Lösungen Lineare Funktionen VBKA III

Brüche und lineare Funktionen zur Vorbereitung einer Klassenarbeit

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse:			
	a)	$\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{5}{6}$	b)	$\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=\frac{1}{12}$

E2	Ergebnisse:			
	a)	$\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}=\frac{11}{40}$	b)	$\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}=\frac{19}{56}$

E3	Ergebnisse:			
	a)	$\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1}{6}$	b)	$\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{2}=\frac{3}{2}$

E4	Ergebnisse:			
	a)	$\frac{2}{5}:\frac{1}{2}=\frac{4}{5}$	b)	$\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{87}{22}=3\frac{21}{22}$

E5	Ergebnisse:			
	a)	$f(x)=-\frac{5}{4}x+1$	b)	$f(x)=-4x+5$
	Die Graphen finden Sie unter Ausführliche Lösungen			

E6	Ergebnisse: Graphen siehe unter ausführliche Lösungen.	
	a)	$P_y(0\mid-3,5)$ $P_x\left(-\frac{7}{8}\mid 0\right)$
	b)	$P_y\left(0\mid\frac{5}{4}\right)$ $P_x\left(\frac{15}{32}\mid 0\right)$

E7	Ergebnisse:			
	a)	$f(x)=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{4}$	b)	$f(x)=\frac{3}{2}x+1$
	c)	$f(x)=-x-2$	d)	$f(x)=\frac{1}{3}x$

E8	Ergebnis		
	a)	$f(x)=x-1; P_y(0\mid-1); P_x(1\mid 0)$	Funktionsgraph siehe Ausführliche Lösungen

E8	Ergebnis		
	b)	$f(x)=-\frac{11}{14}x+\frac{15}{7}; P_y\left(0\mid\frac{15}{7}\right); P_x\left(\frac{30}{11}\mid 0\right)$	Funktionsgraph siehe Ausführliche Lösungen

E9	Ergebnis:					
	$f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$ $\quad P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right)$					

E10	Ergebnisse:					
	a)	$f(x) = 2x + 5$	b)	$f(x) = -x + a$	c)	$f(x) = -\frac{2}{a}x + 3\,;\, a \neq 0$

E11	Ergebnisse	
	a)	Funktionsgleichung: $f(x) = -0{,}35x + 1{,}8$
	b)	Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden.
	c)	Nach 4 Wochen sind nur noch 400 g Kaffee vorhanden.
	d)	Den Graphen finden Sie unter **Ausführliche Lösungen.**

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie:	
	a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$	b) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$

A1	**Ausführliche Lösungen**
	a) $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\underset{HN=6}{\underbrace{=}}\frac{1\cdot 3}{2\cdot 3}+\frac{1\cdot 2}{3\cdot 2}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{3+2}{6}=\underline{\underline{\frac{5}{6}}}$
	b) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}\underset{HN=12}{\underbrace{=}}\frac{1\cdot 4}{3\cdot 4}-\frac{1\cdot 3}{4\cdot 3}=\frac{4}{12}-\frac{3}{12}=\frac{4-3}{12}=\underline{\underline{\frac{1}{12}}}$
	Bei der Addition oder Subtraktion von Brüchen sind diese zuerst gleichnamig zu machen. Gleichnamige Brüche werden addiert, indem man ihre Zähler addiert und den Nenner beibehält. Gleichnamige Brüche werden subtrahiert, indem man ihre Zähler subtrahiert und den Nenner beibehält.

A2	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie:	
	a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}$	b) $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}$

A2	**Ausführliche Lösungen**
	a) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+\frac{1}{8}-\frac{1}{10}\underset{HN=40}{\underbrace{=}}\frac{1\cdot 20}{2\cdot 20}-\frac{1\cdot 10}{4\cdot 10}+\frac{1\cdot 5}{8\cdot 5}-\frac{1\cdot 4}{10\cdot 4}$ $=\frac{20}{40}-\frac{10}{40}+\frac{5}{40}-\frac{4}{40}=\frac{20-10+5-4}{40}=\underline{\underline{\frac{11}{40}}}$
	b) $\frac{7}{8}-\frac{2}{7}-\frac{1}{4}\underset{HN=56}{\underbrace{=}}\frac{7\cdot 7}{8\cdot 7}-\frac{2\cdot 8}{7\cdot 8}-\frac{1\cdot 14}{4\cdot 14}=\frac{49}{56}-\frac{16}{56}-\frac{14}{56}=\underline{\underline{\frac{19}{56}}}$

A3	**Aufgabe**	
	Berechnen Sie:	
	a) $\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}$	b) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{2}$

A3	**Ausführliche Lösungen**
	a) $\frac{1}{4}\cdot\frac{2}{3}=\frac{1\cdot 2}{4\cdot 3}=\frac{2}{12}=\underline{\underline{\frac{1}{6}}}$
	b) $\frac{3}{4}\cdot\frac{4}{2}=\frac{3\cdot 4}{4\cdot 2}=\frac{12}{8}=\underline{\underline{\frac{3}{2}}}$
	Brüche werden multipliziert, indem Zähler und Nenner miteinander multipliziert werden.

