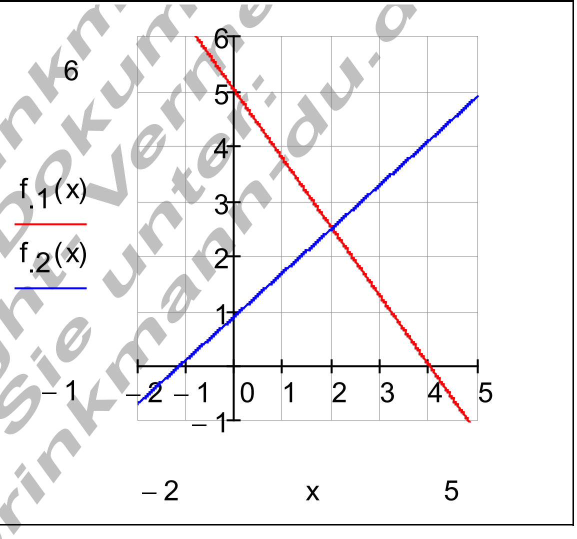
# Lösungen lineare Funktionen Teil XIII

## Ergebnisse:

| E1 | **Aufgabe** | |
|---|---|---|
| | $f_2(x) = \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}\,;\, S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\, D = \{x \mid -1 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$<br>Der Graph der Funktion $f_1(x)$ wird im Punkte S vom Graphen der Funktion $f_2(x)$ rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie: | |
| | a) | Die Funktion $f_1(x)$. |
| | b) | Die Achsenschnittpunkte beider Geraden. |
| | c) | Die Graphen der beiden Funktionen in D. |

| E1 | Ergebnisse | | | |
|---|---|---|---|---|
| | a) | $f_2(x) = \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}\,;\, S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$<br>$D = \{x \mid -1 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$<br>$a_{11} = -\frac{1}{a_{12}} = -\frac{5}{4}$<br>$f_1(x) = -\frac{5}{4}x + 5$ | c) |  |
| | b) | $P_{y_1}(0 \mid 5)\,;\, P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{10}\right)$<br>$P_{x_1}(4 \mid 0)\,;\, P_{x_2}\left(-\frac{9}{8} \,\middle|\, 0\right)$ | | |

| E2 | **Aufgabe** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Gegeben sind die Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zweier Geraden und die Steigung $a_{13}$ einer dritten Geraden mit der Funktion $f_3(x)$. Bestimmen Sie die Funktion $f_3(x)$ so, dass ihr Graph durch den Schnittpunkt S der anderen beiden Geraden verläuft. Ermitteln Sie die Achsenschnittpunkte aller drei Geraden und zeichnen Sie die Graphen der drei Funktionen in D. | | | |
| | a) | $f_1(x) = -4x - 2\,;\, a_{13} = \frac{1}{4}$<br>$f_2(x) = 2x + 4\,;\; D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ | b) | $f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}\,;\, a_{13} = -4$<br>$f_2(x) = 2x + 4\,;\; D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ |

**E2 Ergebnis**

a)

$f_1(x) = -4x - 2\,;\; a_{13} = \frac{1}{4}$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

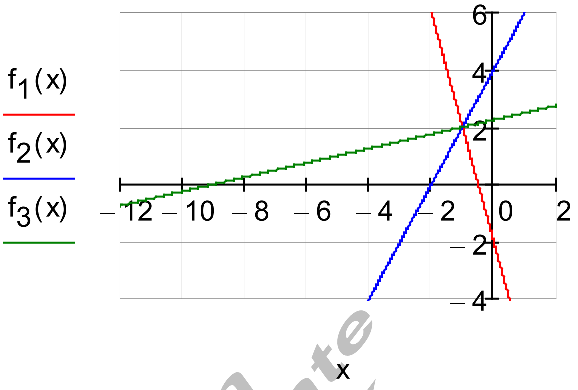
$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$

$P_{y_1}(0 \mid -2)\,;\; P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right);\; P_{x_1}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0)\,;\; P_{x_3}(-9 \mid 0)$




**E2 Ergebnis**

b)

$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}\,;\; a_{13} = -4$

$f_2(x) = 2x + 4$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$

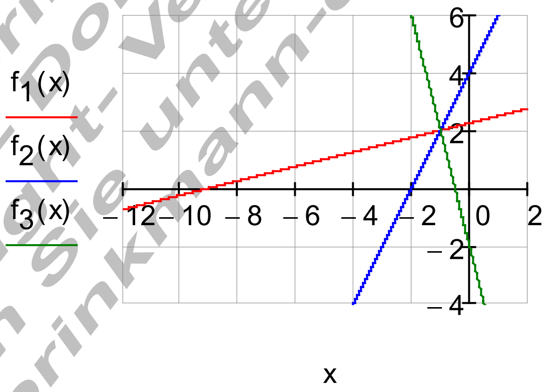
$S(-1 \mid 2)$

$f_3(x) = -4x - 2$

$P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right);\; P_{y_2}(0 \mid 4)$

$P_{y_3}(0 \mid -2)\,;\; P_{x_1}(-9 \mid 0)$

$P_{x_2}(-2 \mid 0)\,;\; P_{x_3}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$




**E3 Aufgabe**

Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ geht durch den Punkt $P_1$ und wird im Punkte S von einer zweiten Geraden, die durch den Punkt $P_2$ geht, geschnitten. Bestimmen Sie die Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ die Achsenschnittpunkte ihrer Graphen und zeichnen Sie die Graphen in D.

