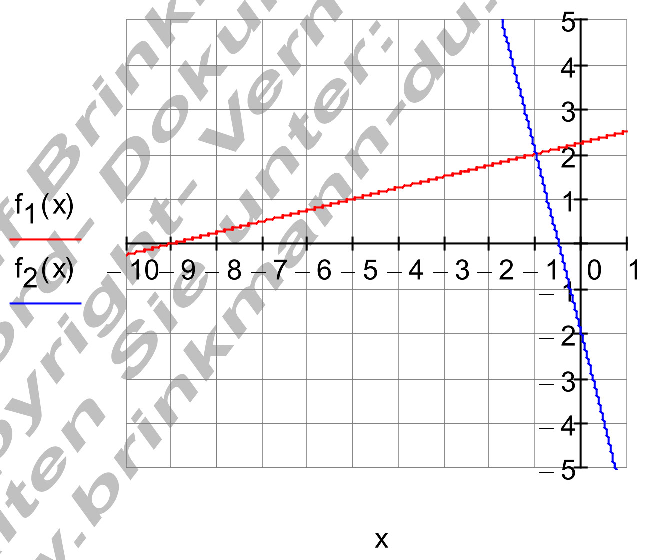
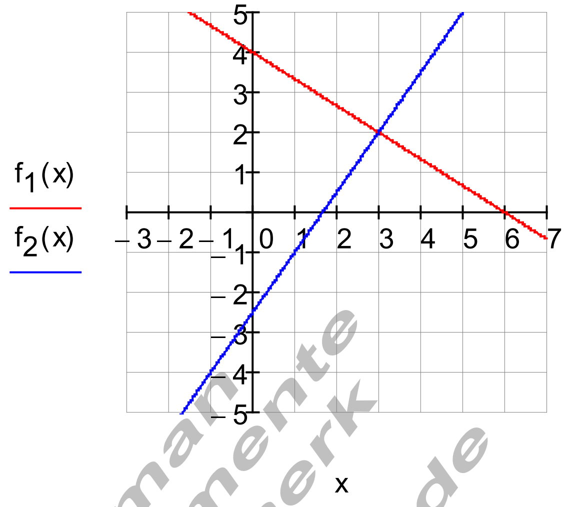
Lösungen lineare Funktionen Teil XI

Ergebnisse:

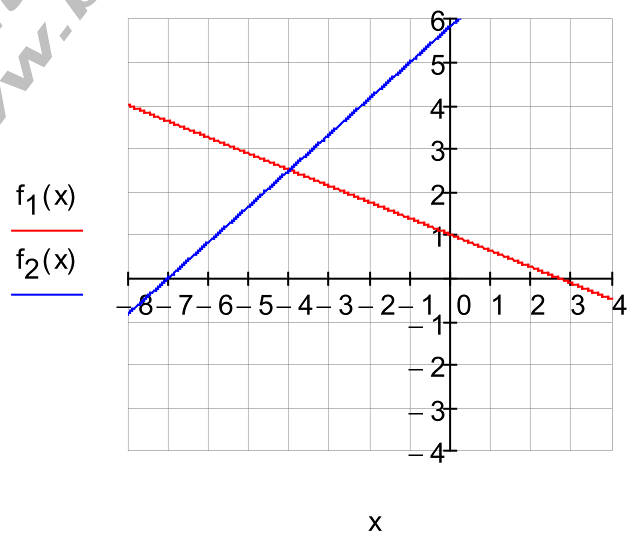
E1	Aufgabe	
	$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$; $f_2(x) = -4x - 2$; $D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$wird von einer zweiten Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ geschnitten. Bestimmen Sie:	
	a)	Den Schnittpunkt S mit den Koordinaten x_s und y_s.
	b)	Die Schnittpunkte beider Geraden mit der y – Achse.
	c)	Die Schnittpunkte beider Geraden mit der x – Achse.
	d)	Die Graphen beider Funktionen in D.

E1	Ergebnisse			
	a)	$f_1(x) = \frac{1}{4}x + \frac{9}{4}$ $f_2(x) = -4x - 2$ $D = \{x \mid -9 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S(-1 \mid 2)$	d)	
	b)	$P_{y_1}\left(0 \,\middle|\, \frac{9}{4}\right); P_{y_2}(0 \mid -2)$		
	c)	$P_{x_1}(-9 \mid 0); P_{x_2}\left(-\frac{1}{2} \,\middle|\, 0\right)$		

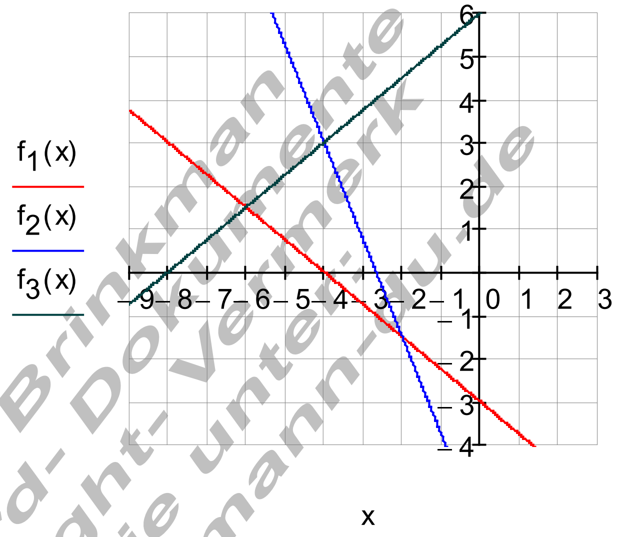
E2	Aufgabe	
	$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$; $D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ wird im Punkt S $(3 \mid y_s)$ von der Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie:	
	a)	Die vollständigen Koordinaten von S.
	b)	Die Funktion $f_2(x)$.
	c)	Die Schnittpunkte beider Geraden mit den Koordinatenachsen.
	d)	Die Graphen beider Funktionen in D.

