

Trainingsaufgaben zur Abiturvorbereitung

1. Graphen von e- Funktionen

Graphen von e – Funktionen.

Ermitteln Sie Verschiebungen, Spiegelung und Formänderung der Grundfunktion e^x .

Zeichnen Sie jeden Funktionsgraphen und die Grundfunktion e^x in ein geeignetes Koordinatensystem und berechnen Sie den Schnittpunkt mit der y- Achse.

Lesen Sie an dem Graphen ab:

Grenzwerte und falls vorhanden Nullstellen, Extremwerte und Wendepunkte.

Bemerkung: Berücksichtigen Sie nur die Funktionswerte, die im Intervall $[-10 ; 10]$ liegen.

1.	$f(x) = e^x ; g(x) = e^{-x}$ für $[-4 ; 4]$	2.	$f(x) = -e^x$ für $[-5 ; 3]$
3.	$f(x) = e^{\frac{1}{3}x}$ für $[-4 ; 4]$	4.	$f(x) = 2e^{\frac{1}{2}x}$ für $[-4 ; 4]$
5.	$f(x) = \frac{1}{2}e^{x+3}$ für $[-5 ; 3]$	6.	$f(x) = e^{x-2} - 3$ für $[-4 ; 4]$
7.	$f(x) = e^{-(x+2)} - 1$ für $[-5 ; 3]$	8.	$f(x) = 2 \cdot e^{-\frac{1}{2}(x-1)} - 2$ für $[-2 ; 6]$
9.	$f(x) = -10e^{-\frac{1}{2}(x+4)} + 3$ für $[-4 ; 4]$	10.	$f(x) = (x-2)e^{\frac{1}{4}x}$ für $[-10 ; 5]$

p4_efkt_t_01.doc

2. Logarithmusfunktionen und Graphen

Zeichnen Sie die Graphen folgender Logarithmusfunktionen

und lesen Sie daraus ab:

Verschiebungen und Formänderung der Grundfunktion $\ln(x)$, Achsenschnittpunkte, Grenzwerte und Extremwerte.

Bemerkung: Berücksichtigen Sie nur die Funktionswerte, die im Intervall $[-10 ; 10]$ liegen.

1.	$f(x) = \ln(x)$ für $(0 ; 8]$	2.	$f(x) = \ln(-x)$ für $[-8 ; 0)$
3.	$f(x) = \ln(x^2)$ für $[-4 ; 0)$ und $(0 ; 4]$	4.	$f(x) = \ln(x-1) + 2$ für $(1 ; 9]$
5.	$f(x) = \frac{1}{2}\ln(x) + 1$ für $(0 ; 8]$	6.	$f(x) = x \cdot \ln(x)$ für $(0 ; 8]$
7.	$f(x) = -x \cdot \ln(-x)$ für $[-8 ; 0)$	8.	$f(x) = \ln(x+4) - 3$ für $(-4 ; 4]$
9.	$f(x) = e^{\frac{1}{4}x} \cdot \ln\left(\frac{x}{4}\right)$ für $(0 ; 8]$	10.	$f(x) = 2 \cdot e^{\frac{1}{4}x^2} \cdot \ln\left(\frac{x}{4}\right)$ für $(0 ; 8]$

p4_infkt_t_01.doc

3. Potenz- u. Logarithmengesetze anwenden

Vereinfachen Sie mit den Ihnen bekannten Potenz- und Logarithmengesetzen folgende Terme.			
1.	$(e^x + e^{-x})^2$	2.	$(e^x - e^{-x} + 5) \cdot e^x$
3.	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}}$	4.	$e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3}$
5.	$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2$	6.	$e^{\ln(2k)} - 2k \cdot e^{\ln(2)}$
7.	$\ln(e^2) - 3\ln\left(\frac{e}{2}\right)$	8.	$\ln(2e^2) + \ln\left(\frac{e}{2}\right)$
9.	$e^{\ln(k)+1}$	10.	$\frac{2}{3} e^{-\ln\left(\frac{3}{4}k\right)}$

p4_pot_log_t_01.doc

4. Exponentialgleichungen lösen

Lösen Sie folgende Exponentialgleichungen. Falls nötig, benutzen Sie auch die auf der letzten Seite stehenden Potenz- und Logarithmengesetze.			
1.	$6 - \frac{3}{2}e^{2-2x} = 0$	2.	$\frac{1}{4}e^{4x} - \frac{e}{2} = 1$
3.	$\frac{1}{2}e^x - e^{x+1} = 0$	4.	$(3+2x)e^{x-1} = 0$
5.	$-2x^2e^{-x+2} = 0$	6.	$-\frac{1}{5}e^x - 1 + 10e^{-x} = 0$
7.	$4 - 3e^{-\frac{1}{2}x} = e^{\frac{1}{2}x}$	8.	$-\frac{3}{4}e^{-2x} + 5 = e^{-x}$
9.	$\frac{2x}{e^x + 1} = 0$	10.	$(2 - e^x)^2 = (e^x - 3)^2$

p4_expgl_t_01.doc

5. e- Funktionen ableiten

Leiten Sie folgende Funktionen dreimal ab.			
1.	$f(x) = 4 \cdot e^{2x}$	2.	$f(x) = e^{x+4}$
3.	$f(x) = 2 \cdot e^{2-4x}$	4.	$f(x) = 4x - 2 \cdot e^{-2x}$
5.	$f(x) = x \cdot e^{-2x}$	6.	$f(x) = 2x \cdot e^{2-x}$
7.	$f(x) = (x+2) \cdot e^x$	8.	$f(x) = (1-x) \cdot e^{\frac{1}{2}x}$
9.	$f(x) = (1+x) \cdot e^{-\frac{1}{2}x+2}$	10.	$f(x) = t \cdot x \cdot e^{-\frac{1}{4}x}$