$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);\; P_2(3 \mid 5)\,;\; S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right);\; D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

## E3 Ergebnis

$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5);$

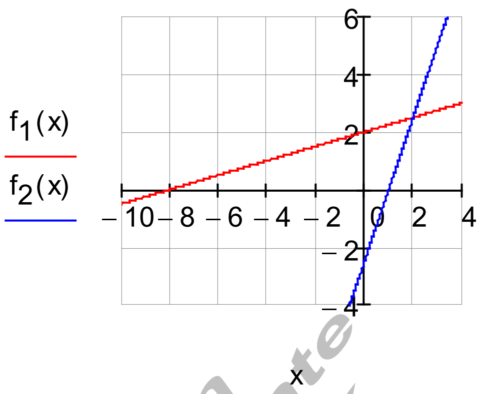
$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

$a_{11} = \frac{1}{4}; f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2$

$a_{12} = \frac{5}{2}; f_2(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}$

$P_{y_1}(0 \mid 2); P_{y_2}\left(0 \,\middle|\, -\frac{5}{2}\right)$

$P_{x_1}(-8 \mid 0); P_{x_2}(1 \mid 0)$




## E4 **Aufgabe**

$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right); D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ schneidet die Abszissenachse bei –8. Parallel zu $f_1(x)$ schneidet eine zweite Gerade mit der Funktion $f_2(x)$ die Abszissenachse bei –4. Beide Geraden werden von einer dritten Geraden mit der Funktion $f_3(x)$, die durch die Punkte $P_1$ und $P_2$ geht, in den Punkten $P_3$ und $P_4$ rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) | Die Funktion $f_3(x)$. | b) | Die Funktion $f_1(x)$. |
| c) | Die Funktion $f_2(x)$. | d) | Die Graphen der drei Funktionen in D. |

## E4 Ergebnisse

a) $P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right);$

$D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$

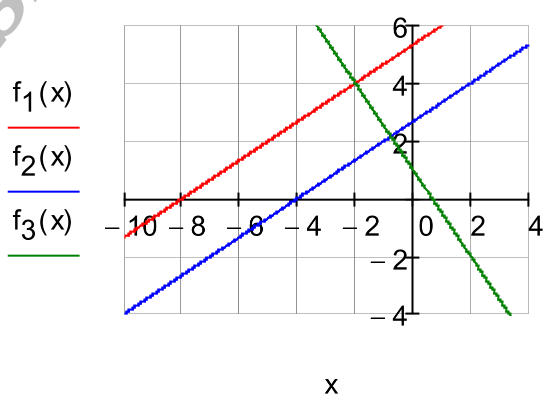
$a_{13} = -\frac{3}{2}; f_3(x) = -\frac{3}{2}x + 1$

b) $a_{11} = -\frac{1}{a_{13}} = \frac{2}{3}; f_1(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$

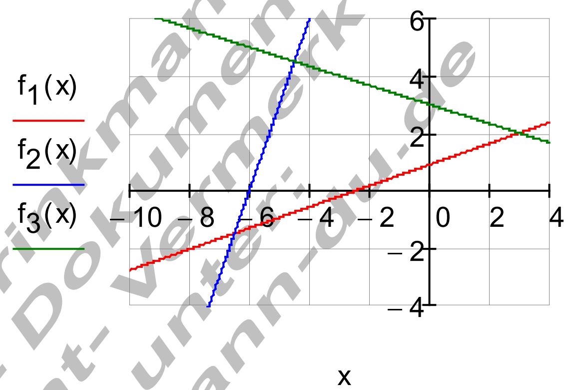
c) $a_{12} = \frac{2}{3}; f_2(x) = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}$

$P_3(-2 \mid 4); P_4\left(-\frac{10}{13} \,\middle|\, \frac{28}{13}\right)$

d)



| E5 | **Aufgabe** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $A\left(-\frac{13}{2} \mid -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2); D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$<br>Von einem rechtwinkligen Dreieck, dessen rechter Winkel bei C liegt, sind die Punkte A und B gegeben. Die Dreieckseite [BC] mit der Funktion $f_3(x)$ schneidet die Ordinatenachse bei 3. Bestimmen Sie: | | | |
| | a) | Die Funktion $f_1(x)$ der Seite [AB]. | b) | Die Funktion $f_3(x)$ der Seite [BC]. |
| | c) | Die Funktion $f_2(x)$ der Seite [AC]. | d) | Die Koordinaten des Punktes C. |
| | e) | Die Graphen in D. | | |

| E5 | Ergebnisse | | | |
|---|---|---|---|---|
| | a) | $A\left(-\frac{13}{2} \mid -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2)$<br>$D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$<br>$a_{11} = \frac{7}{19}; f_1(x) = \frac{7}{19}x + \frac{17}{19}$ | e) |  |
| | b) | $a_{13} = -\frac{1}{3}\quad f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$ | | |
| | c) | $a_{12} = -\frac{1}{a_{13}} = 3; f_2(x) = 3x + 18$ | | |
| | d) | $C\left(-\frac{9}{2} \mid \frac{9}{2}\right)$ | | |

## Ausführliche Lösungen

| A1 | **Aufgabe** | |
|---|---|---|
| | $f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10};S\left(2\,\middle|\,\frac{5}{2}\right);D=\{x\,|\,-1\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ Der Graph der Funktion $f_1(x)$ wird im Punkte S vom Graphen der Funktion $f_2(x)$ rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie: | |
| | a) | Die Funktion $f_1(x)$. |
| | b) | Die Achsenschnittpunkte beider Geraden. |
| | c) | Die Graphen der beiden Funktionen in D. |