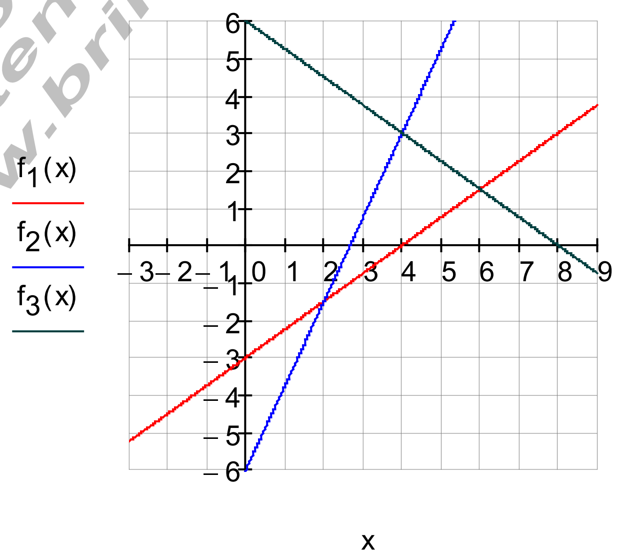
E2	Ergebnisse	
	a)	$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4$ $D = \{x \mid 0 \le x \le 6\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow S\,(3 \mid 2)$
	b)	$f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$
	c)	$P_{y_1}(0 \mid 4); P_{y_2}\left(0 \mid -\frac{5}{2}\right)$ $P_{x_1}(6 \mid 0); P_{x_2}\left(\frac{5}{3} \mid 0\right)$
	d)	

E3	**Aufgabe**
	$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1; D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ wird im Punkt S (-4 | y_s) von der Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ die die Abszissenachse bei –7 schneidet, geschnitten. Bestimmen Sie:
	a) Die vollständigen Koordinaten von S.
	b) Die Funktion f_2 (x).
	c) Die Schnittpunkte beider Geraden mit den Koordinatenachsen.
	d) Die Graphen beider Funktionen in D.

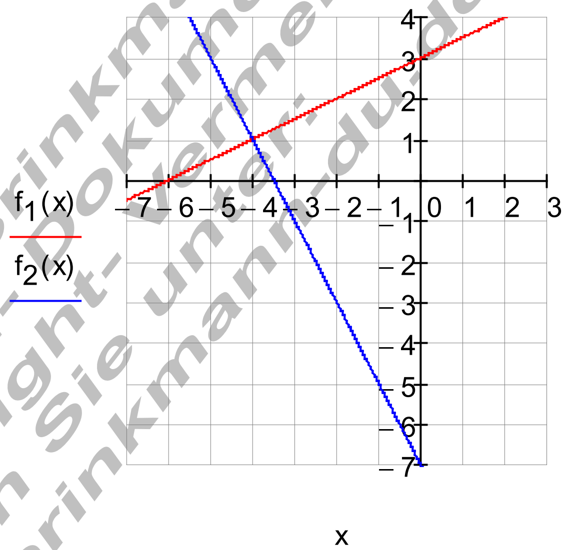
E3	Ergebnisse	
	a)	$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1$ $D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$ $S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)$
	b)	$f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$
	c)	$P_{y_1}(0 \mid 1); P_{y_2}\left(0 \mid \frac{35}{6}\right)$ $P_{x_1}\left(\frac{8}{3} \mid 0\right); P_{x_2}(-7 \mid 0)$
	d)	

E4	**Aufgabe**			
	Gegeben sind die Punkte P_1, P_2 und P_3 eines Dreiecks. Bestimmen Sie die Funktionen der Dreieckseiten. Fertigen Sie zuvor eine Planskizze an.			
	a)	$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$ $P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$	b)	$[P_1P_2] \triangleq f_1 ; [P_2P_3] \triangleq f_2 ; [P_1P_3] \triangleq f_3$ $P_1\left(6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$

E4	Ergebnis		
	a)	$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$ $P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$ $P_3(-4 \mid 3)$ $f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3$ $f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6$ $f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6$	

E4	Ergebnis		
	b)	$P_1\left(6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right)$ $P_2\left(2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right)$ $P_3(4 \mid 3)$ $f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3$ $f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6$ $f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6$	

E5	**Aufgabe**	
	$f_1(x)=\frac{1}{2}x+3\,;P_2(-2\,|\,-3)\,;D=\{x\,|\,-6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ wird von einer zweiten Geraden mit der Funktion $f_2(x)$, die durch den Punkt P_2 geht, im Punkte S rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie:	
	a)	Die Steigung a_{12} von $f_2(x)$.
	b)	Die Funktion $f_2(x)$.
	c)	Den Schnittpunkt S der beiden Geraden.
	d)	Die Achsenschnittpunkte der beiden Geraden.
	e)	Die Graphen der beiden Geraden in D.

E5	Ergebnisse			
	a)	$f_1(x)=\frac{1}{2}x+3$ $P_2(-2\,|\,-3)$ $D=\{x\,|\,-6\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$ $\Rightarrow a_{12}=-2$	e)	
	b)	$f_2(x)=-2x-7$		
	c)	$S(-4\,|\,1)$		
	d)	$P_{y_1}(0\,|\,3)\,;P_{y_2}(0\,|\,-7)$ $P_{x_1}(-6\,|\,0)\,;P_{x_2}\left(-\frac{7}{2}\,\middle|\,0\right)$		

Ausführliche Lösungen

A1	Aufgabe	
	$f_1(x)=\frac{1}{4}x+\frac{9}{4}\,;\,f_2(x)=-4x-2\,;\,D=\{x\mid -9\le x\le 0\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$wird von einer zweiten Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ geschnitten. Bestimmen Sie:	
	a)	Den Schnittpunkt S mit den Koordinaten x_s und y_s.
	b)	Die Schnittpunkte beider Geraden mit der y – Achse.
	c)	Die Schnittpunkte beider Geraden mit der x – Achse.
	d)	Die Graphen beider Funktionen in D.

