Lösungen lineare Funktionen Teil XVII

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

Begriffsdefinitionen zur betrieblichen Kostenrechnung:

<u>Gesamtkosten</u>
sind die in einem Betrieb bei der Produktion eines Produktes entstehenden Kosten K(x).

<u>Fixkosten</u>
sind die Kosten, die auch dann entstehen, wenn nichts produziert wird. (Zinsen, Mieten, Versicherungen, Gehälter usw.)
$K_f(x) = K(0)$

<u>Variable Gesamtkosten</u>
sind die Gesamtkosten ohne Fixkosten.
$K_v(x) = K(x) - K_f(x) = K(x) - K(0)$

<u>Variable Stückkosten</u>
sind die variablen Kosten pro Stück.
$k_v(x) = \frac{K_v}{x} = \frac{K(x) - K_f(x)}{x} = \frac{K(x) - K(0)}{x}$

<u>Lineare Erlösfunktion</u>
Preis p mal Ausbringungsmenge x
$E(x) = p \cdot x$

<u>Gewinnfunktion</u>
Erlös – Gesamtkosten
$G(x) = E(x) - K(x)$

a) Die Kostenfunktion ist hier eine lineare Funktion: $K(x) = a_1x + a_0$
Die fixen Kosten sind $K(0) = a_0 = 450$ € (abgelesen aus dem Graphen).
Die variablen Stückkosten sind $k_v(x) = \frac{K(x) - K(0)}{x} = \frac{a_1x + a_0 - a_0}{x} = a_1$
Das ist genau die Steigung der Geraden von K(x).
Abzulesen sind die Punkte $P_1(0 \mid 450)$ und $P_1(200 \mid 500)$
$\Rightarrow a_1 = \frac{500 - 450}{200 - 0} = 0,25 \Rightarrow$ variable Stückkosten $k_v = 0,25$ €
Kostenfunktion: $\underline{\underline{K(x) = 0,25x + 450}}$

A1 Ausführliche Lösung

b) Gewinn: $G(x) = E(x) - K(x)$
Wenn kein Verlust entstehen soll, muss der Gewinn mindestens Null sein.
$\Rightarrow E(x) - K(x) = 0$
aus $E(x) = p \cdot x$ und $K(x) = 0,25x + 450$ folgt:
$p \cdot x - (0,25x + 450) = 0 \Leftrightarrow p \cdot x = 0,25x + 450$
$\Leftrightarrow p = \frac{0,25x + 450}{x} = 0,25 + \frac{450}{x}$
Für $x = 175$ ME gilt: $p(175) = 0,25 + \frac{450}{175} = 2,821$
Der Stückpreis muss mindestens 2,83 € betragen, damit kein Verlust entsteht.

A2	Ausführliche Lösung	
	a)	1000 Bälle: $P_1(1000 \mid 600)$, 3000 Bälle: $P_2(3000 \mid 1000)$ Kostenfunktion: $K(x) = a_1 x + a_0$ $P_1 ; P_2 \Rightarrow a_1 = \frac{1000-600}{3000-1000} = 0,2 \Rightarrow K(x) = 0,2x + a_0$ $P_1(1000 \mid 600)$: $K(1000) = 0,2 \cdot 1000 + a_0 = 600 \Rightarrow a_0 = 400$ $\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0,2x + 400}}$ Fixkosten: $K(0) = a_0 = \underline{\underline{400\ €}}$ Variable Stückkosten: $k_v = a_1 = \underline{\underline{0,2\ €}}$

A2	Ausführliche Lösung	
	b)	Erlösfunktion für $x < 2500 : E(x) = 750$ Erlösfunktion für $x > 2500$: $P_1(2500 \mid 600) ; P_2(4000 \mid 1200)$ $E_2(x) = a_1 x + a_0$ $a_1 = \frac{1200-600}{4000-2500} = 0,4 \Rightarrow E_2(x) = 0,4x + a_0$ $P_2(4000 \mid 1200)$: $E_2(4000) = 0,4 \cdot 4000 + a_0 = 1200 \Rightarrow a_0 = -400$ $\Rightarrow \underline{\underline{E_2(x) = 0,4x - 400}}$ Schnittpunkt S_1: $K(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,2x + 400 = 750 \Rightarrow x = 1750$ $K(1750) = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_1(1750 \mid 750)}}$ Schnittpunkt S_1: $E_2(x) = K(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 0,2x + 400 \Rightarrow x = 4000$ $K(4000) = 0,2 \cdot 4000 + 400 = 1200 \Rightarrow \underline{\underline{S_2(4000 \mid 1200)}}$ Interpretation: Für $1750 < x < 4500$ entsteht ein Verlust, da $E(x) < K(x)$. Schnittpunkt von $E_1(x)$ mit $E_2(x)$ ist S_3 $E_2(x) = E_1(x) \Leftrightarrow 0,4x - 400 = 750 \Leftrightarrow x = 2875$ $E_2(2875) = 0,4 \cdot 2875 - 400 = 750 \Rightarrow \underline{\underline{S_3(2875 \mid 750)}}$ Für den Kunden ist der Bereich 2500 < x < 2875 sehr lukrativ. Er bekommt beispielsweise 2800 Bälle günstiger als 2500 Bälle.

A3	Ausführliche Lösung
a)	Federkonstante bei Feder F_2 : $D_2 = \frac{F}{x} = \frac{50\text{ N}}{4\text{ cm}} = 12{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}$ Die Federkonstante ist ein Maß für die Steigung der Geraden.

A3	Ausführliche Lösung
b)	$D_1 = \frac{100\text{ N}}{4\text{ cm}} = 25\,\frac{\text{N}}{\text{cm}} \Rightarrow \underline{\underline{F_1(x) = 25\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}\cdot x}}$ und $\underline{\underline{F_2(x) = 12{,}5\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}\cdot x}}$

A3	Ausführliche Lösung
c)	Theoretisch: $F_1(100) = 25\,\frac{\text{N}}{\text{cm}}\cdot 100\text{ cm} = 2500\text{ N}$ Tatsächlich würde die Feder bei einer Auslenkung von 1 m überdehnt werden.

A3	Ausführliche Lösung
d)	Die unterschiedlichen Federkonstanten kennzeichnen die unterschiedlichen Federhärten beider Federn.

A4	Ausführliche Lösung
a)	50 Stunden = 3000 Minuten, Kosten 27,50 € $\Rightarrow$ Kosten pro Minute: $\frac{27{,}50\text{ €}}{3000} = \frac{11}{1200}\text{ €} \Rightarrow \underline{\underline{K_1(x) = \frac{11}{1200}x \approx 0{,}0092\cdot x}}$

A4	Ausführliche Lösung
b)	8 € Grundgebühren, für 3000 Minuten verbleiben noch 19,5 € $\Rightarrow$ Kosten pro Minute: $\frac{19{,}50\text{ €}}{3000} = \frac{13}{2000}\text{ €}$ $\Rightarrow K_2(x) = \frac{13}{2000}x + 8 = \underline{\underline{0{,}0065\cdot x + 8}}$

A4	Ausführliche Lösung
c)	Tarif II ist bei einer Internetnutzung von mehr als 50 Stunden der günstigste, da jede weitere Minute nur noch 0,65 Cent kostet.