Lösungen lineare Funktionen Teil XVI

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung	
	a)	$K_1(x) = 0{,}8x + 840$ 2500 Kisten: $K_1(x) = 0{,}8 \cdot 2500 + 840 = 2840$ Die Auslieferung von 2500 Kisten kostet $\underline{\underline{2840\text{ €}}}$

A1	Ausführliche Lösung	
	b)	$K_1(x) = 0{,}8x + 840$ Brauerei, $K_2(x) = 1{,}15x$ Logistikunternehmen Kostenunterschied: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0{,}8x + 840 - 1{,}15x = -0{,}35x + 840$ Gewinn für die Brauerei wenn $U(x) > 0$ $\Rightarrow -0{,}35x + 840 > 0 \Leftrightarrow -0{,}35x > -840 \Leftrightarrow x < 2400$ Bis zu $\underline{\underline{2400\text{ Kisten}}}$ ist das Logistikunternehmen kostengünstiger.

A1	Ausführliche Lösung	
	c)	Neue Kostenfunktion für das Logistikunternehmen: $K_2(x) = a_1x$ Kostenunterschied: $U(x) = K_1(x) - K_2(x) = 0{,}8x + 840 - a_1x = (0{,}8 - a_1)x + 840$ Bei 4000 Kisten soll der Gewinn 680 € sein. $\Rightarrow U(4000) = (0{,}8 - a_1) \cdot 4000 + 840 = 680 \Leftrightarrow 0{,}8 - a_1 = \frac{680 - 840}{4000} \Leftrightarrow a_1 = 0{,}84$ $\Rightarrow \underline{\underline{K_2(x) = 0{,}84x}}$ Das bedeutet 0,84 € pro Kiste.

A2	Ausführliche Lösung	
	a)	unabhängige Variable: $x = $ Einkommen abhängige Variable $y = K(x) = $ Konsumausgaben (linearer Zusammenhang) $\Rightarrow K(x) = a_1x + a_0$ Aus den gegebenen Bedingungen folgt: $P_1(1000 \mid 900)$; $P_2(1800 \mid 1460)$ $\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1460 - 900}{1800 - 1000} = \frac{560}{800} = 0{,}7 \Rightarrow K(x) = 0{,}7x + a_0$ $P_1(1000 \mid 900)$: $K(1000) = 0{,}7 \cdot 1000 + a_0 = 900 \Rightarrow a_0 = 200$ $\Rightarrow \underline{\underline{K(x) = 0{,}7x + 200}}$

A2	Ausführliche Lösung	
	b)	$K(800) = 0{,}7 \cdot 800 + 200 = 760 \Rightarrow \underline{\underline{P_1(800 \mid 760)}}$ $K(2500) = 0{,}7 \cdot 2500 + 200 = 1950 \Rightarrow \underline{\underline{P_2(2500 \mid 1950)}}$ $K(4000) = 0{,}7 \cdot 4000 + 200 = 3000 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(4000 \mid 3000)}}$

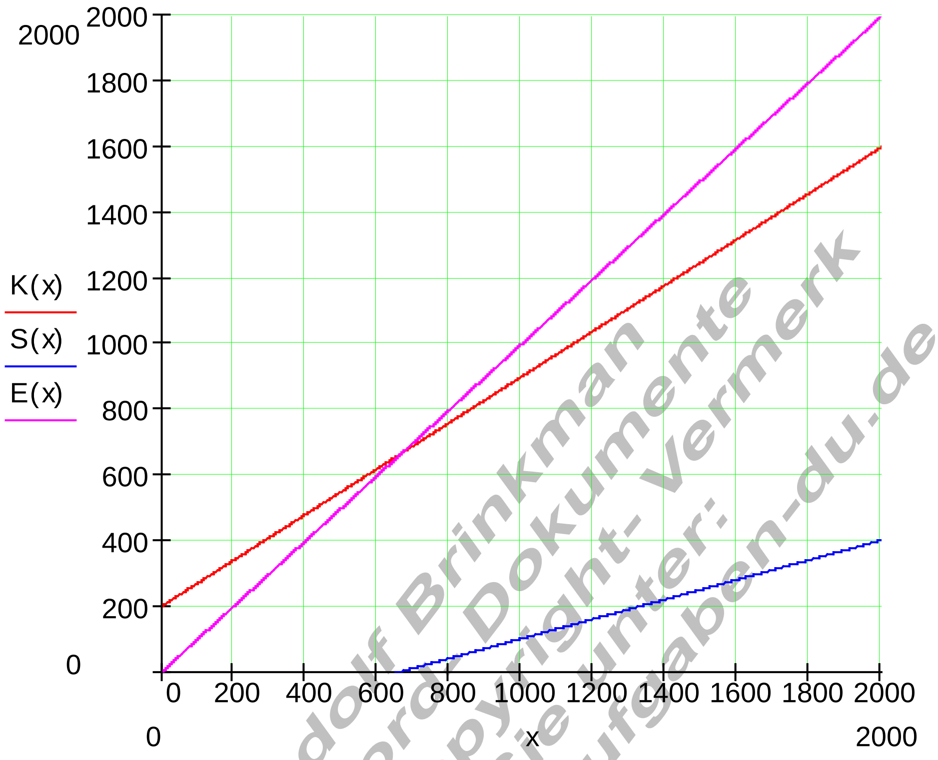
A2	Ausführliche Lösung	
	c)	$\text{Konsumquote} = \frac{\text{Konsum}}{\text{Einkommen}} = \frac{K(x)}{x}$ $\text{Einkommen } 800\text{ €} \Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{760}{800} = 0{,}95 \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{95\%}}$ $\text{Einkommen } 2500\text{ €} \Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{1950}{2500} = 0{,}78 \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{78\%}}$ $\text{Einkommen } 4000\text{ €} \Rightarrow \text{Konsumquote} = \frac{3000}{4000} = 0{,}75 \mathrel{\hat{=}} \underline{\underline{75\%}}$ Allgemeiner Zusammenhang: $\text{Konsumquote} = \frac{K(x)}{x} = \frac{0{,}7x + 200}{x} = 0{,}7 + \frac{200}{x}$ Bemerkung: Je höher das Einkommen, desto mehr nähert sich die Konsumquote dem Wert 0,7, das bedeutet, mindestens 70% des verfügbaren Einkommens wird für den Konsum ausgegeben. Der Rest kann gespart werden.

