Lösungen lineare Funktionen Teil V

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

a)

$$g(x) = x+1;\ h: 2y + x + 4 = 0 \Rightarrow h(x) = -\frac{1}{2}x - 2;\ i: 3y - 5x = 7 \Rightarrow i(x) = \frac{5}{3}x + \frac{7}{3}$$

$$g(x_s) = h(x_2) \Leftrightarrow x_s + 1 = -\frac{1}{2}x_s - 2 \Rightarrow x_s = -2$$

$$y_s = g(x_s) = g(-2) = -1$$

Probe für $i(x_s)$: $\quad i(-2) = -1 \Rightarrow \underline{\underline{S(-2\,|\,-1)}}$

Alle drei Geraden verlaufen durch den Punkt $S(-2\,|\,-1)$

A1 Ausführliche Lösung

b)

$$g(x) = \frac{1}{6}x + \frac{3}{2} \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \quad ; \quad i: 2x - y = 3 \Rightarrow i(x) = i(x) = 2x - 3$$

$$g(x_s) = h(x_s) \Leftrightarrow \frac{1}{6}x_s + \frac{3}{2} = -\frac{2}{3}x_s + 2 \Rightarrow x_s = \frac{3}{5}$$

$$y_s = g(x_s) = g\left(\frac{3}{5}\right) = \frac{8}{5} \Rightarrow \text{Für } g(x) \text{ und } h(x) \text{ gilt } S\left(\frac{3}{5}\,|\,\frac{8}{5}\right)$$

Probe für i(x): $i(x_s) = i\left(\frac{3}{5}\right) = -\frac{9}{5} \Rightarrow$ i(x) geht nicht durch $S\left(\frac{3}{5}\,|\,\frac{8}{5}\right)$

Die drei Geraden haben keinen gemeinsamen Schnittpunkt.

A2 Ausführliche Lösung

$f(x):\quad P_1(0\,|\,0) \Rightarrow a_{0f} = 0 \quad P_2(2\,|\,3)$

$$\Rightarrow a_{1f} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3-0}{2-0} = \frac{3}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x}}$$

$g(x):\quad P_3(1\,|\,1) \quad P_4(2\,|\,3)$

$$\Rightarrow a_{1g} = \frac{y_4 - y_3}{x_4 - x_3} = \frac{3-1}{2-1} = 2 \Rightarrow g(x) = 2x + a_{0g}$$

$P_3(1\,|\,1):\quad g(1) = 2 \cdot 1 + a_{0g} = 1 \Rightarrow a_{0g} = -1 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = 2x - 1}}$

Da $P_2(2\,|\,3)$ auf f liegt und $P_4(2\,|\,3)$ auf g liegt und die Koordinaten gleich sind, ist das auch der Schnittpunkt beider Geraden $S(2\,|\,3)$, er liegt im $\underline{\underline{\text{1. Quadranten}}}$.

$$f(x) < g(x) \Leftrightarrow \frac{3}{2}x < 2x - 1\,|-2x \Leftrightarrow -\frac{1}{2}x < -1\,|:\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow x > 2$$

Für $\underline{\underline{x > 2}}$ gilt $f(x) < g(x)$, f(x) verläuft unterhalb von g(x).

A3 Ausführliche Lösung

$f(x)=0{,}04x+20$

$g(x)=0{,}15x+15$

$g(x_s)=f(x_s)$

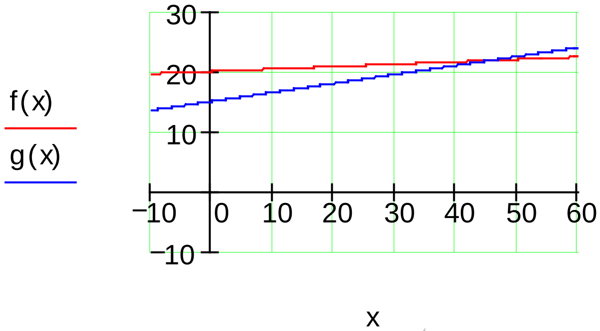
$\Leftrightarrow 0{,}15x+15=0{,}04x+20$

$\Rightarrow x_s=\dfrac{500}{11}$

$y_s=f(x_s)=f\left(\dfrac{500}{11}\right)=\dfrac{240}{11}$

$\Rightarrow \underline{\underline{S\left(\dfrac{500}{11}\,\middle|\,\dfrac{240}{11}\right)}}$

$\approx S(45{,}45\,|\,21{,}82)$



A4 Ausführliche Lösung

a) $f(x)=-\dfrac{1}{4}x+3\,;\ g(x)=\dfrac{1}{4}x+1;\ h(x)=4x+4\,;\ i(x)=\dfrac{1}{2}x-3$

A4 Ausführliche Lösung

b) $g(x_s)=f(x_s)\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}x_s+1=-\dfrac{1}{4}x_s+3\Leftrightarrow x_s=4$

$y_s=g(x_s)=g(4)=2\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,g}(4\,|\,2)}}$