A1 Ausführliche Lösung

a) Schnittpunkt beider Geraden berechnen.

$$
\begin{aligned}
f_1(x)=f_2(x) \quad \Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x+\frac{9}{4} &= -4x-2 \quad \left|+4x-\frac{9}{4}\right. \\
\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x+4x &= -2-\frac{9}{4} \\
\Leftrightarrow \quad \frac{17}{4}x &= -\frac{17}{4} \quad \left|\cdot\frac{4}{17}\right. \\
\Leftrightarrow \quad x=x_s &= -1
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
y_s=f_2(x_s)=f_2(-1)&=-4\cdot(-1)-2 \\
&=4-2=2\Rightarrow \underline{\underline{S(-1\mid 2)}}
\end{aligned}
$$

Wie gehe ich vor?
Der Schnittpunkt liegt auf beiden Geraden. Das bedeutet, die Schnittpunktkoordinaten gelten für beide Funktionsgleichungen. Um die x-Koordinate vom Schnittpunkt zu berechnen, sind beide Geradengleichungen gleich zu setzen. Die Lösung der linearen Gleichung liefert die x- Koordinate vom Geradenschnittpunkt. Setzt man die x- Koordinate in eine der beiden Funktionsgleichungen ein, so ist das Ergebnis die y- Koordinate des Schnittpunktes. Damit sind die Koordinaten des Geradebschnittpunktes S eindeutig bestimmt. Es ist egal, in welche der beiden Funktionsgleichungen die x- Koordinate eingesetzt wird. Man sollte die Gleichung nehmen, mit der sich am einfachsten rechnen lässt, z.B. wenn in ihr keine Brüche vorkommen. Soll das Ergebnis kontrolliert werden, so muss die x-Koordinate vom Geradenschnittpunkt in beide Funktionsgleichungen eingesetzt werden. In beiden Fällen muss der Wert der y- Koordinate des Geradenschnittpunktes herauskommen.

A1 Ausführliche Lösung

b) Die Schnittpunkte beider Geraden mit der y- Achse können direkt aus den Geradengleichungen abgelesen werden. $y_s = f(0)$.

$\underline{\underline{P_{y1}\left(0\mid\frac{9}{4}=2,25\right)}}\,;\,\underline{\underline{P_{y2}(0\mid -2)}}$

A1 Ausführliche Lösung

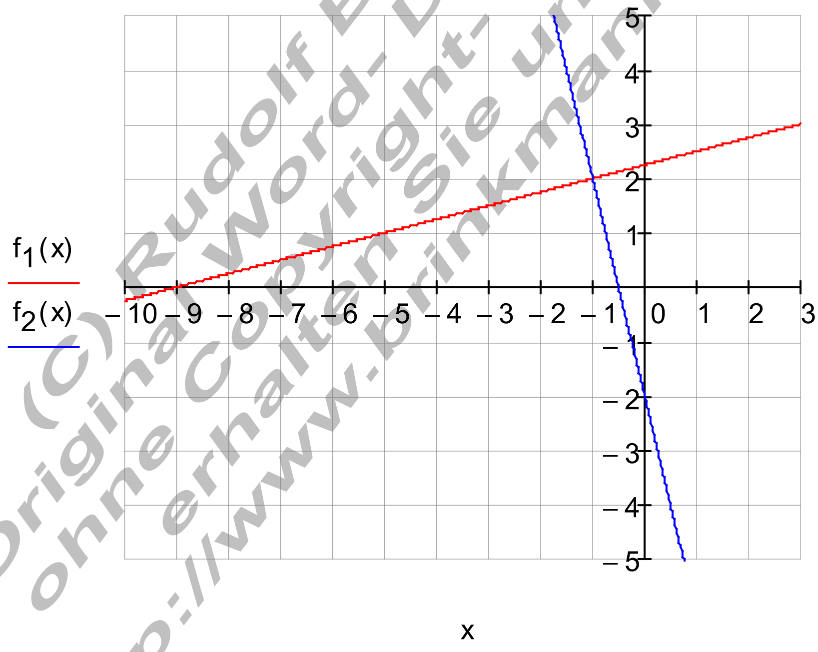
c) Der Schnittpunkt mit der x- Achse ist die Nullstelle. Man berechnet diese, indem die Funktionsgleichung Null gesetzt wird.

$$\begin{aligned} f_1(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x+\frac{9}{4} &&= 0 \quad &&\left|-\frac{9}{4}\right.\\ &\Leftrightarrow \quad \frac{1}{4}x &&= -\frac{9}{4} \quad &&|\cdot 4\\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s &&= -9 \quad &&\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(-9\,|\,0)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x)=0 \quad &\Leftrightarrow \quad -4x-2 &&= 0 \quad &&|+2\\ &\Leftrightarrow \quad -4x &&= 2 \quad &&\left|\cdot\left(-\frac{1}{4}\right)\right.\\ &\Leftrightarrow \quad x=x_s &&= -\frac{1}{2} \quad &&\Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{1}{2}\,|\,0\right)}} \end{aligned}$$

A1 Ausführliche Lösung

d)



A2 Aufgabe

$f_1(x)=-\frac{2}{3}x+4\,;D=\{x\,|\,0\le x\le 6\}_{\mathbb{R}}$

Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ wird im Punkt S $(3\,|\,y_s)$ von der Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie:

a) Die vollständigen Koordinaten von S.

b) Die Funktion $f_2(x)$.

c) Die Schnittpunkte beider Geraden mit den Koordinatenachsen.

d) Die Graphen beider Funktionen in D.