**A1 Ausführliche Lösung**

a) Der Graph von $f_1(x)$ verläuft rechtwinklig zu $f_2(x)$ durch den Punkt S(2 | 5/2)

$$f_2(x)=\frac{4}{5}x+\frac{9}{10}\perp f_1(x)$$

$$a_{11}=-\frac{1}{a_{12}}=-\frac{1}{\frac{4}{5}}=-\frac{5}{4}$$

$$f_1(x)=-\frac{5}{4}x+a_{01}$$

$$S\left(2\,|\,\frac{5}{2}\right)\Rightarrow f_1(2)=\frac{5}{2}\Leftrightarrow -\frac{5}{4}\cdot 2+a_{01}=\frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{2}+a_{01}=\frac{5}{2}\,\Big|+\frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow a_{01}=5$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_1(x)=-\frac{5}{4}x+5}}$$

Wie gehe ich vor?
Die Steigung der zu $f_2(x)$ senkrechten Geraden $f_1(x)$ ist der negativ-reziproke Wert des Steigungsfaktors der Geraden $f_2(x)$. Das bedeutet im Klartext: Die Steigung der zu $f_2(x)$ senkrechten Geraden findet man, indem man den Kehrwert ihres Steigungsfaktors bildet und mit -1 multipliziert. Sollte der Steigungsfaktor von $f_2(x)$ eine ganze Zahl sein, ist daraus ein Bruch zu bilden, indem man die Zahl mit dem Nenner 1 vesieht. In die allgemeine Form der Funktionsgleichung von $f_1(x)$ trägt man den Steigungsfaktor $a_{11}$ der zu $f_2(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden $f_1(x)$ ein. Mit den Koordinaten des vorgegebenen Punktes lässt sich die Konstante $a_{01}$ berechnen. Statt senkrecht zueinander verlaufende Geraden sagt man auch die Geraden sind orthogonal.

A1 **Ausführliche Lösung**

b) Achsenschnittpunkte

$$f_1(x) = -\frac{5}{4}x + 5\,;\; f_2(x) = \frac{4}{5}x + \frac{9}{10}$$

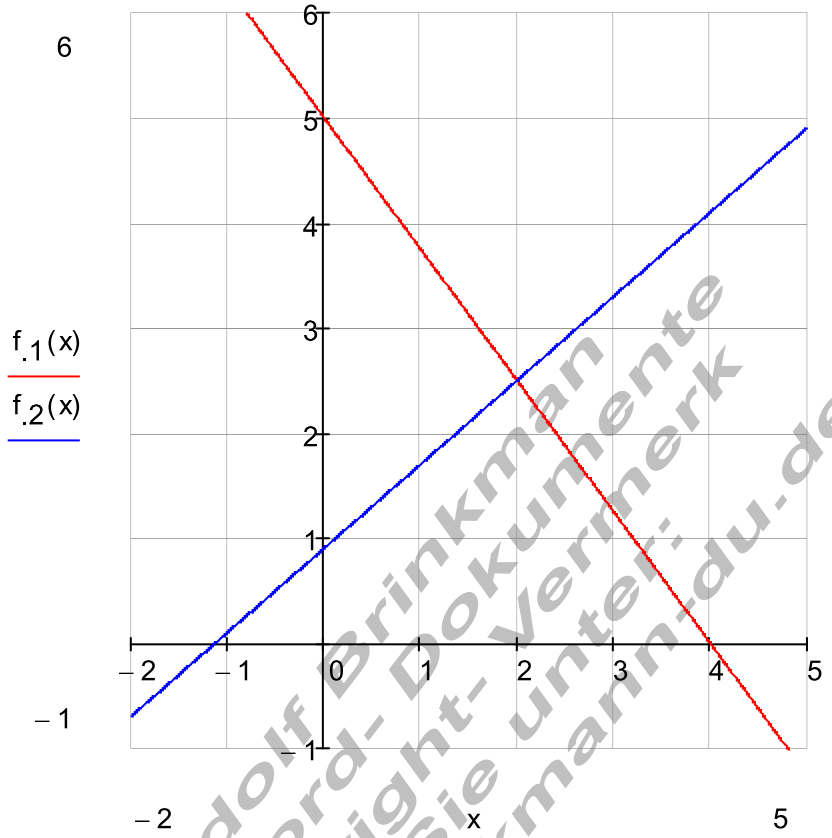
$$\underline{\underline{P_{y1}(0\,|\,5)}}\,;\; \underline{\underline{P_{y2}\left(0\,\middle|\,\frac{9}{10}\right)}}$$

$$\begin{aligned}
f_1(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -\frac{5}{4}x + 4 &&= 0 && \left|\,-5\right. \\
&\Leftrightarrow \quad -\frac{5}{4}x &&= -5 && \left|\,\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)\right. \\
&\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= 4 && \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(4\,|\,0)}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_2(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{4}{5}x + \frac{9}{10} &&= 0 && \left|\,-\frac{9}{10}\right. \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{4}{5}x &&= -\frac{9}{10} && \left|\,\cdot\frac{5}{4}\right. \\
&\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= -\frac{9}{8} && \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{9}{8}\,\middle|\,0\right)}}
\end{aligned}$$

Wie gehe ich vor?
Die y- Koordinate von $P_y$ lässt sich aus der Funktionsgleichung ablesen.
Den Schnittpunkt mit der x- Achse findet man, indem die Funktionsgleichung Null gesetzt und nach x aufgelöst wird. Der so gefundene x- Wert ist die Nullstelle, an der der Graph die x- Achse schneidet.

| A1 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|
| | c) Die Graphen |




| A2 | **Aufgabe** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | Gegeben sind die Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ zweier Geraden und die Steigung $a_{13}$ einer dritten Geraden mit der Funktion $f_3(x)$. Bestimmen Sie die Funktion $f_3(x)$ so, dass ihr Graph durch den Schnittpunkt S der anderen beiden Geraden verläuft. Ermitteln Sie die Achsenschnittpunkte aller drei Geraden und zeichnen Sie die Graphen der drei Funktionen in D. | | | |
| | a) | $f_1(x) = -4x - 2\,;\; a_{13} = \frac{1}{4}$<br>$f_2(x) = 2x + 4\,;\; D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ | b) | $f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}\,;\; a_{13} = -4$<br>$f_2(x) = 2x + 4\,;\; D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ |

**A2 Ausführliche Lösung**

a) Schnittpunkt von $f_1(x)$ mit $f_2(x)$ berechnen.

$$f_1(x) = -4x - 2\,;\; f_2(x) = 2x + 4$$

$$\begin{aligned} f_1(x) = f_2(x) \;\Leftrightarrow\; -4x - 2 &= 2x + 4 \quad |-2x \\ \Leftrightarrow\; -6x - 2 &= 4 \quad\quad\;\; |+2 \\ \Leftrightarrow\; -6x &= 6 \quad\quad\;\; |:(-6) \\ \Leftrightarrow\; x = x_s &= -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_s &= f_2(x_s) = f_2(-1) = 2\cdot(-1) + 4 \\ &= -2 + 4 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{S(-1|2)}} \end{aligned}$$

Wie gehe ich vor?
Der Schnittpunkt liegt auf beiden Geraden. Das bedeutet, die Schnittpunktkoordinaten gelten für beide Funktionsgleichungen. Um die x- Koordinate vom Schnittpunkt zu berechnen, sind beide Geradengleichungen gleich zu setzen. Die Lösung der linearen Gleichung liefert die x- Koordinate vom Geradenschnittpunkt. Setzt man die x- Koordinate in eine der beiden Funktionsgleichungen ein, so ist das Ergebnis die y- Koordinate des Schnittpunktes. Damit sind die Koordinaten des Geradebschnittpunktes S eindeutig bestimmt. Es ist egal, in welche der beiden Funktionsgleichungen die x- Koordinate eingesetzt wird. Man sollte die Gleichung nehmen, mit der sich am einfachsten rechnen lässt, z.B. wenn in ihr keine Brüche vorkommen. Soll das Ergebnis kontrolliert werden, so muss die x- Koordinate vom Geradenschnittpunkt in beide Funktionsgleichungen eingesetzt werden. In beiden Fällen muss der Wert der y- Koordinate des Geradenschnittpunktes herauskommen.

**A2 Ausführliche Lösung**

a) Funktionsgleichung von $f_3(x)$ berechnen. Steigung und Punkt sind bekannt.

$f_3(x)$ verläuft durch $S(-1|2)$ und hat die Steigung $a_{13} = \frac{1}{4}$

$$\Rightarrow f_3(x) = \frac{1}{4}x + a_{03}$$

$$\begin{aligned} S(-1|2) \Rightarrow f_3(-1) = 2 \;\Leftrightarrow\; \frac{1}{4}\cdot(-1) + a_{03} &= 2 \\ \Leftrightarrow\; -\frac{1}{4} + a_{03} &= 2 \quad |+\frac{1}{4} \\ \Leftrightarrow\; a_{03} &= \frac{9}{4} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}}}$$

Wie gehe ich vor?
In die allgemeine Form der Funktionsgleichung einer linearen Funktion trägt man den Steigungsfaktor $a_{13}$ ein. Mit den Koordinaten des vorgegebenen Punktes lässt sich die Konstante $a_{03}$ berechnen.

**A2 Ausführliche Lösung**

a) Achsenschnittpunkte

$$f_1(x) = -4x - 2\,;\; f_2(x) = 2x + 4\,;\; f_3(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$$

$$\underline{\underline{P_{y1}(0\,|\,-2)}}\,;\; \underline{\underline{P_{y2}(0\,|\,4)}}\,;\; \underline{\underline{P_{y3}\left(0\,|\,\frac{9}{4} = 2{,}25\right)}}$$

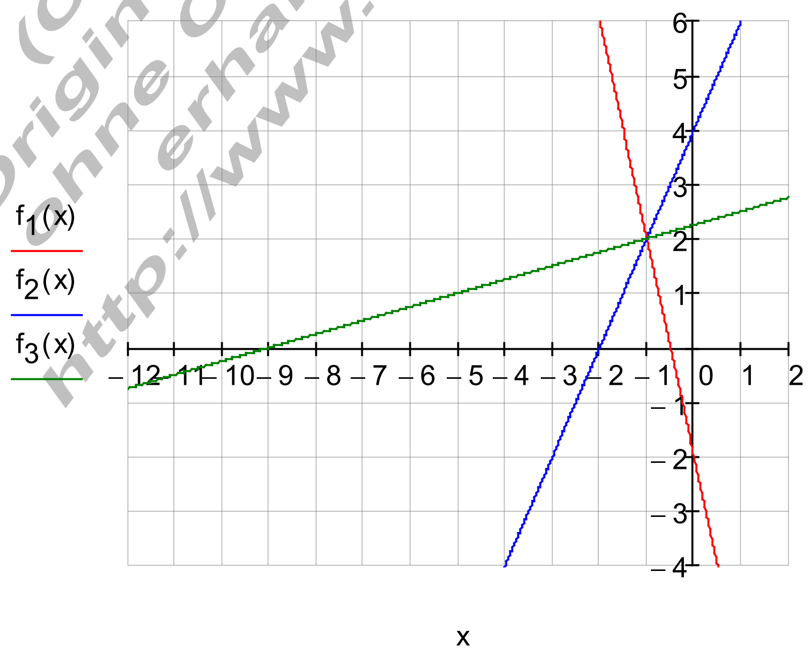
$$\begin{aligned} f_1(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -4x - 2 &&= 0 \quad &&|+2 \\ &\Leftrightarrow \quad -4x &&= 2 \quad &&|:(-4) \\ &\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= -\frac{1}{2} \quad &&\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{1}{2}\,|\,0\right)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad 2x + 4 &&= 0 \quad &&|-4 \\ &\Leftrightarrow \quad 2x &&= -4 \quad &&|:2 \\ &\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= -2 \quad &&\Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2\,|\,0)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x + \frac{9}{4} &&= 0 \quad &&\left|-\frac{9}{4}\right. \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x &&= -\frac{9}{4} \quad &&|\cdot 4 \\ &\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= -9 \quad &&\Rightarrow \underline{\underline{P_{x3}(-9\,|\,0)}} \end{aligned}$$

