Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

1. Graphen von e- Funktionen

Graphen von e – Funktionen.
Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x.
Zeichnen Sie jeden Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse.
Lesen Sie an dem Graphen ab:
Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte.
Bemerkung: Berücksichtigen Sie nur die Funktionswerte, die im Intervall [-10 ; 10] liegen.

1.	$f(x)=e^x\,;\,g(x)=e^{-x}$ für $[-4;4]$	2.	$f(x)=-e^x$ für $[-5;3]$
3.	$f(x)=e^{\frac{1}{3}x}$ für $[-4;4]$	4.	$f(x)=2e^{\frac{1}{2}x}$ für $[-4;4]$
5.	$f(x)=\frac{1}{2}e^{x+3}$ für $[-5;3]$	6.	$f(x)=e^{x-2}-3$ für $[-4;4]$
7.	$f(x)=e^{-(x+2)}-1$ für $[-5;3]$	8.	$f(x)=2\cdot e^{-\frac{1}{2}(x-1)}-2$ für $[-2;6]$
9.	$f(x)=-10e^{-\frac{1}{2}(x+4)}+3$ für $[-4;4]$	10.	$f(x)=(x-2)e^{\frac{1}{4}x}$ für $[-10;5]$

p4_efkt_t_01.doc

2. Logarithmusfunktionen und Graphen

Zeichnen Sie die Graphen folgender Logarithmusfunktionen und lesen Sie daraus ab:
Verschiebungen und Formänderung der Grundfunktion ln (x) , Achsenschnittpunkte, Grenzwerte und Extremwerte.
Bemerkung: Berücksichtigen Sie nur die Funktionswerte, die im Intervall [-10 ; 10] liegen.

1.	$f(x)=\ln(x)$ für $(0;8]$	2.	$f(x)=\ln(-x)$ für $[-8;0)$
3.	$f(x)=\ln(x^2)$ für $[-4;0)$ und $(0;4]$	4.	$f(x)=\ln(x-1)+2$ für $(1;9]$
5.	$f(x)=\frac{1}{2}\ln(x)+1$ für $(0;8]$	6.	$f(x)=x\cdot\ln(x)$ für $(0;8]$
7.	$f(x)=-x\cdot\ln(-x)$ für $[-8;0)$	8.	$f(x)=\ln(x+4)-3$ für $(-4;4]$
9.	$f(x)=e^{\frac{1}{4}x}\cdot\ln\left(\frac{x}{4}\right)$ für $(0;8]$	10.	$f(x)=2\cdot e^{\frac{1}{4}x^2}\cdot\ln\left(\frac{x}{4}\right)$ für $(0;8]$

p4_lnfkt_t_01.doc

3. Potenz- u. Logarithmengesetze anwenden

Vereinfachen Sie mit den Ihnen bekannten Potenz- und Logarithmengesetzen folgende Terme.

1.	$\left(e^{x}+e^{-x}\right)^{2}$	2.	$\left(e^{x}-e^{-x}+5\right)\cdot e^{x}$
3.	$\dfrac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$	4.	$e^{-x}\cdot e^{-x+2}\cdot e^{2x-3}$
5.	$\dfrac{1}{e^{2x}}+3\left(e^{-x}\right)^{2}-\left(\dfrac{2}{e^{x}}\right)^{2}$	6.	$e^{\ln(2k)}-2k\cdot e^{\ln(2)}$
7.	$\ln\left(e^{2}\right)-3\ln\left(\dfrac{e}{2}\right)$	8.	$\ln\left(2e^{2}\right)+\ln\left(\dfrac{e}{2}\right)$
9.	$e^{\ln(k)+1}$	10.	$\dfrac{2}{3}e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}$

p4_pot_log_t_01.doc

4. Exponentialgleichungen lösen

Lösen Sie folgende Exponentialgleichungen.
Falls nötig, benutzen Sie auch die auf der letzten Seite stehenden Potenz- und Logarithmengesetze.

1.	$6-\dfrac{3}{2}e^{2-2x}=0$	2.	$\dfrac{1}{4}e^{4x}-\dfrac{e}{2}=1$
3.	$\dfrac{1}{2}e^{x}-e^{x+1}=0$	4.	$(3+2x)e^{x-1}=0$
5.	$-2x^{2}e^{-x+2}=0$	6.	$-\dfrac{1}{5}e^{x}-1+10e^{-x}=0$
7.	$4-3e^{-\frac{1}{2}x}=e^{\frac{1}{2}x}$	8.	$-\dfrac{3}{4}e^{-2x}+5=e^{-x}$
9.	$\dfrac{2x}{e^{x}+1}=0$	10.	$\left(2-e^{x}\right)^{2}=\left(e^{x}-3\right)^{2}$

p4_expgl_t_01.doc

5. e- Funktionen ableiten

Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.

