Lösungen lineare Funktionen Teil XV

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	Funktionsgleichung: $f(x) = -0,35x + 1,8$
	b)	Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden
	c)	Nach 4 Wochen sind nur noch 400 g Kaffee vorhanden.
	d)	Den Graphen finden Sie unter **Ausführliche Lösungen.**

E2	Ergebnis
	Das Grundgehalt beträgt 2656 €, die Überstundenpauschale 21 €.

E3	Ergebnisse	
	a)	$f(x) = -7,5x + 340$ Den Graphen finden Sie unter **Ausführliche Lösungen.**
	b)	Das Futterlager wurde auf 340 kg aufgefüllt.
	c)	Nach etwa 38,7 Tagen ist das Futterlager wieder aufzufüllen.

E4	Ergebnisse	
	a)	Nach 175Minuten herrscht Kostengleichheit (19 €).
	b)	Der Dienst von HB ist günstig, denn für 25 € kann man 275 Minuten telefonieren. Hingegen reichen bei HP die 25 € nur für 250 Minuten. Den Graphen finden Sie unter **Ausführliche Lösungen.**

E5	Ergebnisse	
	a)	Die Investition hat sich nach 2,5 Jahren rentiert. In beiden Fällen belaufen sich die bis dahin angefallenen Kosten auf 62500 €.
	b)	Den Graphen finden Sie unter **Ausführliche Lösungen.**

E6	Ergebnisse	
	a)	Der Funktionsterm: $f(x) = \frac{17}{160}x$
	b)	$f(100) = 10,625$ $f(250) = \frac{425}{16} \approx 26,563$ $f(x) = 25 \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235,3$
	c)	Den Graphen finden Sie unter **Ausführliche Lösungen.**

E7	Ergebnisse	
	a)	Für die Umrechnung von ^{0}F in ^{0}C gilt: $f(x) = \frac{5}{9}(x - 32)$ x in ^{0}F und $f(x)$ in ^{0}C
	b)	Für die Umrechnung von ^{0}C in ^{0}F gilt: $f(x) = \frac{9}{5}x + 32$ x in ^{0}C und $f(x)$ in ^{0}F
	c)	Die Temperatur des Wannenbades entspricht 35^{0}C
	d)	Bei einer Temperatur von 104 ^{0}F müssten fiebersenkende Maßnahmen ergriffen werden.

Ausführliche Lösungen:

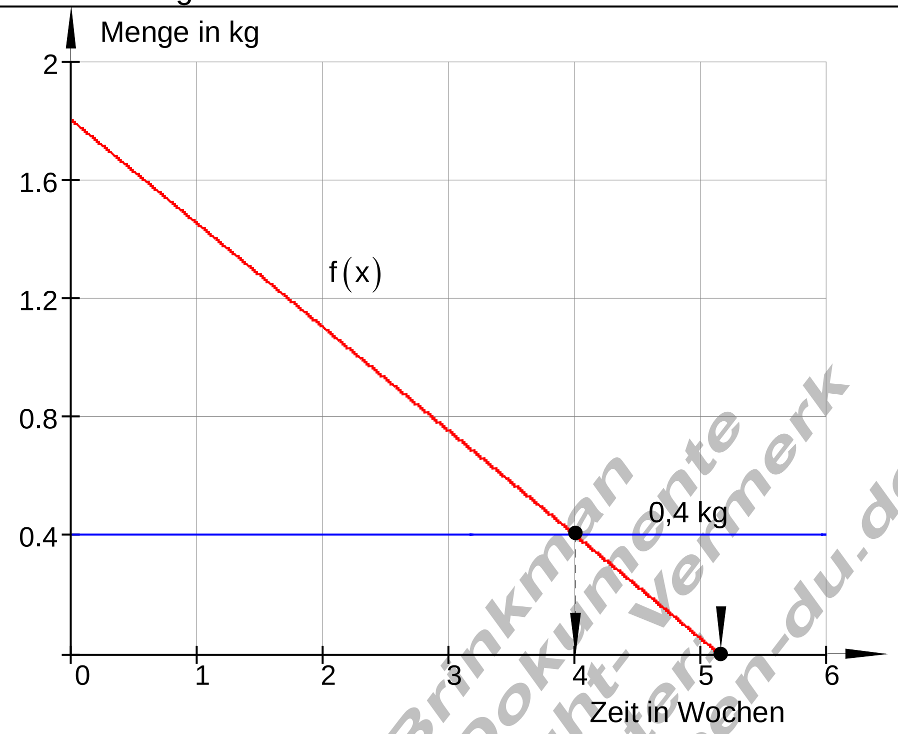
A1	Ausführliche Lösung	
	a)	Die Variablen: x bedeutet Wochen $y = f(x)$ bedeutet Menge des Kaffevorrts in kg. $f(x) = a_1x + a_0$ Allgemeine Form der Geradengleichung. Woche 0: $f(0) = -0,35 \cdot 0 + 1,8 = 1,8$ Woche 1: $f(1) = -0,35 \cdot 1 + 1,8 = 1,45$ Woche 2: $f(2) = -0,35 \cdot 2 + 1,8 = 1,1$ .... Woche x: $f(x) = -0,35 \cdot x + 1,8$ Funktionsgleichung für die Abnahme des Kaffeevorrats.