**A2 Ausführliche Lösung**

a) Die Graphen



| A2 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|
| b) | Schnittpunkt von $f_1(x)$ mit $f_2(x)$ berechnen.<br>$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4};\ f_2(x)=2x+4$<br>$f_1(x)=f_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{4}x+\frac{9}{4} = 2x+4 \quad \vert -2x$<br>$\Leftrightarrow -\frac{7}{4}x+\frac{9}{4} = 4 \quad \vert -\frac{9}{4}$<br>$\Leftrightarrow -\frac{7}{4}x = \frac{7}{4} \quad \vert \cdot\left(-\frac{4}{7}\right)$<br>$\Leftrightarrow x=x_s = -1$<br>$y_s=f_2(x_s)=f_2(-1)=2\cdot(-1)+4$<br>$=-2+4=2 \Rightarrow \underline{\underline{S(-1\vert 2)}}$ |

| A2 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|
| b) | Funktionsgleichung von $f_3(x)$ berechnen. Steigung und Punkt sind bekannt.<br>$f_3(x)$ verläuft durch $S(-1\vert 2)$ und hat die Steigung $a_{13}=-4$<br>$\Rightarrow f_3(x)=-4x+a_{03}$<br>$S(-1\vert 2)\Rightarrow f_3(-1)=2 \Leftrightarrow -4\cdot(-1)+a_{03} = 2$<br>$\Leftrightarrow 4+a_{03} = 2 \quad \vert -4$<br>$\Leftrightarrow a_{03} = -2$<br>$\Rightarrow \underline{\underline{f_3(x)=-4x-2}}$ |

| A2 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

b) Achsenschnittpunkte

$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}$ ; $f_2(x)=2x+4$ ; $f_3(x)=-4x-2$

$\underline{\underline{P_{y1}\left(0\,|\,\frac{9}{4}=2{,}25\right)}}$ ; $\underline{\underline{P_{y2}(0\,|\,4)}}$ ; $\underline{\underline{P_{y3}(0\,|\,-2)}}$

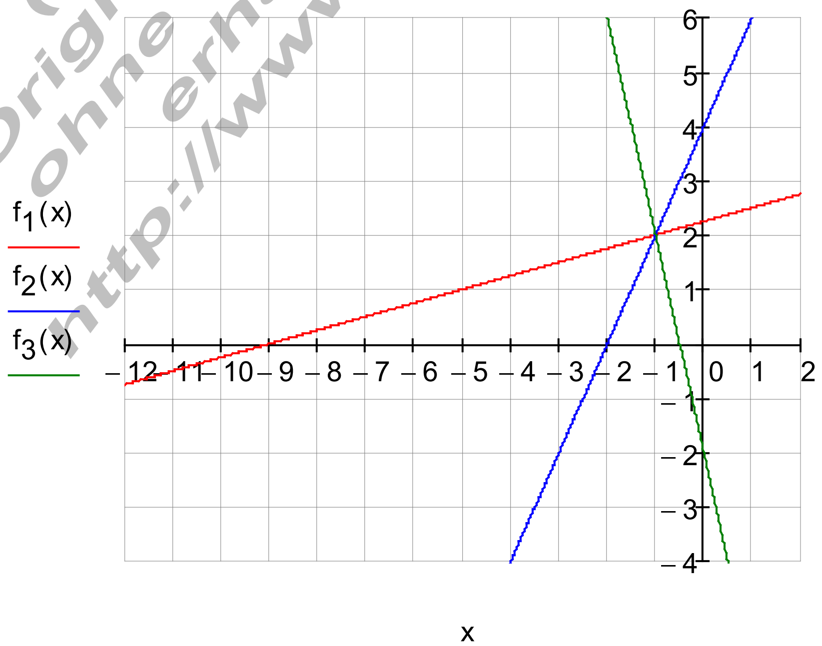
$$\begin{aligned} f_1(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x+\frac{9}{4} = 0 \quad \left|-\frac{9}{4}\right. \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x = -\frac{9}{4} \quad |\cdot 4 \\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s = -9 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(-9\,|\,0)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad 2x+4 = 0 \quad |-4 \\ &\Leftrightarrow \quad 2x = -4 \quad |:2 \\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s = -2 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-2\,|\,0)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_3(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad -4x-2 = 0 \quad |+2 \\ &\Leftrightarrow \quad -4x = 2 \quad |:(-4) \\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s = -\frac{1}{2} \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(-\frac{1}{2}\,|\,0\right)}} \end{aligned}$$

| A2 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

b) Die Graphen



**A3 Aufgabe**

Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ geht durch den Punkt $P_1$ und wird im Punkte S von einer zweiten Geraden, die durch den Punkt $P_2$ geht, geschnitten.
Bestimmen Sie die Funktionen $f_1(x)$ und $f_2(x)$ die Achsenschnittpunkte ihrer Graphen und zeichnen Sie die Graphen in D.

$$P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2(3 \mid 5); S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); D = \{x \mid -8 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$$

**A3 Ausführliche Lösung**

$f_1(x)$ geht durch $P_1$ und S. $f_2(x)$ geht durch $P_2$ und S. Lösung nach dem Verfahren "Gerade durch zwei Punkte".