1.	$f(x)=4\cdot e^{2x}$	2.	$f(x)=e^{x+4}$
3.	$f(x)=2\cdot e^{2-4x}$	4.	$f(x)=4x-2\cdot e^{-2x}$
5.	$f(x)=x\cdot e^{-2x}$	6.	$f(x)=2x\cdot e^{2-x}$
7.	$f(x)=(x+2)\cdot e^{x}$	8.	$f(x)=(1-x)\cdot e^{\frac{1}{2}x}$
9.	$f(x)=(1+x)\cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$	10.	$f(x)=t\cdot x\cdot e^{-\frac{1}{4}x}$

P7_diff_int_t_01.doc

6. Integrieren einfacher e- Funktionen

Integrieren Sie folgende Funktionen.
Das Ergebnis von Aufgabe 1 bis 4 ist durch eine Probe zu kontrollieren.

1.	$\int -e^{-x}\,dx$	2.	$\int \frac{1}{2}e^{2x}\,dx$
3.	$\int 2\cdot e^{-\frac{1}{4}x}\,dx$	4.	$\int \frac{3}{4}\cdot e^{3x-4}\,dx$
5.	$\int_0^2 e^{1-x}\,dx$	6.	$\int_{-1}^2 e^{\frac{1}{2}x}\,dx$
7.	$\int_1^2 e^{4-2x}\,dx$	8.	$\int_0^{\ln(2)} -\frac{1}{2}e^{-x}\,dx$
9.	$\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}}\,dx$	10.	$\int_0^4 -\frac{1}{2}e^{-\frac{1}{4}x}\,dx$

P7_diff_int_t_02.doc

7. Differenzieren und integrieren mit e- Funktionen

Differenzieren Sie folgende Funktionen.

1.	$f(x)=e^{-4x}-e^{4x}$	2.	$f(x)=\frac{3}{2}e^{-5x^2-3x}$
3.	$f(x)=-4e^{x}\left(e^{-x}+3\right)$	4.	$f(x)=-e^{t-x}-2t\cdot e^{-tx}$
5.	$f(x)=t\cdot e^{2-3x}-6e^{x^2+3}$	6.	$f(x)=t\left(e^{-x}-3x^2\right)$

Integrieren Sie folgende Funktionen und kontrollieren Sie die Ergebnisse durch ableiten.

7.	$f(x)=\frac{1}{16}\left(x^2-3e^{x}\right)$	8.	$f(x)=x^3-2x^2+4x+\frac{3}{x}$
9.	$f(x)=t\cdot x-\frac{3}{2}e^{x}+t^2+2e$	10.	$f(x)=t^2x\left(x^2-8x\right)$

P7_diff_int_t_03.doc

8. Ableiten mit Produkt- und Kettenregel

Differenzieren Sie folgende Funktionen mit den Ihnen bekannten Regeln.

1.	$f(x)=(x+a)^2-e^{2x-3}$	2.	$f(x)=\left(1-e^{ax}\right)^2$
3.	$f(x)=\left(e^{2x}+e^{-x}\right)^2$	4.	$f(x)=(x+1)e^{x}$
5.	$f(x)=(3-2x)e^{-\frac{1}{2}x}$	6.	$f(x)=a(x-3)e^{4x-3}$
7.	$f(x)=\frac{x^2+1}{e^{x}}$	8.	$f(x)=\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$
9.	$f(x)=\frac{x}{x-1}$	10.	$f(x)=\frac{1}{x}\left(x^2-4\right)$

P7_diff_int_t_04.doc

9. Integration durch Substitution

Lösen, bzw. berechnen Sie folgende Integrale.			
1.	$\int \frac{3}{4x+1}\,dx$	2.	$\int_0^2 \frac{4}{4-x}\,dx$
3.	$\int \frac{2}{(1-x)^2}\,dx$	4.	$\int \frac{6}{(2x-1)^3}\,dx$
5.	$\int_{-2}^{2} \frac{10}{(x-4)^5}\,dx$	6.	$\int_{-2}^{2} e^{1-x}\,dx$
7.	$\int_0^4 e^{\frac{1}{2}x}\,dx$	8.	$\int_1^2 e^{4-2x}\,dx$
9.	$\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}}\,dx$	10.	$\int_0^2 \left(x-1-e^{-\frac{1}{2}x}\right)dx$

P7_diff_int_t_05.doc

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a\cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$\left(a^n\right)^m = a^{n\cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Allgemeine Logarithmengesetze

$a^b = c \Leftrightarrow b = \log_a(c)$	$\log_{10}(c) = \lg(c)$	$\log_e(c) = \ln(c)$
$\log_a(u\cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$	$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$	$\log_a\left(c^q\right) = q\cdot\log_a(c)$

Besonderheiten bei speziellen Basen

Basis 10	$10^0 = 1$	$\lg(1) = 0$	$\lg(10) = 1$	$c = 10^{\lg(c)}$
Basis e	$e^0 = 1$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$	$c = e^{\ln(c)}$
Basis a	$a^0 = 1$	$\log_a(1) = 0$	$\log_a(a) = 1$	$c = a^{\log_a(c)}$