

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

1. Graphen von e- Funktionen

Aufgaben

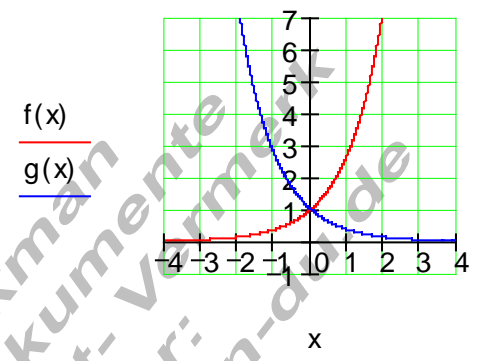
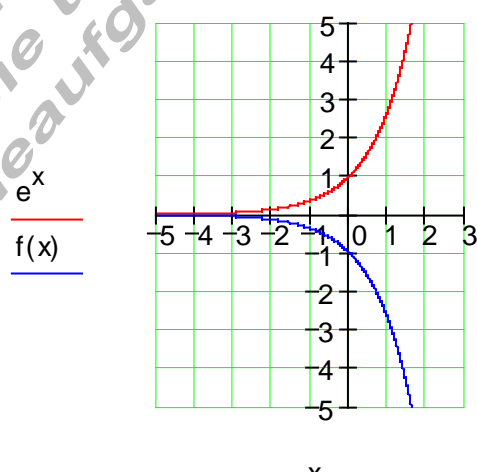
<p>Graphen von e – Funktionen. Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x. Zeichnen Sie jeden Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse. Lesen Sie an dem Graphen ab: Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte. Bemerkung: Berücksichtigen Sie nur die Funktionswerte, die im Intervall $[-10 ; 10]$ liegen.</p>			
1.	$f(x) = e^x ; g(x) = e^{-x}$ für $[-4 ; 4]$	2.	$f(x) = -e^x$ für $[-5 ; 3]$
3.	$f(x) = e^{\frac{1}{3}x}$ für $[-4 ; 4]$	4.	$f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x}$ für $[-4 ; 4]$
5.	$f(x) = \frac{1}{2}e^{x+3}$ für $[-5 ; 3]$	6.	$f(x) = e^{x-2} - 3$ für $[-4 ; 4]$
7.	$f(x) = e^{-(x+2)} - 1$ für $[-5 ; 3]$	8.	$f(x) = 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(x-1)} - 2$ für $[-2 ; 6]$
9.	$f(x) = -10e^{-\frac{1}{2}(x+4)} + 3$ für $[-4 ; 4]$	10.	$f(x) = (x-2)e^{\frac{1}{4}x}$ für $[-10 ; 5]$

p4_efkt_t_01.doc

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

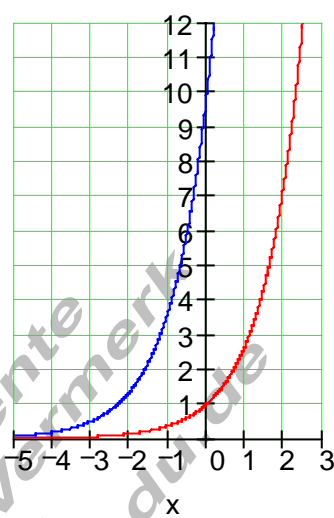
1. Graphen von e- Funktionen

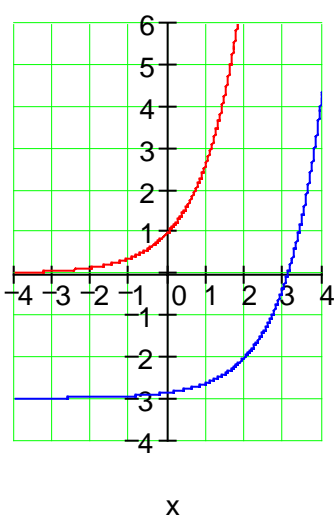
Ausführliche Lösungen:

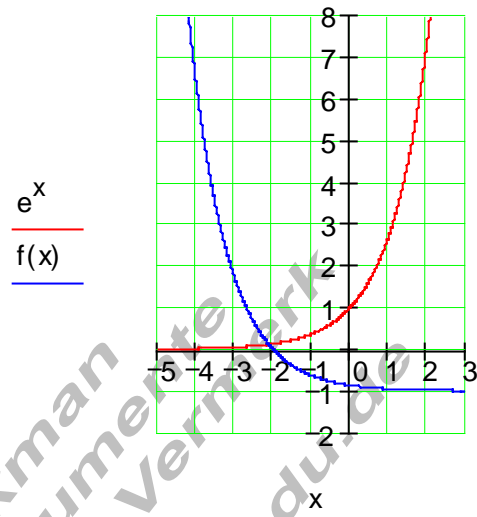
A1	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = e^x$ Grundfunktion $f(0) = e^0 = 1 \Rightarrow P_y(0 1)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$</p> <p>$f(x) = e^{-x}$ gespiegelt an y $f(0) = e^{-0} = 1 \Rightarrow P_y(0 1)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0$</p>	<p>$f(x) := e^x$ $g(x) := e^{-x}$</p>  <p>$f(x)$ $g(x)$</p> <p>x</p>
A2	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = -e^x$ entsteht aus e^x durch Spiegelung an der x-Achse $f(0) = -e^0 = -1 \Rightarrow P_y(0 -1)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -\infty$</p> <p>Nullstellen: keine Extremwerte: keine Wendepunkte: keine</p>	 <p>e^x $f(x)$</p> <p>x</p>