A2	**Ausführliche Lösung**	
	a)	Der Schnittpunkt S (3 | y_s) liegt auf beiden Geraden, deshalb kann seine y-Koordinate durch einsetzen in $f_1(x)$ berechnet werden. $y_s = f_1(3) = -\frac{2}{3}\cdot 3 + 4 = -2 + 4$ $= 2 \Leftrightarrow \underline{\underline{S(3\mid 2)}}$

A2	**Ausführliche Lösung**	
	b)	$f_2(x)$ ist rechtwinklig zu $f_1(x)$ und verläuft durch S (3 | 2). $a_{12} = -\frac{1}{a_{11}} = -\frac{1}{-\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$ und damit: $f_2(x) = \frac{3}{2}x + a_{02}$ $S(3\mid 2) \Rightarrow f_2(3) = 2 \Leftrightarrow \frac{3}{2}\cdot 3 + a_{02} = 2 \mid -\frac{9}{2}$ $\Leftrightarrow a_{02} = 2 - \frac{9}{2} = \frac{4}{2} - \frac{9}{2} = -\frac{5}{2}$ $\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}}}$ Wie gehe ich vor? Die Steigung der zu $f_1(x)$ senkrechten Geraden $f_2(x)$ ist der negativ-reziproke Wert des Steigungsfaktors der Geraden $f_1(x)$. Das bedeutet im Klartext: Die Steigung der zu $f_1(x)$ senkrechten Geraden findet man, indem man den Kehrwert ihres Steigungsfaktors bildet und mit -1 multipliziert. Sollte der Steigungsfaktor von $f_1(x)$ eine ganze Zahl sein, ist daraus ein Bruch zu bilden, indem man die Zahl mit dem Nenner 1 vesieht. In die allgemeine Form der Funktionsgleichung von $f_2(x)$ trägt man den Steigungsfaktor a_{12} der zu $f_1(x)$ senkrecht verlaufenden Geraden $f_2(x)$ ein. Mit den Koordinaten des vorgegebenen Punktes lässt sich die Konstante a_{02} berechnen. Statt senkrecht zueinander verlaufende Geraden sagt man auch die Geraden sind orthogonal.

A2	**Ausführliche Lösung**

c) Achsenschnittpunkte

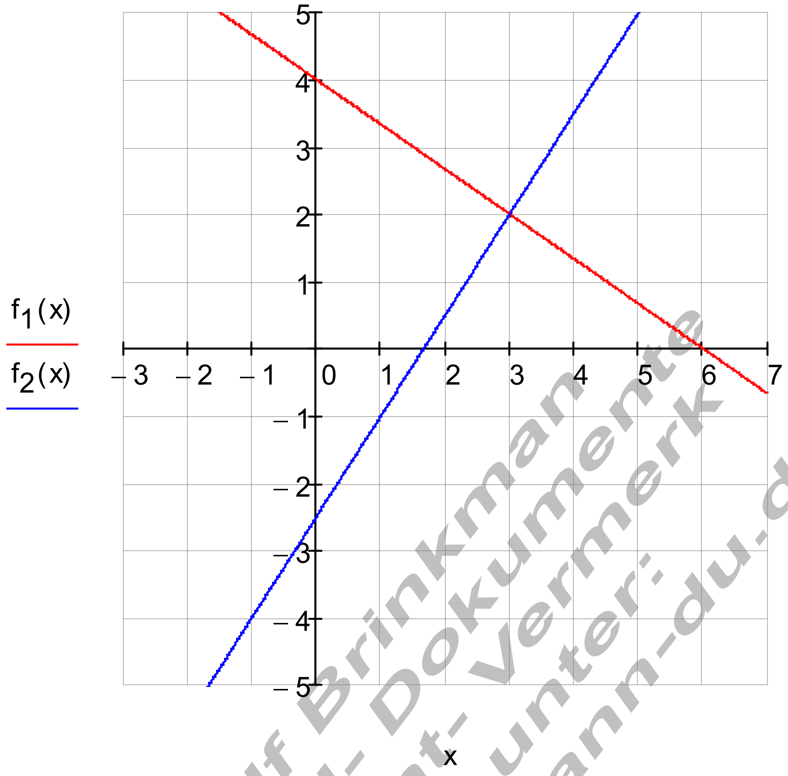
$f_1(x) = -\frac{2}{3}x + 4\,;\; f_2(x) = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$

$\underline{\underline{P_{y1}(0\,|\,4)}}\,;\;\underline{\underline{P_{y2}\left(0\,|\,-\frac{5}{2} = -2{,}5\right)}}$

$$
\begin{aligned}
f_1(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad -\frac{2}{3}x + 4 &&= 0 \quad |-4 \\
&\Leftrightarrow \quad -\frac{2}{3}x &&= -4 \quad |\cdot\left(-\frac{3}{2}\right) \\
&\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= 6 \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(6\,|\,0)}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
f_2(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}x - \frac{5}{2} &&= 0 \quad |+\frac{5}{2} \\
&\Leftrightarrow \quad \frac{3}{2}x &&= \frac{5}{2} \quad |\cdot\frac{2}{3} \\
&\Leftrightarrow \quad x = x_s &&= \frac{5}{3} \quad \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(\frac{5}{3}\,|\,0\right)}}
\end{aligned}
$$

Wie gehe ich vor?
Die y- Koordinate von P_y lässt sich aus der Funktionsgleichung ablesen.
Den Schnittpunkt mit der x- Achse findet man, indem die Funktionsgleichung Null gesetzt und nach x aufgelöst wird. Der so gefundene x- Wert ist die Nullstelle, an der der Graph die x- Achse schneidet.