$f_1(x) = a_{11}x + a_{01}$ durch $P_1\left(-2 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$ und $S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$

$$a_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{3}{2}}{2 - (-2)} = \frac{\frac{2}{2}}{4} = \frac{1}{4} \text{ und damit:}$$

$$f_1(x) = \frac{1}{4}x + a_{01}$$

$$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f_1(2) = \frac{5}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{4} \cdot 2 + a_{01} = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} + a_{01} = \frac{5}{2} \quad \left| -\frac{1}{2}\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad a_{01} = 2$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_1(x) = \frac{1}{4}x + 2}}$$

$f_2(x) = a_{12}x + a_{02}$ durch $P_2(3 \mid 5)$ und $S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$

$$a_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{5}{2} - 5}{2 - 3} = \frac{-\frac{5}{2}}{-1} = \frac{5}{2} \text{ und damit:}$$

$$f_2(x) = \frac{5}{2}x + a_{02}$$

$$S\left(2 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f_2(2) = \frac{5}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{5}{2} \cdot 2 + a_{01} = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad 5 + a_{01} = \frac{5}{2} \quad | -5$$

$$\Leftrightarrow \quad a_{01} = -\frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = \frac{5}{2}x - \frac{5}{2}}}$$

| A3 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|
| | Die Achsenschnittpunkte: |

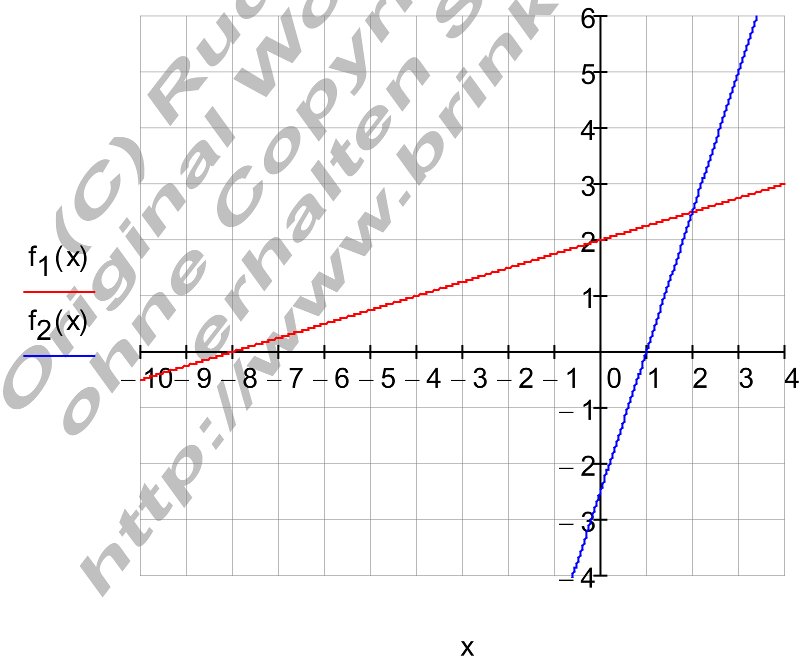
$$f_1(x)=\frac{1}{4}x+2\,;\,f_2(x)=\frac{5}{2}x-\frac{5}{2}$$

$$\underline{\underline{P_{y1}(0\,|\,2)}}\,;\,\underline{\underline{P_{y2}\left(0\,|\,-\frac{5}{2}\right)}}$$

$$\begin{aligned} f_1(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x+2 &&= 0 \quad |-2 \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x &&= -2 \quad |\cdot 4 \\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s &&= -8 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(-8\,|\,0)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{5}{2}x-\frac{5}{2} &&= 0 \quad |+\frac{5}{2} \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{5}{2}x &&= \frac{5}{2} \quad |\cdot\frac{2}{5} \\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s &&= 1 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(1\,|\,0)}} \end{aligned}$$

| A3 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|
| | Die Graphen: |



| A4 | **Aufgabe** | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right); P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right); D = \{x \mid -9 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$<br>Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ schneidet die Abszissenachse bei –8. Parallel zu $f_1(x)$ schneidet eine zweite Gerade mit der Funktion $f_2(x)$ die Abszissenachse bei –4. Beide Geraden werden von einer dritten Geraden mit der Funktion $f_3(x)$, die durch die Punkte $P_1$ und $P_2$ geht, in den Punkten $P_3$ und $P_4$ rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie: | | | |
| | a) | Die Funktion $f_3(x)$. | b) | Die Funktion $f_1(x)$. |
| | c) | Die Funktion $f_2(x)$ und $P_3$ und $P_4$. | d) | Die Graphen der drei Funktionen in D. |

| A4 | **Ausführliche Lösung** | |
|---|---|---|
| | a) | $f_3(x)$ geht durch die Punkte $P_1$ und $P_2$. Gerade durch zwei Punkte. |

$f_3(x) = a_{13}x + a_{03}$ durch $P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right)$ und $P_2\left(-3 \,\middle|\, \frac{11}{2}\right)$

$$a_{13} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{2} - \frac{5}{2}}{-3-(-1)} = \frac{3}{-2} = -\frac{3}{2} \text{ und damit:}$$

$$f_3(x) = -\frac{3}{2}x + a_{03}$$

$$P_1\left(-1 \,\middle|\, \frac{5}{2}\right) \Rightarrow f_3(-1) = \frac{5}{2} \Leftrightarrow -\frac{3}{2}\cdot(-1) + a_{03} = \frac{5}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{2} + a_{03} = \frac{5}{2} \quad \left| -\frac{3}{2}\right.$$

$$\Leftrightarrow a_{03} = 1$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_3(x) = -\frac{3}{2}x + 1}}$$

Wie gehe ich vor?
Mit den Koordinaten der beiden vorgegebenen Punkte berechnet man den Steigungsfaktor $a_{13}$ und trägt ihn in die allgemeine Form der Funktionsgleichung ein. Mit den Koordinaten eines der vorgegebenen Punkte lässt sich die Konstante $a_{03}$ berechnen.