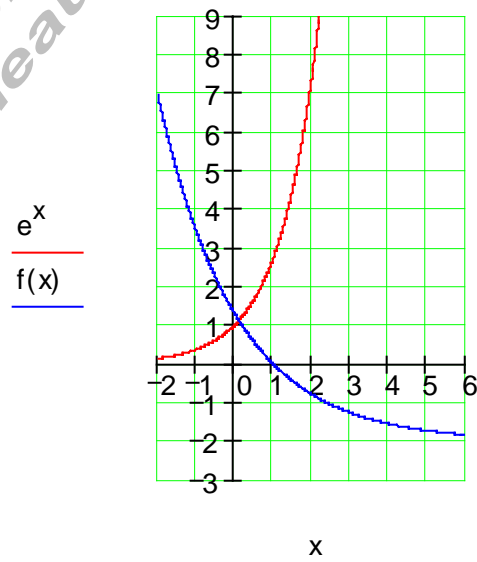
A3	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = e^{\frac{1}{3}x}$ entsteht aus e^x durch Streckung in x-Richtung mit dem Faktor 3</p> <p>$f(0) = e^0 = 1 \Rightarrow P_y(0 1)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$</p> <p>Nullstellen: keine Extremwerte: keine Wendepunkte: keine</p>	<p>$f(x) := e^{\frac{1}{3}x}$</p> <p>e^x $f(x)$</p>
----	---	--

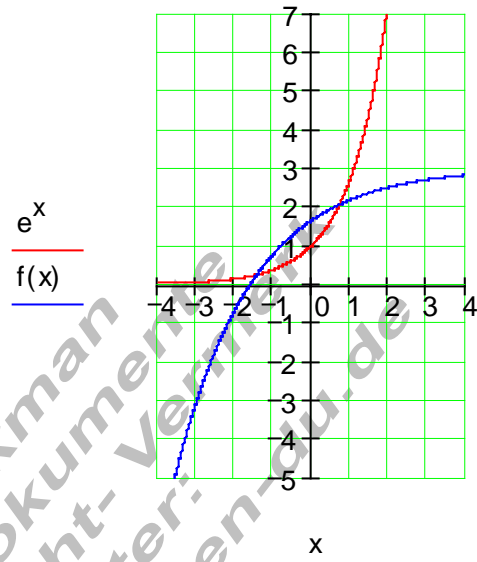
A4	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x}$ entsteht aus e^x durch Streckung in x-Richtung mit dem Faktor 2 durch Streckung in y-Richtung mit dem Faktor 2</p> <p>$f(0) = 2 \cdot e^0 = 2 \Rightarrow P_y(0 2)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$</p> <p>Nullstellen: keine Extremwerte: keine Wendepunkte: keine</p>	<p>$f(x) := 2 \cdot e^{\frac{1}{2}x}$</p> <p>$e^x$ $f(x)$</p>
----	---	--

A5	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{x+3}$ entsteht aus e^x durch Verschiebung in negativer x – Richtung um 3 EH durch Stauchung in y – Richtung mit dem Faktor $\frac{1}{2}$</p> <p>$f(0) = \frac{1}{2} \cdot e^3 \approx 10$ $\Rightarrow P_y \left(0 \mid \frac{1}{2} \cdot e^3 \approx 10 \right)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$</p> <p>Nullstellen: keine Extremwerte: keine Wendepunkte: keine</p>	<p>$f(x) := \frac{1}{2} \cdot e^{x+3}$</p>  <p>e^x $f(x)$</p>
----	--	--

A6	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = e^{x-2} - 3$ entsteht aus e^x durch Verschiebung in negativer y – Richtung um 3 EH durch Verschiebung in positiver x – Richtung um 2 EH</p> <p>$f(0) = e^{-2} - 3 \approx -2,86$ $\Rightarrow P_y \left(0 \mid e^{-2} - 3 \approx -2,86 \right)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -3$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$</p> <p>Nullstelle: bei $x \approx 3,2$ Extremwerte: keine Wendepunkte: keine</p>	<p>$f(x) := e^{x-2} - 3$</p>  <p>e^x $f(x)$</p>
----	--	--