A2	Ausführliche Lösung	
	d)	

A3	Aufgabe	
	$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ D = \{x \mid -7 \le x \le 3\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ wird im Punkt S (-4 | y_s) von der Geraden mit der Funktion $f_2(x)$ die die Abszissenachse bei –7 schneidet, geschnitten. Bestimmen Sie:	
	a)	Die vollständigen Koordinaten von S.
	b)	Die Funktion f_2 (x).
	c)	Die Schnittpunkte beider Geraden mit den Koordinatenachsen.
	d)	Die Graphen beider Funktionen in D.

A3	Ausführliche Lösung	
	a)	Der Schnittpunkt S (-4 | y_s) liegt auf beiden Geraden, deshalb kann seine y-Koordinate durch einsetzen in $f_1(x)$ berechnet werden. $y_s = f_1(-4) = -\frac{3}{8}\cdot(-4) + 1 = \frac{12}{8} + \frac{8}{8} = \frac{20}{8}$ $= \frac{5}{2} \Leftrightarrow \underline{\underline{S\left(-4 \mid \frac{5}{2}\right)}}$

A3	**Ausführliche Lösung**	
	b)	$f_2(x)$ schneidet die x- Achse bei -7 $P_x(-7 \mid 0)$ und verläuft durch S (-4 | 5/2).

$$a_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{5}{2} - 0}{-4-(-7)} = \frac{\frac{5}{2}}{-4+7} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{3}{1}} = \frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6} \text{ und damit:}$$

$$f_2(x) = \frac{5}{6}x + a_{02}$$

$$P_x(-7 \mid 0) \Rightarrow f_2(-7) = 0 \Leftrightarrow \frac{5}{6}\cdot(-7) + a_{02} = 0 \mid +\frac{35}{6}$$

$$\Leftrightarrow a_{02} = \frac{35}{6}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}}}$$

Wie gehe ich vor?
Mit den Koordinaten der beiden vorgegebenen Punkte berechnet man den Steigungsfaktor a_{12} und trägt ihn in die allgemeine Form der Funktionsgleichung ein. Mit den Koordinaten eines der vorgegebenen Punkte lässt sich die Konstante a_{02} berechnen.

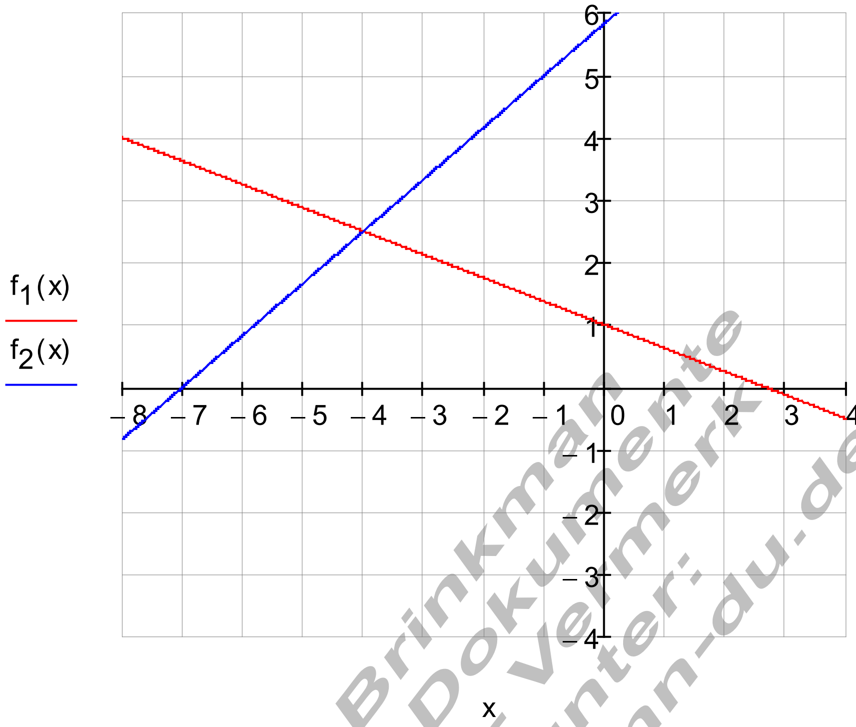
A3	**Ausführliche Lösung**	
	c)	Achsenschnittpunkte

$$f_1(x) = -\frac{3}{8}x + 1;\ f_2(x) = \frac{5}{6}x + \frac{35}{6}$$

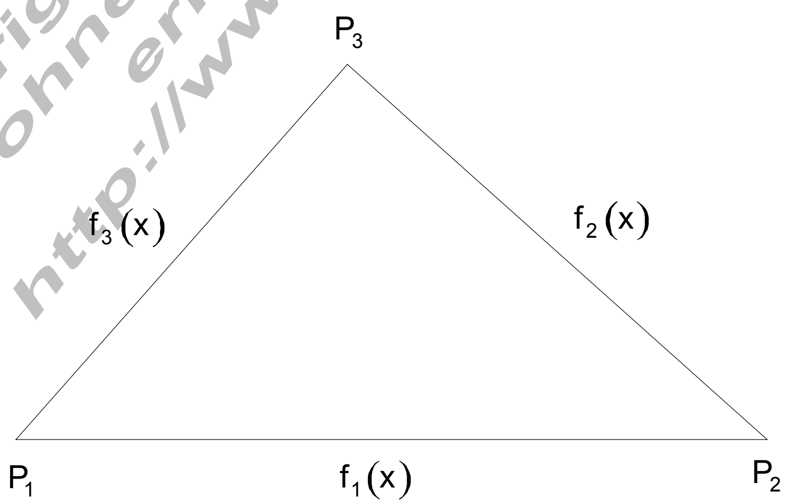
$$\underline{\underline{P_{y1}(0 \mid 1)}};\ \underline{\underline{P_{y2}\left(0 \mid \frac{35}{6} \approx 5{,}83\right)}}$$