P7_diff_int_t_01.doc

6. Integrieren einfacher e- Funktionen

Integrieren Sie folgende Funktionen.

Das Ergebnis von Aufgabe 1 bis 4 ist durch eine Probe zu kontrollieren.

1.	$\int -e^{-x} dx$	2.	$\int \frac{1}{2} e^{2x} dx$
3.	$\int 2 \cdot e^{-\frac{1}{4}x} dx$	4.	$\int \frac{3}{4} \cdot e^{3x-4} dx$
5.	$\int_0^2 e^{1-x} dx$	6.	$\int_{-1}^2 e^{\frac{1}{2}x} dx$
7.	$\int_1^2 e^{4-2x} dx$	8.	$\int_0^{\ln(2)} -\frac{1}{2} e^{-x} dx$
9.	$\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}} dx$	10.	$\int_0^4 -\frac{1}{2} e^{\frac{1}{4}x} dx$

P7_diff_int_t_02.doc

7. Differenzieren und integrieren mit e- Funktionen

Differenzieren Sie folgende Funktionen.

1.	$f(x) = e^{-4x} - e^{4x}$	2.	$f(x) = \frac{3}{2} e^{-5x^2-3x}$
3.	$f(x) = -4e^x (e^{-x} + 3)$	4.	$f(x) = -e^{t-x} - 2t \cdot e^{-tx}$
5.	$f(x) = t \cdot e^{2-3x} - 6e^{x^2+3}$	6.	$f(x) = t(e^{-x} - 3x^2)$

Integrieren Sie folgende Funktionen und kontrollieren Sie die Ergebnisse durch ableiten.

7.	$f(x) = \frac{1}{16} (x^2 - 3e^x)$	8.	$f(x) = x^3 - 2x^2 + 4x + \frac{3}{x}$
9.	$f(x) = t \cdot x - \frac{3}{2} e^x + t^2 + 2e$	10.	$f(x) = t^2 x (x^2 - 8x)$

P7_diff_int_t_03.doc

8. Ableiten mit Produkt- und Kettenregel

Differenzieren Sie folgende Funktionen mit den Ihnen bekannten Regeln.

1.	$f(x) = (x+a)^2 - e^{2x-3}$	2.	$f(x) = (1 - e^{ax})^2$
3.	$f(x) = (e^{2x} + e^{-x})^2$	4.	$f(x) = (x+1)e^x$
5.	$f(x) = (3-2x)e^{-\frac{1}{2}x}$	6.	$f(x) = a(x-3)e^{4x-3}$
7.	$f(x) = \frac{x^2+1}{e^x}$	8.	$f(x) = \frac{e^x-1}{e^x+1}$
9.	$f(x) = \frac{x}{x-1}$	10.	$f(x) = \frac{1}{x}(x^2-4)$

P7_diff_int_t_04.doc

9. Integration durch Substitution

Lösen, bzw. berechnen Sie folgende Integrale.

1. $\int \frac{3}{4x+1} dx$	2. $\int_0^2 \frac{4}{4-x} dx$
3. $\int \frac{2}{(1-x)^2} dx$	4. $\int \frac{6}{(2x-1)^3} dx$
5. $\int_{-2}^2 \frac{10}{(x-4)^5} dx$	6. $\int_{-2}^2 e^{1-x} dx$
7. $\int_0^4 e^{\frac{1}{2}x} dx$	8. $\int_1^2 e^{4-2x} dx$
9. $\int_1^2 \frac{4}{e^{2x-4}} dx$	10. $\int_0^2 \left(x-1 - e^{\frac{1}{2}x} \right) dx$

P7_diff_int_t_05.doc

Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

Allgemeine Logarithmengesetze

$a^b = c \Leftrightarrow b = \log_a(c)$	$\log_{10}(c) = \lg(c)$	$\log_e(c) = \ln(c)$
$\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$	$\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$	$\log_a(c^q) = q \cdot \log_a(c)$

Besonderheiten bei speziellen Basen

Basis 10	$10^0 = 1$	$\lg(1) = 0$	$\lg(10) = 1$	$c = 10^{\lg(c)}$
Basis e	$e^0 = 1$	$\ln(1) = 0$	$\ln(e) = 1$	$c = e^{\ln(c)}$
Basis a	$a^0 = 1$	$\log_a(1) = 0$	$\log_a(a) = 1$	$c = a^{\log_a(c)}$