A4	**Aufgabe**		
	Berechnen Sie:		
	a) $\frac{2}{5}:\frac{1}{2}$	b)	$\frac{29}{6}:\frac{11}{9}$

A4	**Ausführliche Lösungen**
	a) $\frac{2}{5}:\frac{1}{2}=\frac{2\cdot 2}{1\cdot 5}=\underline{\underline{\frac{4}{5}}}$
	b) $\frac{29}{6}:\frac{11}{9}=\frac{29\cdot 9}{11\cdot 6}=\frac{261}{66}=\underline{\underline{\frac{87}{22}}}$
	Zwei Brüche werden dividiert, indem der erste Bruch mit dem Kehrwert des zweiten Bruches multipliziert wird.

A5	**Aufgabe**		
	Zeichnen Sie die Graphen folgender Funktionen jeweils in ein Koordinatensystem.		
	a) $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$	b)	$f(x)=-4x+5$

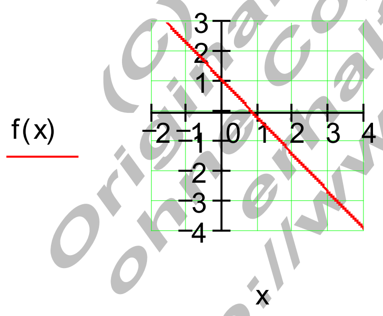
A5 Ausführliche Lösungen

a) $f(x)=-\frac{5}{4}x+1$

von $(0\,|\,1)$

4 EH nach rechts

5 EH nach unten

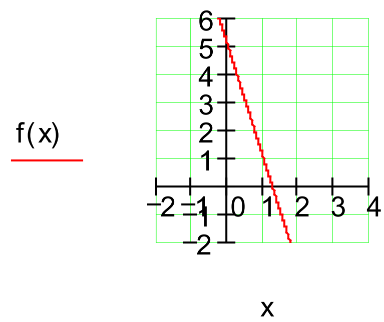


b) $f(x)=-4x+5=-\frac{4}{1}x+5$

von $(0\,|\,5)$

1 EH nach rechts

4 EH nach unten



A6	**Aufgabe**		
	Bestimmen Sie die Achsenschnittpunkte folgender linearer Funktionen und zeichnen Sie den Graphen in ein Koordinatensystem.		
	a) $f(x)=-4x-3{,}5$	b)	$f(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{5}{4}$

A6	Ausführliche Lösung

a)

$f(x) = -4x - 3{,}5$

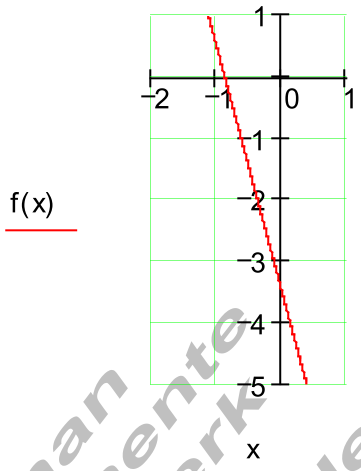
$f(0) = -3{,}5$

$\Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -3{,}5)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -4x - 3{,}5 = 0$

$\Rightarrow x = -\frac{7}{8}$

$\Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{8} = -0{,}875 \mid 0\right)}}$



A6	Ausführliche Lösung

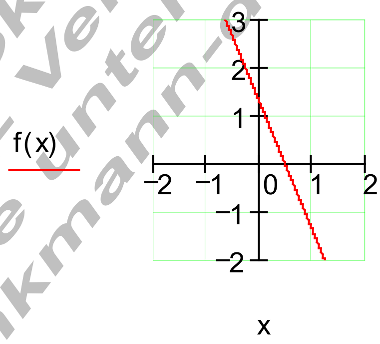
b)

$f(x) = -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4}$

$f(0) = \frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0 \mid \frac{5}{4} = 1{,}25\right)}}$

$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{8}{3}x + \frac{5}{4} = 0$

$\Rightarrow x = \frac{15}{32} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{15}{32} \approx 0{,}47 \mid 0\right)}}$



A7	Aufgabe		
	Bestimmen Sie die Gleichung der Geraden f(x).		
a)	$a_1 = -\frac{3}{4}$; durch $P(1 \mid -2)$	b)	$a_1 = 1{,}5$; durch $P(-1 \mid -0{,}5)$
c)	durch $P_1(2 \mid -4)$ und $P_2(0 \mid -2)$	d)	durch den Ursprung und $P(-3 \mid -1)$