$$\begin{aligned} f_1(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow & -\frac{3}{8}x + 1 &= 0 & &\mid -1 \\ &\Leftrightarrow & -\frac{3}{8}x &= -1 & &\mid \cdot\left(-\frac{8}{3}\right) \\ &\Leftrightarrow & x = x_s &= \frac{8}{3} & &\Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}\left(\frac{8}{3} \mid 0\right)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_2(x) = 0 \quad &\Leftrightarrow & \frac{5}{6}x + \frac{35}{6} &= 0 & &\mid -\frac{35}{6} \\ &\Leftrightarrow & \frac{5}{6}x &= -\frac{35}{6} & &\mid \cdot \frac{6}{5} \\ &\Leftrightarrow & x = x_s &= -7 & &\Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}(-7 \mid 0)}} \end{aligned}$$

A3	Ausführliche Lösung
	d) 

A4	Aufgabe	
	Gegeben sind die Punkte P_1, P_2 und P_3 eines Dreiecks. Bestimmen Sie die Funktionen der Dreieckseiten. Fertigen Sie zuvor eine Planskizze an.	
	a) $[P_1P_2] \triangleq f_1; [P_2P_3] \triangleq f_2; [P_1P_3] \triangleq f_3$ $P_1\left(-6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(-4 \mid 3)$	b) $[P_1P_2] \triangleq f_1; [P_2P_3] \triangleq f_2; [P_1P_3] \triangleq f_3$ $P_1\left(6 \mid \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \mid -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$

A4	Ausführliche Lösung
	a) Planskizze: 

A4 Ausführliche Lösung

a) $f_1(x)$ wird mit der Methode "Gerade durch zwei Punkte" berechnet.

$$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right);P_3\left(-4 \mid 3\right)$$

P_1 und P_2 liegen auf $f_1(x) = a_{11}x + a_{01}$

$$a_{11} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{-2-(-6)} = \frac{-\frac{6}{2}}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = -\frac{3}{4}x + a_{01}$$

$$\begin{aligned} P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right) \quad \Rightarrow \quad f_1(-6) = \frac{3}{2} \quad &\Leftrightarrow \quad -\frac{3}{4}\cdot(-6) + a_{01} &&= \frac{3}{2} \\ &\Leftrightarrow \quad \frac{18}{4} + a_{01} &&= \frac{3}{2} \quad \left| -\frac{9}{2} \right. \\ &\Leftrightarrow \quad a_{01} &&= -3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_1(x) = -\frac{3}{4}x - 3}}$$

A4 Ausführliche Lösung

a) $f_2(x)$ wird berechnet.

$$P_1\left(-6 \,\middle|\, \frac{3}{2}\right);P_2\left(-2 \,\middle|\, -\frac{3}{2}\right);P_3\left(-4 \mid 3\right)$$

P_2 und P_3 liegen auf $f_2(x) = a_{12}x + a_{02}$

$$a_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-\left(-\frac{3}{2}\right)}{-4-(-2)} = \frac{\frac{6}{2} + \frac{3}{2}}{-2} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{-2}{1}} = -\frac{9\cdot 1}{2\cdot 2} = -\frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow f_2(x) = -\frac{9}{4}x + a_{02}$$

$$\begin{aligned} P_3(-4 \mid 3) \quad \Rightarrow \quad f_2(-4) = 3 \quad &\Leftrightarrow \quad -\frac{9}{4}\cdot(-4) + a_{02} &&= 3 \\ &\Leftrightarrow \quad 9 + a_{02} &&= 3 \quad \left| -9 \right. \\ &\Leftrightarrow \quad a_{02} &&= -6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = -\frac{9}{4}x - 6}}$$

A4 **Ausführliche Lösung**

a) $f_3(x)$ wird berechnet.

$$P_1\left(-6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(-2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3\left(-4 \mid 3\right)$$

P_1 und P_3 liegen auf $f_3(x) = a_{13}x + a_{03}$

$$a_{13} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - \frac{3}{2}}{-4 - (-6)} = \frac{\frac{6}{2} - \frac{3}{2}}{2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{2}{1}} = -\frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{3}{4}$$

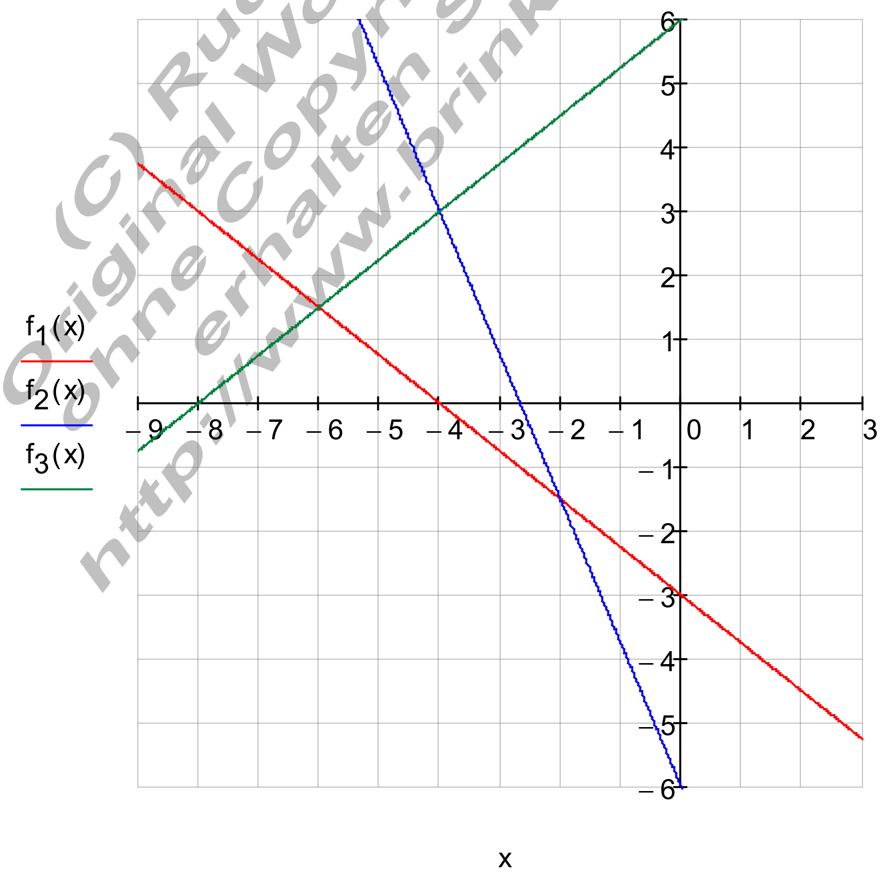
$$\Rightarrow f_3(x) = \frac{3}{4}x + a_{03}$$

