Lösungen lineare Funktionen Teil X

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	$u = \frac{3}{4}$
	b)	$P_x\left(\frac{3}{2} \mid 0\right)$
	c)	$f(x) > 1$ für $x > \frac{9}{4}$
	d)	$W_f = \left\{ y \mid -2 \le y \le \frac{10}{3} \right\}_{\mathbb{R}}$
	e)	$g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}$

E2	Ergebnis
	$h(x) = 2x$

E3	Ergebnis
	$f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}$ $\quad P_x\left(-\frac{7}{3} \mid 0\right)$

E4	Ergebnis
	Aus P_1 und P_2 folgt $f(x) = -\frac{4}{\pi}x + 1$ Punktprobe für $P_3\left(-\frac{\pi}{2} \mid 3\right)$ ergibt, P_3 liegt auf $f(x)$

E5	Ergebnis
	$h(x) = -0{,}25x + 4{,}75$

E6	Ergebnis
	$k = 12$

E7	Ergebnisse			
	a)	$f(x) > 0$ für $x > 6$	b)	$S(-4 \mid -5)$

E8	Ergebnisse	
	a)	$f(x) = -160x + 9500$
	b)	Der Tank ist nach etwa $\underline{\underline{59{,}4}}$ Tagen leer.
	c)	Den Graphen finden Sie unter „Ausführliche Lösungen“.

E9:	Ergebnis
	Radfahrer A wird 45 Minuten nach seinem Start von Radfahrer B eingeholt. B war dann 25 Minuten unterwegs. Beide Fahrer haben bis zum Treffpunkt eine Strecke von 18,75 km zurückgelegt.

Ausführliche Lösungen:

A1	**Aufgabe**		
1.	Der Funktionsterm einer linearen Funktion lautet:		$f(x)=\frac{4}{3}x-2$
	a)	Der Punkt $A(u\,|\,-1)$ liegt auf dem Grafen. Bestimmen Sie u.	
	b)	Berechnen Sie die Nullstelle von f(x).	
	c)	Für welche Werte von x gilt f(x) > 1?	
	d)	Bestimmen Sie den Wertebereich von f(x), wenn $D_f=\{x\,|\,0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ ist.	
	e)	Verschieben Sie den Graphen von f(x) so, dass die verschobene Gerade die x – Achse in $x=-2$ schneidet. Bestimmen Sie den Funktionsterm.	

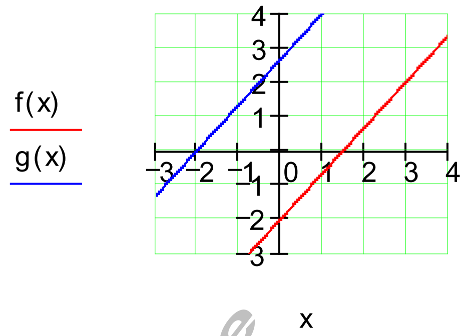
A1	**Ausführliche Lösung**	
	a)	$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad A(u\,|\,-1): \quad f(u)=\frac{4}{3}u-2=-1$ $\Rightarrow \frac{4}{3}u-2=-1\,|+2 \Leftrightarrow \frac{4}{3}u=1\,|:\frac{4}{3} \Leftrightarrow \underline{\underline{u=\frac{3}{4}}}$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	b)	$f(x_s)=\frac{4}{3}x_s-2=0 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x_s-2=0 \Rightarrow x_s=\frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(\frac{3}{2}\,|\,0\right)}}$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	c)	$f(x)=\frac{4}{3}x-2>1 \qquad \Rightarrow \frac{4}{3}x-2>1 \Rightarrow x>\frac{9}{4} \qquad \underline{\underline{f(x)>1 \text{ für } x>\frac{9}{4}}}$