| A4 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

b) $f_1(x)$ ist senkrecht zu $f_3(x)$ und verläuft durch $P_x(-8 \mid 0)$. $f_1(x)$ lässt sich nach der Methode "Steigung bekannt, Gerade verläuft durch einen Punkt" berechnen.

$$f_3(x) = -\frac{3}{2}x + 1 \perp f_1(x)$$

$$a_{11} = -\frac{1}{a_{13}} = -\frac{1}{-\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{2}{3}x + a_{01}$$

$$P_x(-8 \mid 0) \Rightarrow f_1(-8) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}\cdot(-8) + a_{01} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{16}{3} + a_{01} = 0 \mid +\frac{16}{3}$$

$$\Leftrightarrow a_{01} = \frac{16}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_1(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}}}$$

| A4 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

c) Da $f_2(x)$ parallel zu $f_1(x)$ verläuft, haben beide Geraden die gleiche Steigung. $f_2(x)$ schneidet die x- Achse bei -4, geht also durch den Punkt $P_x(-4 \mid 0)$. $f_2(x)$ lässt sich nach der Methode "Steigung bekannt, Gerade verläuft durch einen Punkt" berechnen.

$$f_1(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \parallel f_2(x) \Rightarrow a_{12} = a_{11} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{2}{3}x + a_{02}$$

$$P_x(-4 \mid 0) \Rightarrow f_2(-4) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}\cdot(-4) + a_{02} = 0$$

$$\Leftrightarrow -\frac{8}{3} + a_{02} = 0 \mid +\frac{8}{3}$$

$$\Leftrightarrow a_{02} = \frac{8}{3}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = \frac{2}{3}x + \frac{8}{3}}}$$

A4 **Ausführliche Lösung**

c) $f_3(x)$ schneidet sich mit $f_1(x)$ im Punkt $P_3$. $f_3(x)$ schneidet sich mit $f_2(x)$ im Punkt $P_4$. Zu berechnen sind diese beiden Punkte.

$$f_3(x) = -\frac{3}{2}x + 1;\ f_1(x) = \frac{2}{3}x + \frac{16}{3}$$

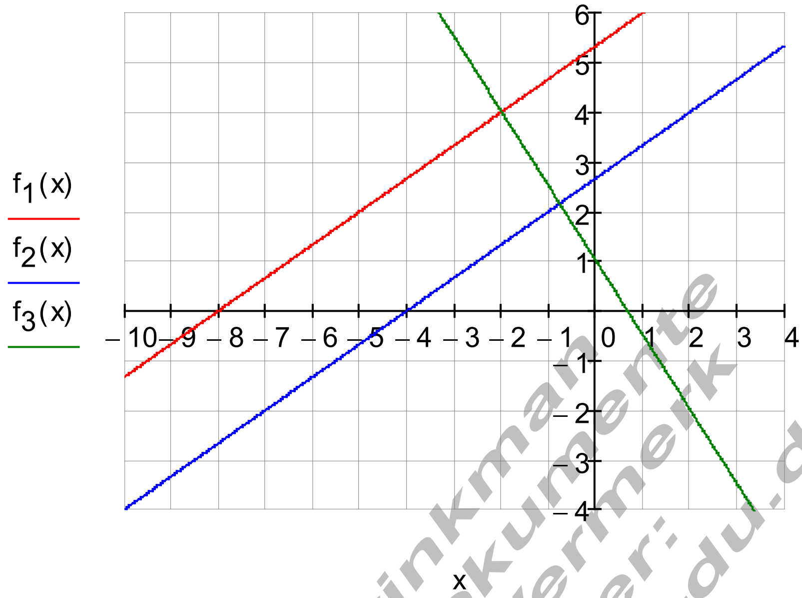
$$\begin{aligned}
f_3(x) = f_1(x) \quad &\Leftrightarrow & -\frac{3}{2}x + 1 &= \frac{2}{3}x + \frac{16}{3} \quad \left| -\frac{2}{3}x - 1 \right. \\
&\Leftrightarrow & -\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}x &= \frac{16}{3} - 1 \\
&\Leftrightarrow & -\frac{13}{6}x &= \frac{13}{3} \quad \left| \cdot\left(-\frac{6}{13}\right) \right. \\
&\Leftrightarrow & x = x_s &= -2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_s = f_3(x_s) = f_3(-2) &= -\frac{3}{2}\cdot(-2) + 1 \\
&= 3 + 1 = 4 \Rightarrow \underline{\underline{P_3(-2 \mid 4)}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
f_3(x) = f_2(x) \quad &\Leftrightarrow & -\frac{3}{2}x + 1 &= \frac{2}{3}x + \frac{8}{3} \quad \left| -\frac{2}{3}x - 1 \right. \\
&\Leftrightarrow & -\frac{3}{2}x - \frac{2}{3}x &= \frac{8}{3} - 1 \\
&\Leftrightarrow & -\frac{13}{6}x &= \frac{5}{3} \quad \left| \cdot\left(-\frac{6}{13}\right) \right. \\
&\Leftrightarrow & x = x_s &= -\frac{10}{13}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_s = f_3(x_s) = f_3\left(-\frac{10}{13}\right) &= -\frac{3}{2}\cdot\left(-\frac{10}{13}\right) + 1 \\
&= \frac{15}{13} + \frac{13}{13} = \frac{28}{13} \Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{10}{13} \mid \frac{28}{13}\right)}}
\end{aligned}$$