$$\begin{aligned} P_3(-4 \mid 3) \;\Rightarrow\; f_3(-4) = 3 \;&\Leftrightarrow\; \frac{3}{4}\cdot(-4) + a_{03} = 3 \\ &\Leftrightarrow\; -3 + a_{03} = 3 \quad \mid +3 \\ &\Leftrightarrow\; a_{03} = 6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_3(x) = \frac{3}{4}x + 6}}$$

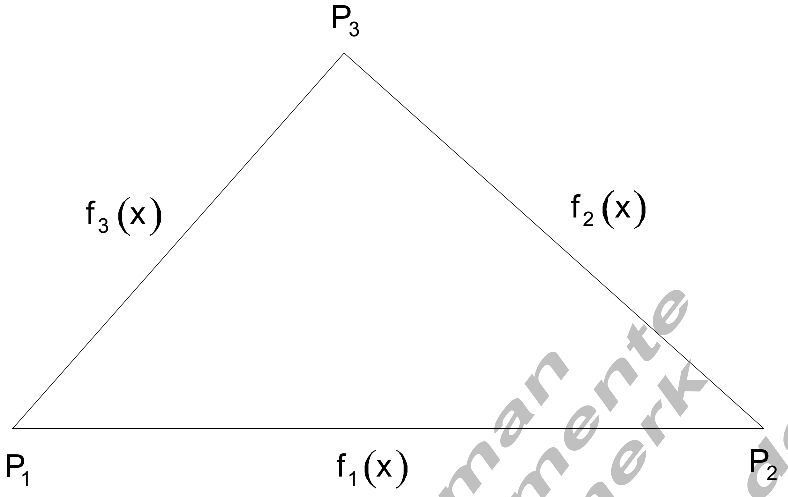
A4 **Ausführliche Lösung**

a) Die Graphen:



A4 Ausführliche Lösung

b) Planskizze:



A4 Ausführliche Lösung

b) $f_1(x)$ wird berechnet.

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

P_1 und P_2 liegen auf $f_1(x) = a_{11}x + a_{01}$

$$a_{11} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-\frac{3}{2} - \frac{3}{2}}{2-6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f_1(x) = \frac{3}{4}x + a_{01}$$

$$\begin{aligned} P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right) \Rightarrow f_1(6) = \frac{3}{2} \quad \Leftrightarrow \quad \frac{3}{4}\cdot 6 + a_{01} &= \frac{3}{2} \\ \Leftrightarrow \quad \frac{18}{4} + a_{01} &= \frac{3}{2} \quad \left| -\frac{9}{2} \right. \\ \Leftrightarrow \quad a_{01} &= -3 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_1(x) = \frac{3}{4}x - 3}}$$

A4 Ausführliche Lösung

b) $f_2(x)$ wird berechnet.

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

P_2 und P_3 liegen auf $f_2(x) = a_{12}x + a_{02}$

$$a_{12} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - \left(-\frac{3}{2}\right)}{4 - 2} = \frac{\frac{6}{2} + \frac{3}{2}}{2} = \frac{\frac{9}{2}}{\frac{2}{1}} = \frac{9 \cdot 1}{2 \cdot 2} = \frac{9}{4}$$

$$\Rightarrow f_2(x) = \frac{9}{4}x + a_{02}$$

$$\begin{aligned} P_3(4 \mid 3) \quad \Rightarrow \quad f_2(4) = 3 \quad \Leftrightarrow \quad \frac{9}{4} \cdot 4 + a_{02} &= 3 \\ \Leftrightarrow \quad 9 + a_{02} &= 3 \quad \mid -9 \\ \Leftrightarrow \quad a_{02} &= -6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = \frac{9}{4}x - 6}}$$

A4 Ausführliche Lösung

b) $f_3(x)$ wird berechnet.

$$P_1\left(6 \;\middle|\; \frac{3}{2}\right); P_2\left(2 \;\middle|\; -\frac{3}{2}\right); P_3(4 \mid 3)$$