A2	Ausführliche Lösung	
	d)	Anastz: altes Einkommen $x \Rightarrow K(x) = 0{,}7x + 200$ neues Einkommen $x + dx \Rightarrow K(x + dx) = 0{,}7(x + dx) + 200$ Einkommenszunahme $x + dx - x \Rightarrow K(x + dx) - K(x)$ $\Leftrightarrow 0{,}7(x + dx) + 200 - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}7dx}}$ Folgerung: 70% des Einkommenszuwachses wird für den Konsum ausgegeben. Das entspricht der Steigung von K(x).

A2 Ausführliche Lösung

e) Alles was nicht konsumiert wird, wird gespart.

$S(x) = x - K(x) = x - (0{,}7x + 200) = \underline{\underline{0{,}3x - 200}}$



Es bedeuten: $K(x) =$ Konsumfunktion ; $S(x) =$ Sparfunktion ; $E(x) =$ Einkommen

Nullstelle von $S(x)$:

$S(x) = 0 \Leftrightarrow 0{,}3x - 200 = 0 \Leftrightarrow x = 666{,}\overline{6}$

Bedeutung der Nullstelle:
Erst ab einem Einkommen von 666,67 € kann gespart werden.
Die 666,67 € bilden in diesem Modell das Existenzminimum.
Unterhalb des Existenzminimums werden Schulden gemacht, denn Mensch muss ja irgendwo von leben.

A3 Ausführliche Lösung

a) $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t = 85\,m + \frac{12 \cdot 10^6}{K} \cdot 85\,m \cdot \Delta t = \underline{\underline{85\,m + 0{,}00102 \cdot \Delta t \cdot \frac{m}{K}}}$

A3 Ausführliche Lösung

b) $\Delta t = 30\,K: \quad \Rightarrow l(30) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 30 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0306\,m}}$

$\Delta t = 60\,K: \quad \Rightarrow l(60) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 60 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0612\,m}}$

$\Delta t = 40\,K: \quad \Rightarrow l(40) = 85\,m + 0{,}00102 \cdot 40 \cdot m = \underline{\underline{85{,}0408\,m}}$

A3	Ausführliche Lösung	
	c)	Längenänderung: $\Delta l = 25\text{ mm} = 0{,}025\text{ m}$ Temperaturänderung: $\Delta t = 25\text{ K}$ $l(\Delta t) = l_0 + 0{,}025\text{ m}$ $l(\Delta t) = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \quad \Rightarrow l_0 + 0{,}025\text{ m} = l_0 + \alpha \cdot l_0 \cdot \Delta t \Leftrightarrow l_0 = \frac{0{,}025\text{ m}}{\alpha \cdot \Delta t}$ $l_0 = \frac{0{,}025\text{ m}}{\alpha \cdot \Delta t} = \frac{0{,}025\text{ m}}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{25 \cdot 10^{-3}\text{ m}}{12 \cdot 10^{-6} \cdot 25} = \frac{10^{-3}\text{ m}}{12 \cdot 10^{-6}} = \frac{1}{12} \cdot 10^3 = \underline{\underline{83{,}\overline{3}\text{ m}}}$ Ein Eisenträger der Länge 83,33 m dehnt sich bei einer Temperaturerhöhung von 25 K um 25 mm aus.

A4	Ausführliche Lösung	
	a)	Rechnung ohne Einheiten: $U(I) = U_0 - R \cdot I = 2000 - 1{,}17 \cdot I$ Verbraucherspannung bei $I = 25\text{ A}: U(25) = 2000 - 1{,}17 \cdot 25 = \underline{\underline{1970{,}75}}$ (Volt) Spannungsabfall bei $I = 25\text{ A}: U_V = 1{,}17 \cdot 25 = \underline{\underline{29{,}25}}$ (Volt)

A4	Ausführliche Lösung	
	b)	$U(I) = 2000 - 1{,}17 \cdot I = 0 \Leftrightarrow I = \frac{2000}{1{,}17} = \underline{\underline{1709{,}4}}$ (Ampere) Bei einem Stromfluss von 1709,4 A kommt beim Verbraucher keine Spannung mehr an.