A1	**Ausführliche Lösung**	
	d)	$f(x)=\frac{4}{3}x-2 \quad D_f=\{x\,|\,0\le x\le 4\}_{\mathbb{R}}$ $f(0)=-2 \quad f(4)=\frac{4}{3}\cdot 4-2=\frac{10}{3} \Rightarrow \underline{\underline{W_f=\left\{y\,|\,-2\le y\le \frac{10}{3}\right\}_{\mathbb{R}}}}$

A1	**Ausführliche Lösung**
e)	$x_s = -2$ soll Nullstelle von g(x) sein, also $P_x(-2\,\vert\,0)$ Steigung bleibt erhalten. $g(x) = \frac{4}{3}x + a_0$ $\Rightarrow g(x_s) = g(-2) = \frac{4}{3}(-2) + a_0 = 0$ $\Rightarrow a_0 = \frac{8}{3} \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = \frac{4}{3}x + \frac{8}{3}}}$ Verschiebung um $\frac{14}{3}$ nach oben oder um 3,5 nach links



A2	**Aufgabe**
	Gegeben sind zwei Funktionen f(x) und h(x). Der Graph der linearen Funktion h(x) verläuft durch den Ursprung. Bestimmen Sie h(x), wenn $h(1) = f(0)$ und $f(x) = 2e^x\ ;\ x \in \mathbb{R}$

A2	**Ausführliche Lösung**
	$f(x) = 2e^x \quad h(x) = a_1x$ $h(1) = f(0) \Rightarrow a_1 = 2e^0 = 2\cdot 1 = 2 \Rightarrow a_1 = 2$ $\Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x}}$

A3	**Aufgabe**	
	Bestimmen Sie den Funktionsterm und die Nullstelle der linearen Funktion f(x) wenn folgende Zusammenhänge bekannt sind:	$f(-4) = 2$ $f(1) = -4$

A3	**Ausführliche Lösung**
	$f(-4) = 2 \Rightarrow P_1(-4\,\vert\,2)\ ;\ f(1) = -4 \Rightarrow P_2(1\,\vert\,-4)$ $\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-4-2}{1-(-4)} = -\frac{6}{5} \Rightarrow f(x) = -\frac{6}{5}x + a_0$ $P_2(1\,\vert\,-4): \quad f(1) = -\frac{6}{5}\cdot 1 + a_0 = -4 \Rightarrow a_0 = -\frac{14}{5} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5}}}$ Nullstelle: $f(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}x - \frac{14}{5} = 0\,\vert\cdot 5 \Leftrightarrow -6x - 14 = 0 \Rightarrow x = -\frac{7}{3} \Rightarrow \underline{\underline{P_x\left(-\frac{7}{3}\,\vert\,0\right)}}$

A4	**Aufgabe**
	Zeigen Sie: Die Punkte $P_1\left(\frac{\pi}{2}\,\vert\,-1\right)$; $P_2\left(\frac{3\pi}{2}\,\vert\,-5\right)$ und $P_3\left(-\frac{\pi}{2}\,\vert\,3\right)$ liegen auf einer Geraden.

A4	**Ausführliche Lösung**
	$P_1\left(\frac{\pi}{2}\mid -1\right); P_2\left(\frac{3\pi}{2}\mid -5\right); P_3\left(-\frac{\pi}{2}\mid 3\right); f(x)=a_1x+a_0$ $\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-5-(-1)}{\frac{3\pi}{2}-\frac{\pi}{2}}=-\frac{4}{\pi}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{\pi}x+a_0$ $P_1\left(\frac{\pi}{2}\mid -1\right):\quad f\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\frac{\pi}{2}+a_0=-1\Rightarrow a_0=1\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{\pi}x+1}}$ Punktprobe für $P_3\left(-\frac{\pi}{2}\mid 3\right)$: $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{4}{\pi}\cdot\left(-\frac{\pi}{2}\right)+1=2+1=3\Rightarrow \underline{\underline{P_3\left(-\frac{\pi}{2}\mid 3\right)\text{ liegt auf }f(x)}}$