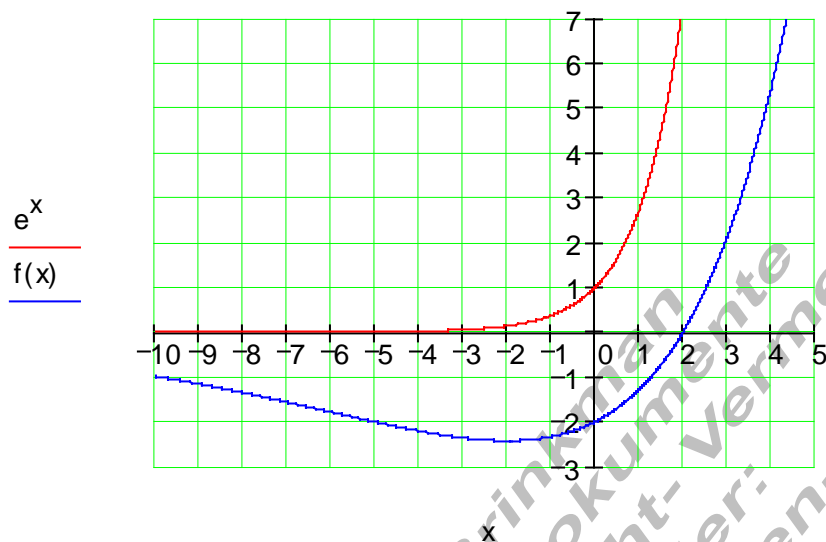
A7	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = e^{-(x+2)} - 1$ entsteht aus e^x durch Spiegelung an der y-Achse durch Verschiebung in negativer y-Richtung um 1 EH durch Verschiebung in negativer x-Richtung um 2 EH</p> <p>$f(0) = e^{-2} - 1 \approx -0,86$</p> <p>$\Rightarrow P_y(0 e^{-2} - 1 \approx -0,86)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -1$</p> <p>Nullstelle: bei $x \approx -1,8$</p> <p>Extremwerte: keine</p> <p>Wendepunkte: keine</p>	<p>$f(x) := e^{-(x+2)} - 1$</p> 
----	--	---

A8	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$f(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}(x-1)} - 2$ entsteht aus e^x durch Spiegelung an der y-Achse durch Verschiebung in negativer y-Richtung um 2 EH durch Verschiebung in positiver x-Richtung um 1 EH durch Streckung in y-Richtung mit dem Faktor 2 durch Streckung in x-Richtung mit dem Faktor 2</p> <p>$f(0) = 2 \cdot e^{\frac{1}{2}} - 2 \approx 1,3$</p> <p>$\Rightarrow P_y(0 2 \cdot e^{\frac{1}{2}} - 2 \approx 1,3)$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$; $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = -2$</p> <p>Nullstelle: bei $x \approx 1,2$</p> <p>Extremwerte: keine</p> <p>Wendepunkte: keine</p>	<p>$f(x) := 2 \cdot e^{\frac{1}{2} \cdot (x-1)} - 2$</p> 
----	---	--

A9	<p>Ausführliche Lösung</p> $f(x) = -10e^{-\frac{1}{2}(x+4)} + 3$ <p>entsteht aus e^x durch Spiegelung an der y – Achse durch Spiegelung an der x – Achse durch Verschiebung in positiver y – Richtung um 3 EH durch Verschiebung in negativer x – Richtung um 4 EH durch Streckung in y – Richtung mit dem Faktor 10 durch Streckung in x – Richtung mit dem Faktor 2</p> $f(0) = -10e^{-2} + 3 \approx 1,65$ $\Rightarrow P_y(0 -10e^{-2} + 3 \approx 1,65)$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 3$ <p>Nullstelle : bei $x \approx -1,6$ Extremwerte : keine Wendepunkte : keine</p>	$f(x) := -10 \cdot e^{-\frac{1}{2} \cdot (x+4)} + 3$ 
----	---	---

A10 Ausführliche Lösung

$$f(x) := (x - 2) \cdot e^{\frac{1}{4} \cdot x}$$



Die lineare Funktion $u(x) = x - 2$ wird mit der e -Funktion $v(x) = e^{\frac{1}{4}x}$ verknüpft.

Daraus entsteht die Funktion $f(x) = u(x) \cdot v(x) = (x - 2)e^{\frac{1}{4}x}$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$$

Nullstelle bei $x = 2$ Extremwert bei $x \approx -2$ Wendestelle bei $x \approx -6$