A7	Ausführliche Lösung

a)

$a_1 = -\frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + a_0$

$P(1 \mid -2): \quad f(1) = -2 \Leftrightarrow -\frac{3}{4} \cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = -\frac{5}{4} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{3}{4}x - \frac{5}{4}}}$

A7	Ausführliche Lösung

b)

$a_1 = 1{,}5 = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$

$P(-1 \mid -0{,}5): \quad f(-1) = -0{,}5 \Leftrightarrow \frac{3}{2}(-1) + a_0 = -\frac{1}{2} \Rightarrow a_0 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x + 1}}$

A7	**Ausführliche Lösung**
c)	$P_2(0 \mid -2) \Rightarrow a_0 = -2 \quad \Rightarrow f(x) = a_1x - 2$ $P_1(2 \mid -4): \quad f(2) = -4 \Leftrightarrow a_1 \cdot 2 - 2 = -4 \Rightarrow a_1 = -1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -x - 2}}$

A7	**Ausführliche Lösung**
d)	Gerade durch den Ursprung $\Rightarrow a_0 = 0 \Rightarrow f(x) = a_1x$ $P(-3 \mid -1): \quad f(-3) = -1 \Leftrightarrow a_1 \cdot (-3) = -1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{1}{3}x}}$

A8.	Eine Gerade verläuft durch die Punkte P_1 und P_2. Bestimmen Sie die Funktionsgleichung f(x), die Achsenschnittpunkte und zeichnen Sie den Graphen.		
a)	$P_1(2 \mid 1) \qquad P_2(5 \mid 4)$	b)	$P_1\left(-3 \,\middle|\, \frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4 \mid -1)$

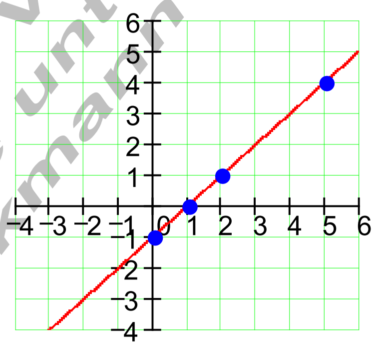
A8 Ausführliche Lösung

a) $P_1(2 \mid 1) \qquad P_2(5 \mid 4)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - 1}{5 - 2} = \frac{3}{3} = 1$$

$f(x) = x + a_0$ mit $P_1(2 \mid 1)$ gilt:

$$f(2) = 1 \Leftrightarrow 2 + a_0 = 1$$
$$\Leftrightarrow a_0 = -1$$
$$\underline{\underline{f(x) = x - 1}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y(0 \mid -1)}}$$
$$f(x) = 0 \Leftrightarrow x - 1 = 0$$
$$\Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow \underline{\underline{P_x(1 \mid 0)}}$$



Vorgehensweise:
Mit den Koordinaten der beiden vorgegebenen Punkte berechnet man den Steigungsfaktor a_1 und trägt ihn in die allgemeine Form der Funktionsgleichung ein. Mit den Koordinaten eines der vorgegebenen Punkte lässt sich die Konstante a_0 berechnen. Die y- Koordinate von P_y lässt sich aus der Funktionsgleichung ablesen. Den Schnittpunkt mit der x- Achse findet man, indem die Funktionsgleichung Null gesetzt und nach x aufgelöst wird. Der so gefundene x- Wert ist die Nullstelle, an der der Graph die x- Achse schneidet. Verbindet man die in der Aufgabenstellung vorgegebenen Punkte im Koordinatensystem miteinander, so erhält man den Graphen der Funktion.

A8 Ausführliche Lösung

b) $P_1\left(-3\,|\,\frac{9}{2}\right) \qquad P_2(4\,|\,-1)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-\frac{9}{2}}{4-(-3)} = -\frac{11}{14}$$

$f(x) = -\frac{11}{14}x + a_0$ mit $P_2(4\,|\,-1)$ gilt:

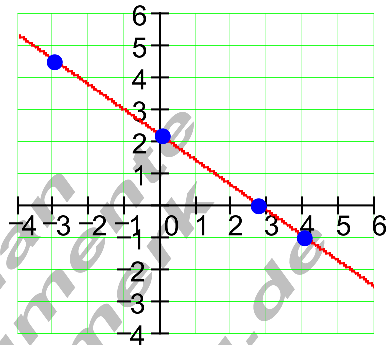
$$f(4) = -1 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}\cdot 4 + a_0 = -1$$

$$\Leftrightarrow a_0 = \frac{15}{7}$$

$$\underline{\underline{f(x) = -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7}}} \Rightarrow \underline{\underline{P_y\left(0\,|\,\frac{15}{7} \approx 2{,}14\right)}}$$

$$f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{11}{14}x + \frac{15}{7} = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{30}{11} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{30}{11} \approx 2{,}73\,|\,0\right)}}$$



