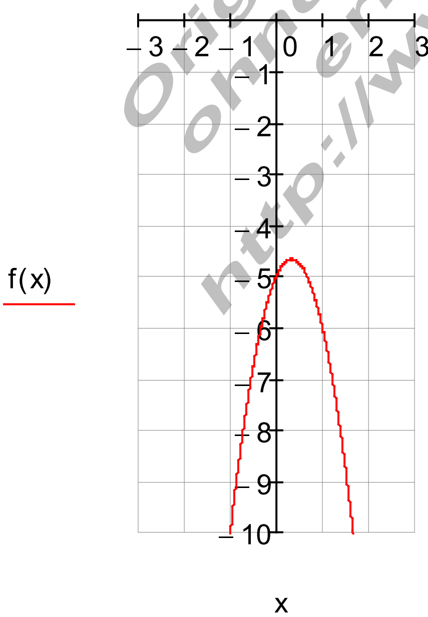
$g(x) = 2x^2 - 4x + 2$

x	−1	0	1	2	3
g(x)	8	2	0	2	8



$h(x) = -3x^2 + 2x - 5$

x	−1	−0,5	0
h(x)	−10	−6,75	−5
x	0,5	1	1,5
h(x)	−4,75	−6	−8,25



Die Graphen im Vergleich:

Die Graphen von f(x) und g(x) sind nach oben geöffnet.

Der Graph von h(x) ist nach unten geöffnet.

Die Graphen von g(x) und h(x) sind schlanker als der von f(x).

Das hat mit dem Formfaktor zu tun.

Der Graph von f(x) hat zwei Nullstellen, der von g(x) eine doppelte Nullstelle und der von h(x) hat keine Nullstelle.

E5 Aufgabe

Eine Normalparabel wird mit dem Formfaktor 0,4 gestaucht und um 4 Einheiten nach rechts verschoben. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

E5 Ergebnis

Normalparabel:

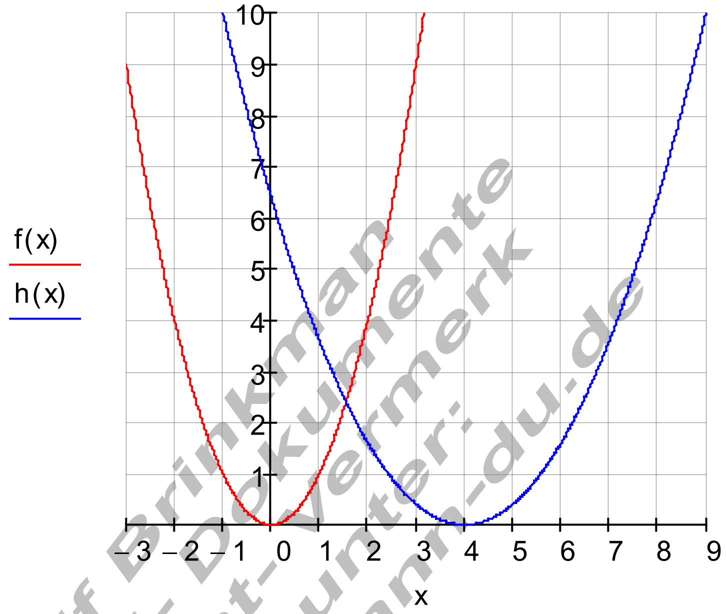
$f(x) = x^2$

mit Formfaktor 0,4 :

$g(x) = 0{,}4x^2$

Verschiebung um 4 Einheiten nach rechts:

$\underline{\underline{h(x) = 0{,}4(x-4)^2}}$



E6 Aufgaben

Gegeben ist eine Parabel mit der Funktionsgleichung f(x). Verschieben Sie die Parabel in Richtung der y- Achse so, dass sie durch den Punkt P (0 | 2) geht. Zeichnen Sie beide Graphen in ein Koordinatensystem und bestimmen Sie die Funktionsgleichung g(x) der verschobenen Parabel.

a)	$f(x) = -(x-1)^2$	b)	$f(x) = 3x^2 - 1$	c)	$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

E6 Ergebnis

a)

$f(x) = -(x-1)^2$

Ansatz: $g(x) = f(x) + u$

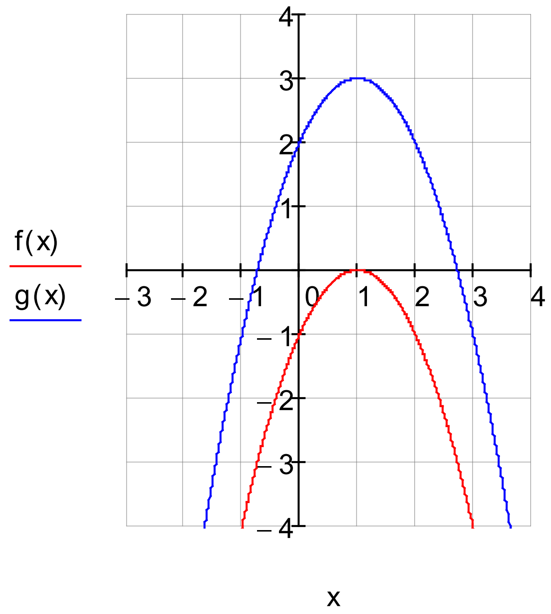
$g(x) = -(x-1)^2 + u$

$P(0\,|\,2) : g(0) = -(0-1)^2 + u = 2$

$\Rightarrow -(-1)^2 + u = 2 \Leftrightarrow u = 3$

$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -(x-1)^2 + 3}}$

Der Scheitel S(1 | 0) wird um 3 Einheiten nach oben geschoben.



E6 Ergebnis

b)

$f(x) = 3x^2 - 1$

Ansatz: $g(x) = f(x) + u$

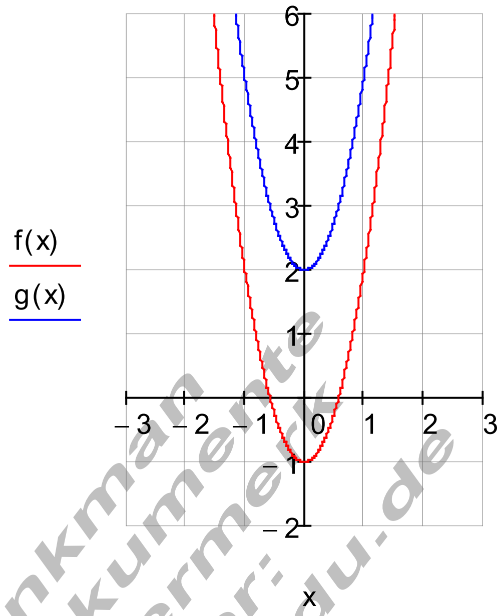
$g(x) = 3x^2 - 1 + u$

$P(0|2): g(0) = -1 + u = 2$

$\Rightarrow u = 2 + 1 = 3$

$\Rightarrow g(x) = 3x^2 - 1 + 3 = \underline{\underline{3x^2 + 2}}$

Die Parabel wird um 3 Einheiten nach oben geschoben



E6 Ergebnis

c)

$f(x) = -x^2 - 2x + 1$

Ansatz: $g(x) = f(x) + u$

$g(x) = -x^2 - 2x + 1 + u$

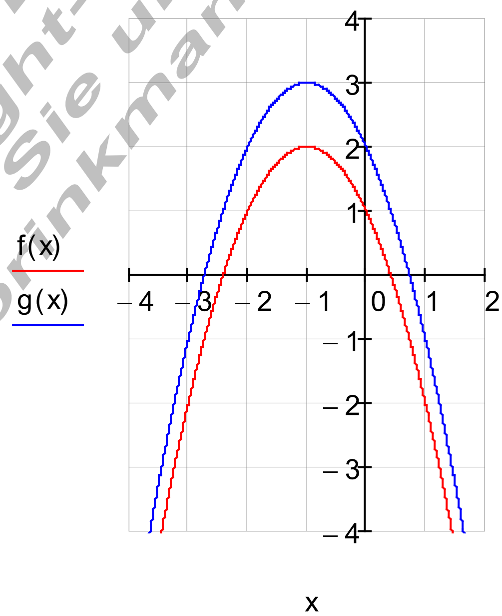
$P(0|2): g(0) = 1 + u = 2$

$\Rightarrow u = 2 - 1 = 1$

$\Rightarrow g(x) = -x^2 - 2x + 1 + 1$

$\Rightarrow \underline{\underline{g(x) = -x^2 - 2x + 2}}$

Die Parabel wird um 1 Einheit nach oben geschoben



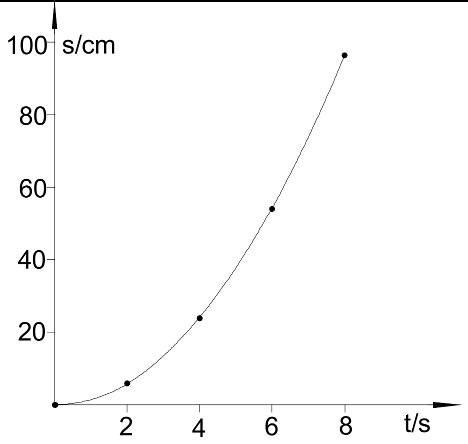
E7 Aufgabe

Ein physikalischer Versuch zeigt folgende Messwerte:

benötigte Zeit in s	0	2	4	6	8
zurückgelegter Weg in cm	0	6	24	54	96

Tragen Sie die Werte in ein geeignetes Koordinatensystem ein und beschriften Sie die Achsen. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung.

E7 Ergebnis



Der Parabelast im 1. Quadranten bildet das Weg- Zeit- Gesetz einer gleichmäßig beschleunigten Bewegung ab.

Ansatz: $f(x) = a_2x^2$

$P(2|6): f(2) = a_2 \cdot 4 = 6 \Rightarrow a_2 = \frac{3}{2}$

Annahme: $f(x) = \frac{3}{2}x^2$

Punktprpbe:

$P(4|24): f(4) = \frac{3}{2} \cdot 16 = 24\ (w)$

$P(6|54): f(6) = \frac{3}{2} \cdot 36 = 54\ (w)$

$P(8|96): f(8) = \frac{3}{2} \cdot 64 = 96\ (w)$

$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x^2}}$