$h(x_s)=i(x_s)\Leftrightarrow 4x_s+4=\dfrac{1}{2}x_s-3\Leftrightarrow x_s=-2$

$y_s=h(x_s)=h(-2)=-4\Rightarrow \underline{\underline{S_{h,i}(-2\,|\,-4)}}$

A4 Ausführliche Lösung

c) $i(x_s)=f(x_s)$

$\dfrac{1}{2}x_s-3=-\dfrac{1}{4}x_s+3\Leftrightarrow x_s=8$

$y_s=i(x_s)=i(8)=1$

$\Rightarrow \underline{\underline{S_{f,i}(8\,|\,1)}}$

$i(x_s)=g(x_s)$

$\dfrac{1}{2}x_s-3=\dfrac{1}{4}x_s+1\Leftrightarrow x_s=16$

$y_s=g(x_s)=g(16)=5$

$\Rightarrow \underline{\underline{S_{g,i}(16\,|\,5)}}$

A4 Ausführliche Lösung

d) Bei 4 paarweise nicht parallelen Geraden gibt es höchstens 6 Schnittpunkte.
Begründung:
Die 1. Gerade kann sich mit der 2. 3. und 4. schneiden. (3 Möglichkeiten)
Die 2. Gerade kann sich mit der 3. und 4. schneiden. 2 mit 1 wurde bereits berücksichtigt. (2 Möglichkeiten).
Die 3. Gerade kann sich mit der 4. schneiden. Weitere Schnittmöglichkeiten wurden bereits berücksichtigt. (1 Möglichkeit).

A5	Ausführliche Lösung
	Ursprungsgerade: $g(x)=a_1x$ die dazu senkrechte Ursprungsgerade: $h(x)=-\frac{1}{a_1}x$ Beide Geraden werden durch den Punkt $S(-2\,\vert\,-1)$ verschoben. $\Rightarrow g^*(x)=a_1(x+2)-1$ und $h^*(x)=-\frac{1}{a_1}(x+2)-1$ Beispiel für $a_1=4$ $g^*(x)=4(x+2)-1=\underline{\underline{4x+7}}$ $\quad h^*(x)=-\frac{1}{4}(x+2)-1=\underline{\underline{-\frac{1}{4}x-\frac{3}{2}}}$

A6	Ausführliche Lösung	
	a)	$a_{1g}=-\frac{1}{2}e \Rightarrow a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}=-\frac{1}{-\frac{1}{2}e}=\frac{2}{e}=\underline{\underline{2e^{-1}}}$

A6	Ausführliche Lösung	
	b)	$a_{1g}=2e^{-2} \Rightarrow a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}=-\frac{1}{2e^{-2}}=\underline{\underline{-\frac{1}{2}e^{2}}}$

A6	Ausführliche Lösung	
	c)	$a_{1g}=\frac{1}{2}\sqrt{3} \Rightarrow a_{1h}=-\frac{1}{a_{1g}}=-\frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}}=\underline{\underline{-\frac{2}{3}\sqrt{3}}}$

A7	Ausführliche Lösung	
	a)	Die Auflage ist vom Preis abhängig. $\Rightarrow$ Der Preis ist die unabhängige Variable x, die Auflage ist die abhängige Variable y Preis 2,20 € Auflage 120 000 $\Rightarrow P_1(2{,}2 \mid 120\,000)$ Preis 2,00 € Auflage 125 000 $\Rightarrow P_2(2 \mid 125\,000)$ Preis 2,40 € Auflage 115 000 $\Rightarrow P_3(2{,}4 \mid 115\,000)$ Wenn alle drei Punkte auf einer Geraden liegen, dann ist der Zusammenhang zwischen Preis und Auflage linear. $a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{125000 - 120000}{2 - 2{,}2} = \frac{5000}{-0{,}2} = -25000 \Rightarrow f(x) = -25000x + a_0$ $P_2(2 \mid 125000):\quad f(2) = -25000 \cdot 2 + a_0 = 125000 \Rightarrow a_0 = 175000$ $\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -25000x + 175000}}$ Punktprobe für $P_3(2{,}4 \mid 115\,000):\quad f(2{,}4) = -25000 \cdot 2{,}4 + 175000 = 115000$ Damit ist der Zusammenhang zwischen Preis und Auflage linear. Preis bei einer Auflage von $y = 140000 \Rightarrow P(x \mid 140000)$ $\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = 140000 \Leftrightarrow x = 1{,}4 \Rightarrow \underline{\underline{\text{Preis } 1{,}40\ €}}$ Preis bei einer Auflage von y Exemplaren $\Rightarrow P(x \mid y)$ $\Rightarrow f(x) = -25000x + 175000 = y \Leftrightarrow x = -\frac{y - 175000}{25000} = \underline{\underline{-\frac{y}{25000} + 7}}$

A7	Ausführliche Lösung	
	b)	Preis von 1,50 € $\Rightarrow P(1{,}4 \mid y)$ $y = f(1{,}5) = -25000 \cdot 1{,}5 + 175000 = \underline{\underline{137500}}$ Bei einem Preis von 1,50 € ist mit einer Auflage von 137500 zu rechnen.