A5	**Aufgabe**
	Die Gerade g wird so verschoben, dass die verschobene Gerade h durch den Punkt P verläuft. Bestimmen Sie die Gleichung von h. $g(x)=-0{,}25x+1 \qquad P(3\mid 4)$

A5	**Ausführliche Lösung**
	$g(x)=-0{,}25x+1$ h(x) geht durch $P(3\mid 4)$ Für die verschobene Gerade h(x) bleibt die Steiging gleich $\Rightarrow h(x)=-0{,}25x+a_0$ $P(3\mid 4):\quad h(3)=-0{,}25\cdot 3+a_0=4\Rightarrow a_0=4{,}75\Rightarrow \underline{\underline{h(x)=-0{,}25x+4{,}75}}$

A6	**Aufgabe**
	Für welche Werte von k hat die Gerade durch die Punkte $P_1(0\mid 1{,}5k)$ und $P_2\left(\sqrt{3k}\mid 2k\right)$ die Steigung $a_1=1$?

A6	**Ausführliche Lösung**
	$P_1(0\mid 1{,}5k); P_2\left(\sqrt{3k}\mid 2k\right); a_1=1$ $a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2k-1{,}5k}{\sqrt{3k}-0}=\frac{0{,}5k}{\sqrt{3k}}=1$ $\Leftrightarrow 0{,}5k=\sqrt{3k}\Leftrightarrow 0{,}25k^2=3k\Leftrightarrow 0{,}25k=3\Leftrightarrow \underline{\underline{k=12}}$

A7	**Aufgabe**	
	Lösen Sie:	
	a)	$f(x)=0{,}5x-3$ Bestimmen Sie die x - Werte für $f(x)>0$
	b)	$f(x)=0{,}5x-3$; $g(x)=1{,}25x$ Bestimmen Sie den Schnittpunkt.

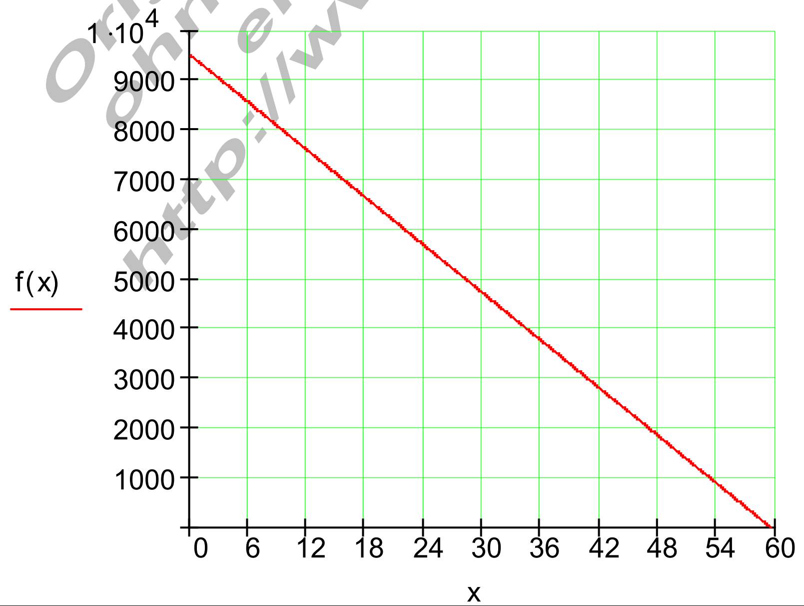
A7	**Ausführliche Lösung**
a)	$f(x)=\frac{1}{2}x-3 \quad f(x)>0$ $\Rightarrow \frac{1}{2}x-3>0 \Leftrightarrow x>6$ also $\underline{\underline{f(x)>0 \text{ für } x>6}}$

A7	**Ausführliche Lösung**
b)	$f(x)=\frac{1}{2}x-3\,;\, g(x)=\frac{5}{4}x$ Bedingung für Schnittpunkt: $g(x_s)=f(x_s)$ $\Rightarrow \frac{5}{4}x_s=\frac{1}{2}x_s-3 \Leftrightarrow x_s=-4$ $y_s=g(x_s)=g(-4)=\frac{5}{4}\cdot(-4)=-5 \Rightarrow \underline{\underline{S(-4\,\vert\,-5)}}$