A1	Ausführliche Lösung	
	b)	Kaffeevorrat aufgebraucht bedeutet: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0 \mid -1,8$ Gleichung soll nach x aufgelöst werden $\Leftrightarrow -0,35x = -1,8 \mid : (-0,35)$ $\Leftrightarrow x = \frac{180}{35} = \frac{36}{7} \approx 5,143$ Nach etwa 5 Wochen ist kein Kaffee mehr vorhanden.

A1	Ausführliche Lösung	
	c)	Nur noch 400g Kaffee vorhanden bedeutet: $f(x) = 0,4 \Leftrightarrow -0,35x + 1,8 = 0,4 \mid -1,8$ $\Leftrightarrow -0,35x = -1,4 \mid : (-0,35)$ $\Leftrightarrow x = \frac{140}{35} = \frac{28}{7} = 4$ Nach 4 Wochen sind nur noch 400g Kaffee vorhanden.

A1 Ausführliche Lösung

d)



A2 Ausführliche Lösung

Anzahl der Überstunden: x   Ausgezahlter Bruttolohn f(x)

Gegeben sind zwei Wertepaare:

$P_1(43 \mid 3559)$ und $P_2(27 \mid 3223)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3223 - 3559}{27 - 43} = \frac{-336}{-16} = 21 \Rightarrow f(x) = 21x + a_0$$

$(a_1 = \text{Überstundenpauschale} \quad a_0 = \text{Grundgehalt})$

$$P_1(43 \mid 3559) \Rightarrow f(43) = 3559 \Leftrightarrow 21 \cdot 43 + a_0 = 3559$$

$$\Leftrightarrow 903 + a_0 = 3559 \mid -903$$

$$\Leftrightarrow a_0 = 2656$$

$$\Rightarrow f(x) = 21x + 2656$$

Das Grundgehalt beträgt 2656 €, die Überstundenpauschale 21 €.

A3 Ausführliche Lösung

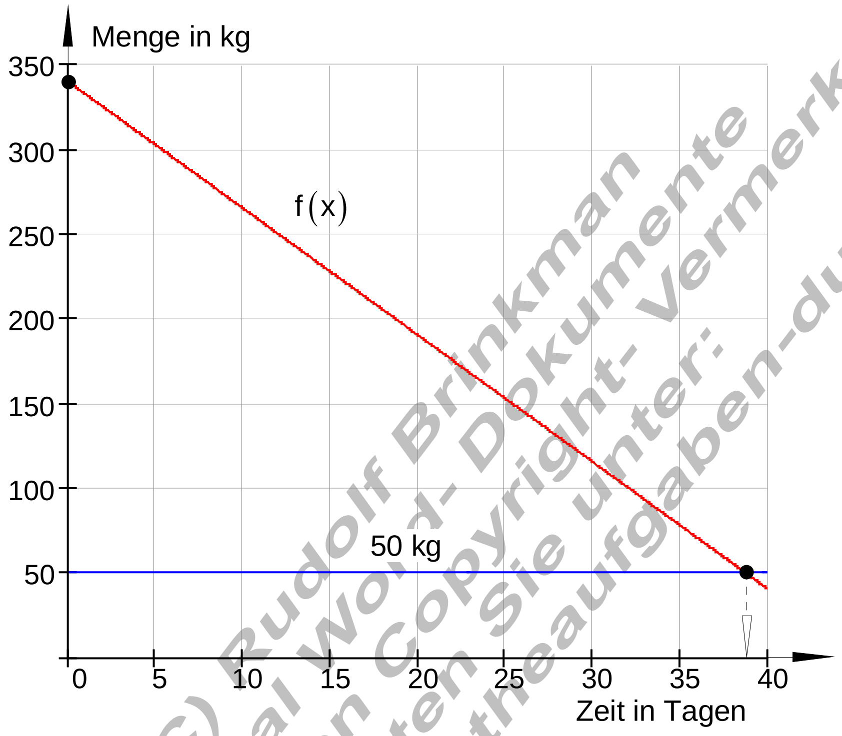
a) x- Achse: Zeit in Tagen y- Achse: Futterbestand in kg