A9 Aufgabe

Bestimmen Sie den Funktionsterm und die Nullstelle der linearen Funktion f(x) wenn folgende Zusammenhänge bekannt sind:

$f(-4) = 2$ und $\quad f(1) = -4$

A9 Ausführliche Lösung

$f(-4) = 2 \Rightarrow P_1(-4\,|\,2)$; $f(1) = -4 \Rightarrow P_2(1\,|\,-4)$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{1-(-4)} = -\frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{6}{5}x + a_0$$

$$P_2(1\,|\,-4): \quad f(1) = -4 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}\cdot 1 + a_0 = -4 \Rightarrow a_0 = -\frac{14}{5} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}}}$$

$$\text{Nullstelle: } f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} = 0\,|\cdot 5 \Leftrightarrow -6x - 14 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}\,|\,0\right)}}$$

A10 Aufgabe

Ermitteln Sie den Funktionsterm der linearen Funktion f(x), wenn gilt:

a)	$f(1) = 7\,;\, f(-1) = 3$	b)	$f(a) = 0\,;\, f(0) = a$	c)	$f(a) = 1;\, f(2a) = -1$

A10 Ausführliche Lösung

a) $f(1) = 7 \Rightarrow P_1(1\,|\,7)\,;\, f(-1) = 3 \Rightarrow P_1(-1\,|\,3)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_1 - x_2} = \frac{3-7}{-1-1} = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$$

$$P_1(1\,|\,7): \quad \Rightarrow f(1) = 7 \Leftrightarrow 2\cdot 1 + a_0 = 7 \Rightarrow a_0 = 5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x + 5}}$$

A10	**Ausführliche Lösung**
b)	$f(a)=0 \Rightarrow P_1(a\,\|\,0)\,;\, f(0)=a \Rightarrow P_2(0\,\|\,a) \Rightarrow a_0=a \Rightarrow f(x)=a_1x+a$ $a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{a-0}{0-a}=-1 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-x+a}}$

A10	**Ausführliche Lösung**
c)	$f(a)=1 \Rightarrow P_1(a\,\|\,1)\,;\, f(2a)=-1 \Rightarrow P_1(2a\,\|\,-1)$ $a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-1}{2a-a}=-\frac{2}{a} \Rightarrow f(x)=-\frac{2}{a}x+a_0$ $P_1(a\,\|\,1):\quad f(a)=1 \Leftrightarrow -\frac{2}{a}\cdot a+a_0=1 \Rightarrow a_0=3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{2}{a}x+3}}\,;\, a\neq 0$

A11	**Aufgabe**
	Die Erzieherinnen und Erzieher im Kindergarten „Kunterbunt“ trinken gerne Kaffee der Marke „Brinkmann’s Nr. 1“. Die Vorratsdose enthält momentan 1,8 kg Kaffeebohnen. Wöchentlich wird 350 g für die Kaffeemaschine benötigt.
a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung auf, die diesen Vorgang beschreibt.
b)	Nach welcher Zeit ist der Kaffeevorrat aufgebraucht?
c)	Kaffee soll nachbestellt werden, wenn die Vorratsdose nur noch 400 g enthält. Wann wird das der Fall sein?
d)	Zeichnen Sie den Funktionsgraphen in ein geeignetes Koordinatensystem.

A11	**Ausführliche Lösung**
a)	Die Variablen: x bedeutet Wochen $y=f(x)$ bedeutet Menge des Kaffevorrts in kg. $f(x)=a_1x+a_0$ Allgemeine Form der Geradengleichung. Woche 0: $f(0)=-0,35\cdot 0+1,8=1,8$ Woche 1: $f(1)=-0,35\cdot 1+1,8=1,45$ Woche 2: $f(2)=-0,35\cdot 2+1,8=1,1$ .... Woche x: $f(x)=-0,35\cdot x+1,8$ Funktionsgleichung für die Abnahme des Kaffeevorrats.

A11	**Ausführliche Lösung**
b)	Kaffeevorrat aufgebraucht bedeutet: $f(x)=0 \Leftrightarrow -0,35x+1,8=0\,\|-1,8$ Gleichung soll nach x aufgelöst werden $\Leftrightarrow -0,35x=-1,8\,\|:(-0,35)$ $\Leftrightarrow x=\frac{180}{35}=\frac{36}{7}\approx 5,143$ Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden.

A11 Ausführliche Lösung

c) Nur noch 400g Kaffee vorhanden bedeutet:

$$f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \,|\, -1,8$$
$$\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \,|\, :(-0,35)$$
$$\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$$

Nach 4 Wochen sind nur noch 400g Kaffee vorhanden.

A11 Ausführliche Lösung

d)