A8	**Aufgabe**
	In einem Vorratstank befinden sich 9500 Liter Wasser. Täglich werden dem Tank 160 Liter Wasser entnommen.
a)	Stellen Sie die Funktionsgleichung für diesen Sachverhalt auf.
b)	Nach wie viel Tagen ist der Tank leer?
c)	Zeichnen Sie den Graphen der Funktion.

A8	**Ausführliche Lösung**
a)	$x=\text{Tage}\,;\, f(x)=\text{Tankinhalt.} \quad \Rightarrow f(x)=-160x+9500$

A8	Ausführliche Lösung
b)	Ansatz: $f(x)=0 \Leftrightarrow -160x+9500=0 \Leftrightarrow x=\frac{9500}{160}\approx 59,4$ Der Tank ist nach etwa $\underline{\underline{59,4}}$ Tagen leer.

A8	**Ausführliche Lösung**
c)	

A9 **Aufgabe**

Der Radfahrer A erzielt beim Zeitfahren eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 25 km/h. Radfahrer B startet 20 Minuten nach A und erzielt eine Durchschnittsgeschwindigkeit von 45 km/h.
Wann und wo holt B den Fahrer A ein?
Fertigen Sie eine Skizze an und lösen Sie das Problem durch Rechnung.

A9 **Ausführliche Lösung**

$A: \quad s_A = v_A \cdot t \qquad B: \quad s_B = v_B\left(t-20\right)$

B startet 20 min später als A

Der Schnittpunkt beider Geraden liefert das Ergebnis.

$s_B = s_A \Leftrightarrow v_B\left(t-20\right) = v_A t$

nach t auflösen

$\Rightarrow t = \dfrac{20\, v_B}{v_B - v_A}$

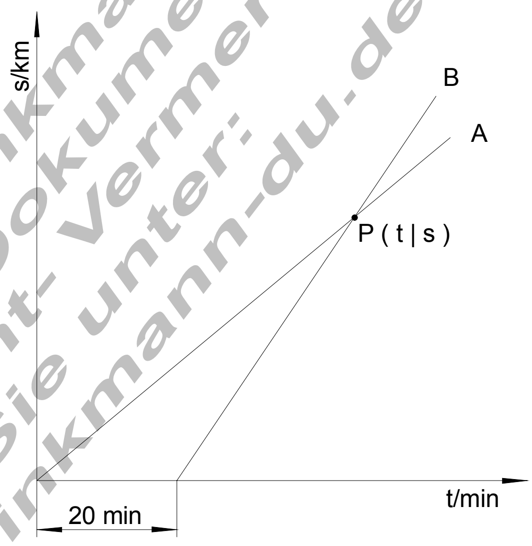
Wenn die Geschwindigkeiten in km/min umgerechnet werden, kann man bei der Berechnung auf die Einheiten verzichten.

$v_A = 25\dfrac{km}{h} = \dfrac{25}{60}\dfrac{km}{min} = \dfrac{5}{12}\dfrac{km}{min}$

$v_B = 45\dfrac{km}{h} = \dfrac{45}{60}\dfrac{km}{min} = \dfrac{9}{12}\dfrac{km}{min}$

$t = \dfrac{20 \cdot \frac{9}{12}}{\frac{9}{12} - \frac{5}{12}} = \underline{\underline{45}}\ (min)$

$s_A = \dfrac{5}{12} \cdot 45 = \underline{\underline{18{,}75}}\ (km)$



Radfahrer A wird 45 Minuten nach seinem Start von Radfahrer B eingeholt.
B war dann 25 Minuten unterwegs. Beide Fahrer haben bis zum Treffpunkt eine Strecke von 18,75 km zurückgelegt.