$f(x) = -7{,}5x + a_0$

$P(12 \mid 250) \Rightarrow f(12) = 250 \Leftrightarrow -7{,}5 \cdot 12 + a_0 = 250$

$\Leftrightarrow -90 + a_0 = 250 \mid +90$

$\Leftrightarrow a_0 = 340 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -7{,}5x + 340}}$



A3 Ausführliche Lösung

b) Der Auffüllzeitpunkt liegt bei x = 0.

$\Rightarrow f(0) = -7{,}5 \cdot 0 + 340 = 340$

Der Futterbestand wurde vor 12 Tagen auf 340 kg aufgefüllt.

A3 Ausführliche Lösung

c) $f(x) = 50 \Leftrightarrow -7{,}5x + 340 = 50 \mid -340$

$\Leftrightarrow -7{,}5x = -290 \mid :(-7{,}5)$

$\Leftrightarrow x = \frac{580}{15} = \frac{116}{3} \approx 38{,}7$

Nach etwa 38,7 Tagen ist das Futterlager wieder aufzufüllen.

A4 Ausführliche Lösung

a) HB: $K_1(x) = 0{,}06x + 8{,}5$ HP: $K_2(x) = 0{,}08x + 5$

Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden.

$$K_2(x) = K_1(x) \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 0{,}06x + 8{,}5 \,|\, -0{,}06x$$
$$\Leftrightarrow 0{,}02x + 5 = 8{,}5 \,|\, -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}02x = 3{,}5 \,|\, :0{,}02$$
$$\Leftrightarrow x = 175$$
$$K_1(175) = 0{,}06 \cdot 175 + 8{,}5 = 19$$
$$K_2(175) = 0{,}08 \cdot 175 + 5 = 19$$

Nach 175 Minuten herrscht Kostengleichheit (19 €).

A4 Ausführliche Lösung

b) HB:

$$K_1(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}06x + 8{,}5 = 25 \,|\, -8{,}5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}06x = 16{,}5 \,|\, :0{,}06$$
$$\Leftrightarrow x = 275$$

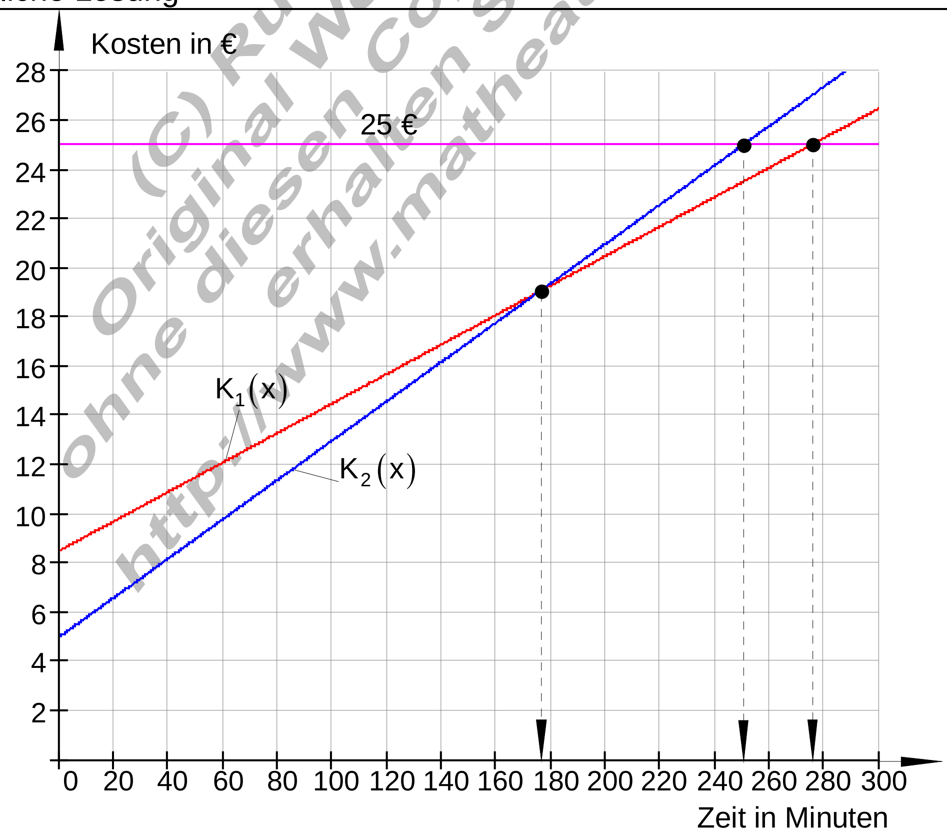
HP:

$$K_2(x) = 25 \Leftrightarrow 0{,}08x + 5 = 25 \,|\, -5$$
$$\Leftrightarrow 0{,}08x = 20 \,|\, :0{,}08$$
$$\Leftrightarrow x = 250$$

Der Dienst von HB ist günstig, denn für 25 € kann man 275 Minuten telefonieren. Hingegen reichen bei HP die 25 € nur für 250 Minuten.

A4 Ausführliche Lösung

c)



A5 Ausführliche Lösung

a) x – Achse : Jahre   y – Achse : Kosten

Durchlauferhitzer : $f(x) = 25000x$

Fernwärme : $g(x) = 5000x + 50000$

Kostengleichheit herrscht im Schnittpunkt beider Geraden.

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 25000x = 5000x + 50000 \,|\, -5000x$$

$$\Leftrightarrow 20000x = 50000 \,|\, :20000$$

$$\Leftrightarrow x = 2{,}5$$

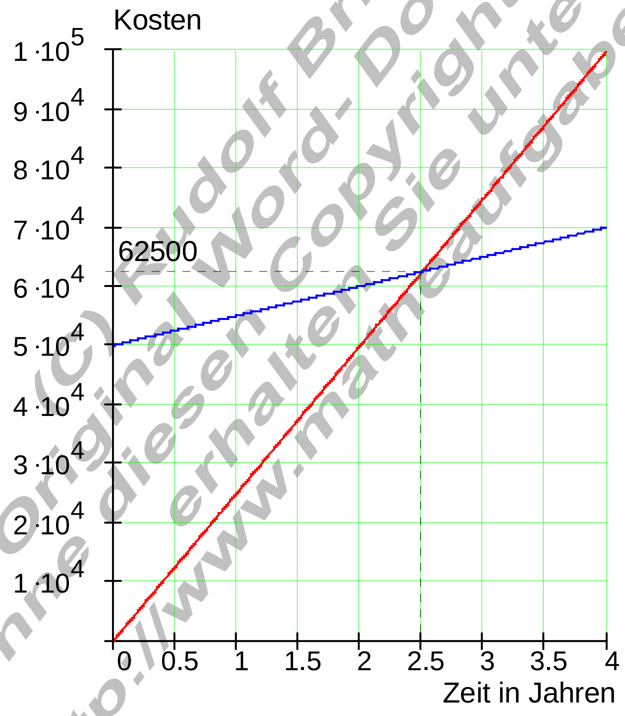
$$f(2{,}5) = 25000 \cdot 2{,}5 = 62500$$

$$g(2{,}5) = 5000 \cdot 2{,}5 + 50000 = 62500$$

Die Investition hat sich nach 2,5 Jahren rentiert.
In beiden Fällen belaufen sich die bis dahin angefallenen Kosten auf 62500 €.

A5 Ausführliche Lösung

b)



A6 Ausführliche Lösung

a) x – Achse kg Zuckerrohr y – Achse kg Zucker

$f(x) = a_1 x + a_0$

80 kg Zuckerrohr $\rightarrow$ 8,5 kg Zucker $\Rightarrow P_1(80\,|\,8{,}5)$

0 kg Zuckerrohr $\rightarrow$ 0 kg Zucker $\Rightarrow P_2(0\,|\,0)$ Ursprungsgerade $\Rightarrow a_0 = 0$

Steigung: $a_1 = \frac{8{,}5}{80} = \frac{17}{160} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{17}{160}x}}$

A6 Ausführliche Lösung

b) $f(x) = \frac{17}{160}x \Rightarrow f(100) = \frac{17}{160} \cdot 100 = 10{,}625$

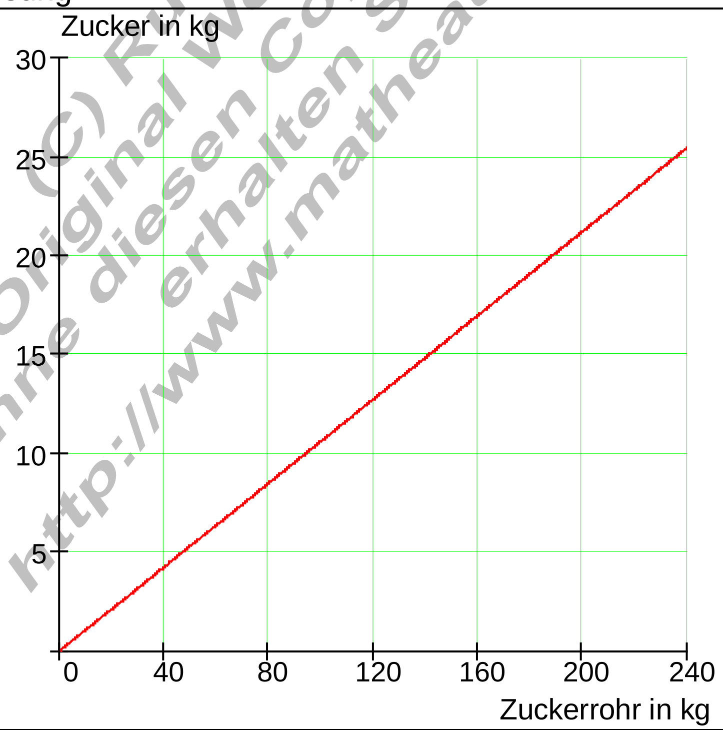
$f(250) = \frac{17}{160} \cdot 250 = \frac{425}{16} \approx 26{,}563$

$f(x) = 25 \Leftrightarrow \frac{17}{160}x = 25 \,|\, : \frac{17}{160} \Leftrightarrow x = \frac{4000}{17} \approx 235{,}3$

Aus 100 kg Zuckerrohr lassen sich 10,625 kg Zucker gewinnen.
Aus 250 kg Zuckerrohr lassen sich etwa 26,563 kg Zucker gewinnen.
Für 25 kg Zucker benötigt man etwa 235,3 kg Zuckerrohr.

A6 Ausführliche Lösung

c)



A7 Ausführliche Lösung

a)

$x-\text{Achse}: \quad {}^0F \qquad y-\text{Achse}: \quad {}^0C$

$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(32\,|\,0) \qquad P_2(212\,|\,100)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{100-0}{212-32} = \frac{100}{180} = \frac{5}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x + a_0$$

$$P_1(32\,|\,0): f(32) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 32 + a_0 = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{160}{9} + a_0 = 0 \,\Big|\, -\frac{160}{9}$$

$$\Leftrightarrow a_0 = -\frac{160}{9} \Rightarrow f(x) = \frac{5}{9}x - \frac{160}{9} = \frac{5}{9}(x-32)$$

Für die Umrechnung von ${}^0F$ in ${}^0C$ gilt: $\underline{\underline{f(x) = \frac{5}{9}(x-32)}}$

x in ${}^0F$ und $f(x)$ in ${}^0C$

A7 Ausführliche Lösung

b)

$x-\text{Achse}: \quad {}^0C \qquad y-\text{Achse}: \quad {}^0F$

$f(x) = a_1x + a_0 \qquad P_1(0\,|\,32) \qquad P_2(100\,|\,212)$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{212-32}{100-0} = \frac{180}{100} = \frac{9}{5} \Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + a_0$$

$$P_1(0\,|\,32): f(0) = 32 \Leftrightarrow \frac{5}{9}\cdot 0 + a_0 = 32 \Rightarrow a_0 = 32$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{9}{5}x + 32$$

Für die Umrechnung von ${}^0C$ in ${}^0F$ gilt: $\underline{\underline{f(x) = \frac{9}{5}x + 32}}$

x in ${}^0C$ und $f(x)$ in ${}^0F$

A7 Ausführliche Lösung

c)

$$95\,{}^0F = ?^0\,C \quad f(x) = \frac{5}{9}(x-32) \Rightarrow f(95) = \frac{5}{9}(95-32) = \frac{5}{9}\cdot 63 = \underline{\underline{35\,{}^0C}}$$

Die Temperatur des Wannenbades entspricht 35^0C

A7 Ausführliche Lösung

d)

$$40\,{}^0C = ?^0\,F \quad f(x) = \frac{9}{5}x + 32 \Rightarrow f(40) = \frac{9}{5}\cdot 40 + 32 = \underline{\underline{104\,{}^0F}}$$

Bei einer Temperatur von 104 ${}^0F$ müssten fiebersenkende Maßnahmen ergriffen werden.