| A4 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|
| | d) Die Graphen |




| A5 | **Aufgabe** |
|---|---|

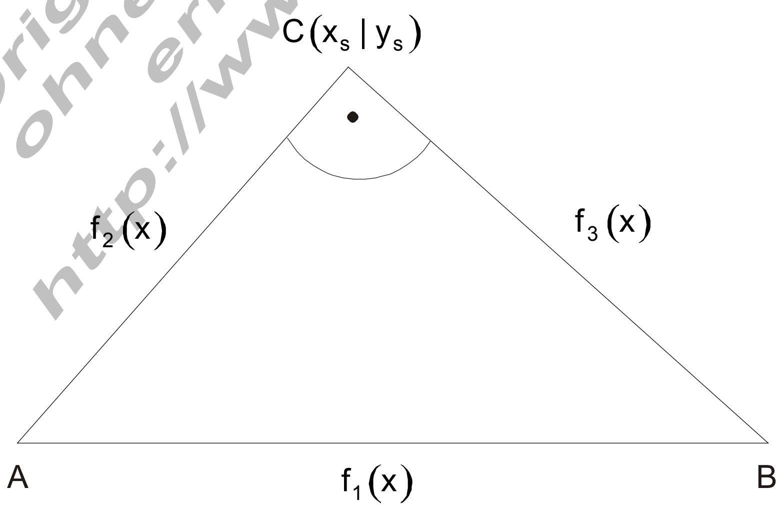
$A\left(-\frac{13}{2} \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right); B(3 \mid 2); D = \{x \mid -8 \le x \le 4\}_{\mathbb{R}}$

Von einem rechtwinkligen Dreieck, dessen rechter Winkel bei C liegt, sind die Punkte A und B gegeben. Die Dreieckseite [BC] mit der Funktion $f_3(x)$ schneidet die Ordinatenachse bei 3. Bestimmen Sie:

| | | | |
|---|---|---|---|
| a) | Die Funktion $f_1(x)$ der Seite [AB]. | b) | Die Funktion $f_3(x)$ der Seite [BC]. |
| c) | Die Funktion $f_2(x)$ der Seite [AC]. | d) | Die Koordinaten des Punktes C. |
| e) | Die Graphen in D. | | |

| A5 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

Planskizze:



| A5 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

a) $f_1(x)$ repräsentiert die Seite [AB] und geht durch die Punkte A und B. Gerade durch zwei Punkte.

$f_1(x) = a_{11}x + a_{01}$ durch $A\left(-\frac{13}{2} \mid -\frac{3}{2}\right)$ und $B(3 \mid 2)$

$$a_{11} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2 - \left(-\frac{3}{2}\right)}{3 - \left(-\frac{13}{2}\right)} = \frac{\frac{7}{2}}{\frac{19}{2}} = \frac{7}{19} \text{ und damit:}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{7}{19}x + a_{01}$$

$$\begin{aligned} B(3 \mid 2) \Rightarrow f_1(3) = 2 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{7}{19}\cdot 3 + a_{01} = 2 \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{21}{19} + a_{01} = \frac{38}{19} \quad \Big| -\frac{21}{19} \\ &\Leftrightarrow \quad a_{01} = \frac{17}{19} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_1(x) = \frac{7}{19}x + \frac{17}{19}}}$$

| A5 | **Ausführliche Lösung** |
|---|---|

b) $f_3(x)$ repräsentiert die Seite [BC] und geht durch die Punkte B und $P_y(0 \mid 3)$. Gerade durch zwei Punkte.

$f_3(x) = a_{13}x + a_{03}$ durch $B(3 \mid 2)$ und $P_y(0 \mid 3)$

$P_y(0 \mid 3) \Rightarrow a_{03} = 3 \Rightarrow f_3(x) = a_{13}x + 3$

$$a_{11} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 2}{0 - 3} = \frac{1}{-3} = -\frac{1}{3} \text{ und damit:}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3}}$$

A5 **Ausführliche Lösung**

c) $f_2(x)$ repräsentiert die Seite [AC], geht durch den Punkt A und verläuft senkrecht zu $f_3(x)$. Gerade durch Punkt, mit Vorgabe der Steigung.

$$f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3 \perp f_2(x)$$

$$a_{12} = -\frac{1}{a_{13}} = -\frac{1}{-\frac{1}{3}} = 3$$

$$\Rightarrow f_2(x) = 3x + a_{02}$$

$$A\left(-\frac{13}{2} \middle| -\frac{3}{2}\right) \Rightarrow f_2\left(-\frac{13}{2}\right) = -\frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad 3 \cdot \left(-\frac{13}{2}\right) + a_{02} = -\frac{3}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad -\frac{39}{2} + a_{02} = -\frac{3}{2} + \frac{39}{2}$$

$$\Leftrightarrow \quad a_{02} = 18$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = 3x + 18}}$$

A5 **Ausführliche Lösung**

d) Schnittpunkt von $f_2(x)$ mit $f_3(x)$ ist der Dreieckspunkt C.

$$f_2(x) = 3x + 18\,;\; f_3(x) = -\frac{1}{3}x + 3$$

$$f_2(x) = f_3(x) \quad \Leftrightarrow \quad 3x + 18 = -\frac{1}{3}x + 3 \quad \left|+\frac{1}{3}x\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{9}{3}x + \frac{1}{3}x + 18 = 3 \quad |-18$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{10}{3}x = -15 \quad \left|\cdot\frac{3}{10}\right.$$

$$\Leftrightarrow \quad x = x_s = -\frac{9}{2}$$

$$y_s = f_2(x_s) = f_2\left(-\frac{9}{2}\right) = 3 \cdot \left(-\frac{9}{2}\right) + 18$$

$$= -\frac{27}{2} + \frac{36}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{S\left(-\frac{9}{2} \middle| \frac{9}{2}\right)}}$$

| | | |
|---|---|---|
| A5 | **Ausführliche Lösung** | |
| | e) | Die Graphen. |