P_1 und P_3 liegen auf $f_3(x) = a_{13}x + a_{03}$

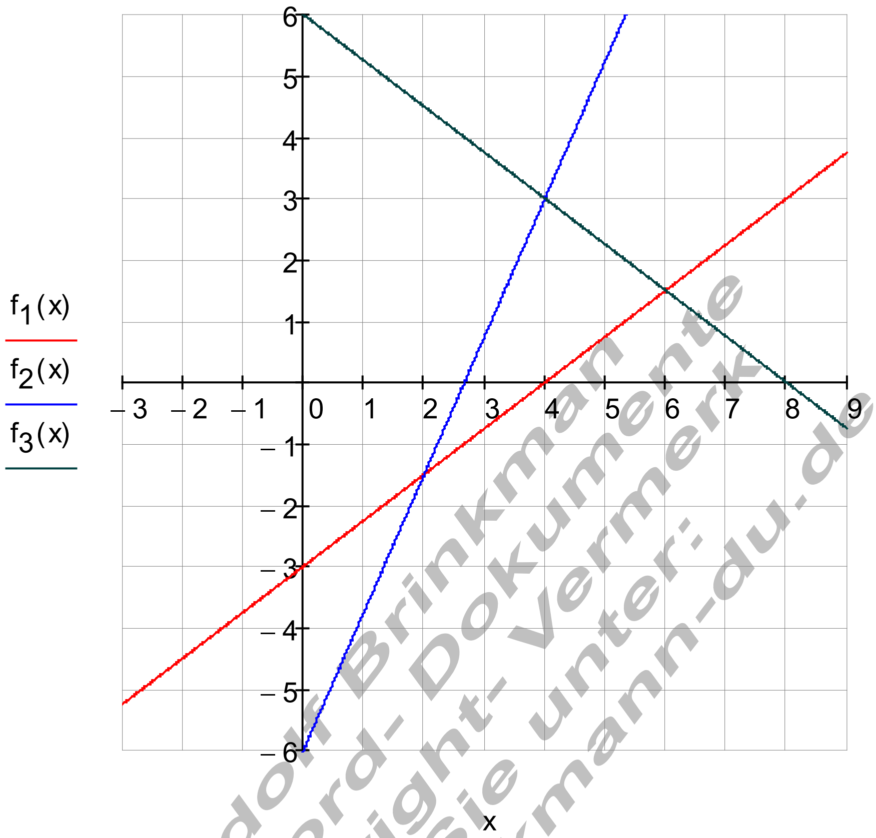
$$a_{13} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - \frac{3}{2}}{4 - 6} = \frac{\frac{6}{2} - \frac{3}{2}}{-2} = \frac{\frac{3}{2}}{-\frac{2}{1}} = -\frac{3 \cdot 1}{2 \cdot 2} = -\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow f_3(x) = -\frac{3}{4}x + a_{03}$$

$$\begin{aligned} P_3(4 \mid 3) \quad \Rightarrow \quad f_3(4) = 3 \quad \Leftrightarrow \quad -\frac{3}{4} \cdot 4 + a_{03} &= 3 \\ \Leftrightarrow \quad -3 + a_{03} &= 3 \quad \mid +3 \\ \Leftrightarrow \quad a_{03} &= 6 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f_3(x) = -\frac{3}{4}x + 6}}$$

A4	**Ausführliche Lösung**	
	b)	Die Graphen:



A5	**Aufgabe**	
	$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3\,;\, P_2(-2\,\vert\,-3)\,;\, D = \{x \mid -6 \le x \le 0\}_{\mathbb{R}}$ Die Gerade mit der Funktion $f_1(x)$ wird von einer zweiten Geraden mit der Funktion $f_2(x)$, die durch den Punkt P_2 geht, im Punkte S rechtwinklig geschnitten. Bestimmen Sie:	
	a)	Die Steigung a_{12} von $f_2(x)$.
	b)	Die Funktion $f_2(x)$.
	c)	Den Schnittpunkt S der beiden Geraden.
	d)	Die Achsenschnittpunkte der beiden Geraden.
	e)	Die Graphen der beiden Geraden in D.

A5	**Ausführliche Lösung**	
	a)	Da $f_2(x)$ senkrecht zu $f_1(x)$ verläuft, gilt für deren Steigung: $a_{12} = -\frac{1}{a_{11}} = -\frac{1}{\frac{1}{2}} = -2$ und damit: $f_2(x) = -2x + a_{02}$

A5	**Ausführliche Lösung**
b)	$f_2(x) = -2x + a_{02}$ $P_2(-2 \mid -3) \Rightarrow f_2(-2) = -3 \Leftrightarrow -2\cdot(-2) + a_{02} = -3$ $\Leftrightarrow 4 + a_{02} = -3 \mid -4$ $\Leftrightarrow a_{02} = -7$ $\Rightarrow \underline{\underline{f_2(x) = -2x - 7}}$

A5	**Ausführliche Lösung**
c)	Geradenschnittpunkt: $f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; f_2(x) = -2x - 7$ $f_1(x) = f_2(x) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 3 = -2x - 7 \quad \mid +2x$ $\Leftrightarrow \frac{5}{2}x + 3 = -7 \quad \mid -3$ $\Leftrightarrow \frac{5}{2}x = -10 \quad \mid \cdot \frac{2}{5}$ $\Leftrightarrow x = x_s = -4$ $y_s = f_2(-4) = -2\cdot(-4) - 7 = 8 - 7 = 1 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4 \mid 1)}}$

A5	**Ausführliche Lösung**
d)	$f_1(x) = \frac{1}{2}x + 3 ; f_2(x) = -2x - 7$ $\underline{\underline{P_{y1}(0 \mid 3)}} ; \underline{\underline{P_{y2}(0 \mid -7)}}$ $f_1(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{2}x + 3 = 0 \quad \mid -3$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -3 \quad \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow x = x_s = -6 \Rightarrow \underline{\underline{P_{x1}(-6 \mid 0)}}$ $f_2(x) = 0 \Leftrightarrow -2x - 7 = 0 \quad \mid +7$ $\Leftrightarrow -2x = 7 \quad \mid \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)$ $\Leftrightarrow x = x_s = -\frac{7}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_{x2}\left(-\frac{7}{2} = -3{,}5 \mid 0\right)}}$

A5 **Ausführliche Lösung**

e) Die Graphen: