Lösungen lineare Funktionen Teil III

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
	a) $P_1(-4\,|\,2);P_2(2\,|\,0) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-2}{2-(-4)} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$ $P_2(2\,|\,0):\quad f(2) = -\frac{1}{3}\cdot 2 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + \frac{2}{3}}}$

A1	Ausführliche Lösung
	b) $P_1(-3\,|\,1);P_2\left(1\,|\,\frac{11}{3}\right) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{11}{3}-\frac{3}{3}}{1-(-3)} = \frac{\frac{8}{3}}{\frac{4}{1}} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = \frac{2}{3}x + a_0$ $P_1(-3\,|\,1):\quad f(-3) = \frac{2}{3}\cdot(-3) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{2}{3}x + 3}}$

A1	Ausführliche Lösung
	c) $P_1(1\,|\,-2);P_2(-2\,|\,10) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{10-(-2)}{-2-1} = \frac{12}{-3} = -4 \Rightarrow f(x) = -4x + a_0$ $P_1(1\,|\,-2):\quad f(1) = -4\cdot 1 + a_0 = -2 \Rightarrow a_0 = 2 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4x + 2}}$

A1	Ausführliche Lösung
	d) $x = 2;\, y = 6 \Rightarrow P_1(2\,|\,0);P_2(0\,|\,6) \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow f(x) = a_1x + 6$ $P_1(2\,|\,0):\quad f(2) = a_1\cdot 2 + 6 = 0 \Rightarrow a_1 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -3x + 6}}$

A1	Ausführliche Lösung
	e) $P(-6\,|\,1)$ parallel zu $h(x) = -\frac{2}{3}x + 2 \Rightarrow a_1 = -\frac{2}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{2}{3}x + a_0$ $P(-6\,|\,1):\quad f(-6) = -\frac{2}{3}\cdot(-6) + a_0 = 1 \Rightarrow a_0 = -3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{2}{3}x - 3}}$

A1	Ausführliche Lösung
	f) $a_1 = -4{,}5 \Rightarrow f(x) = -4{,}5x + a_0$ $P(2\,|\,-3):\quad f(2) = -4{,}5\cdot 2 + a_0 = -3 \Rightarrow a_0 = 6 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -4{,}5x + 6}}$

A1	Ausführliche Lösung
	g) $a_1 = 3;\, P(1\,|\,1{,}5) \Rightarrow f(x) = 3x + a_0$ $P(1\,|\,1{,}5):\quad f(1) = 3\cdot 1 + a_0 = 1{,}5 \Rightarrow a_0 = -1{,}5 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 3x - 1{,}5}}$

A1 Ausführliche Lösung

h)

$x = 3 \Rightarrow P_1(3\,|\,0) \quad P_2(-1\,|\,y_2)$ liegt auf der Geraden mit $h(x) = 4x - 2$

$$\Rightarrow y_2 = h(-1) = 4 \cdot (-1) - 2 = -6 \Rightarrow P_2(-1\,|\,-6)$$

$$\Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-6 - 0}{-1 - 3} = \frac{-6}{-4} = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + a_0$$

$$P_1(3\,|\,0): \quad f(3) = \frac{3}{2} \cdot 3 + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = -\frac{9}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = \frac{3}{2}x - \frac{9}{2}}}$$

A2 Ausführliche Lösung

$P(3\,|\,-2)$; $g(x) = a_{1g}x + a_{0g}$; $h(x) = a_{1h}x + a_{0h}$

Da durch einen Punkt beliebig viele Geraden verlaufen können,
ist die Steigung frei wählbar, z.B. $a_{1g} = 1$

$\Rightarrow g(x) = x + a_{0g}$ und $a_{1h} = 2 \Rightarrow h(x) = 2x + a_{0h}$

$$P(3\,|\,-2): \quad g(3) = 3 + a_{0g} = -2 \Rightarrow a_{0g} = -5 \Rightarrow \underline{\underline{g(x) = x - 5}}$$

$$h(3) = 2 \cdot 3 + a_{0h} = -2 \Rightarrow a_{0h} = -8 \Rightarrow \underline{\underline{h(x) = 2x - 8}}$$

A3 Ausführliche Lösung

a)

$$P_1(1{,}5\,|\,3); P_2(3\,|\,2{,}5) \Rightarrow a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{2{,}5 - 3}{3 - 1{,}5} = -0{,}\overline{3} = -\frac{1}{3} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{3}x + a_0$$

$$P_1(1{,}5\,|\,3) \Rightarrow P_1\left(\frac{3}{2}\,\middle|\,3\right): \quad f\left(\frac{3}{2}\right) = -\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{2} + a_0 = 3 \Rightarrow a_0 = 3\frac{1}{2} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{3}x + 3\frac{1}{2}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

b)

$$P_1(-2\,|\,5); P_2(1\,|\,2{,}5) \text{ oder } P_2\left(1\,\middle|\,\frac{5}{2}\right)$$

$$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\frac{5}{2} - 5}{1 - (-3)} = \frac{\frac{5}{2} - \frac{10}{2}}{\frac{4}{1}} = \frac{-\frac{5}{2}}{\frac{4}{1}} = -\frac{5 \cdot 1}{2 \cdot 4} = -\frac{5}{6} \Rightarrow f(x) = -\frac{5}{8}x + a_0$$

$$P_2\left(1\,\middle|\,\frac{5}{2}\right): \quad f(1) = -\frac{5}{8} \cdot 1 + a_0 = \frac{5}{2} \Rightarrow a_0 = \frac{5}{2} + \frac{5}{8} = \frac{20}{8} + \frac{5}{8} = \frac{25}{8}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{5}{8}x + \frac{25}{8}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

c) $P_1(4\,|\,0)\,;P_2\left(-1\,|\,-\sqrt{2}\right)$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-\sqrt{2}-0}{-1-4}=\frac{-\sqrt{2}}{-5}=\frac{\sqrt{2}}{5}=\frac{1}{5}\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_1(4\,|\,0):\quad f(4)=\frac{1}{5}\sqrt{2}\cdot 4+a_0=0\Rightarrow a_0=-\frac{4}{5}\sqrt{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{1}{5}\sqrt{2}x-\frac{4}{5}\sqrt{2}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

d) $P_1(k\,|\,3)\,;P_2(2k\,|\,-1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-3}{2k-k}=-\frac{4}{k}\Rightarrow f(x)=-\frac{4}{k}x+a_0$

$$P_1(k\,|\,3):\quad f(k)=-\frac{4}{k}\cdot k+a_0=3\Rightarrow a_0=3+4=7\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{4}{k}x+7}}$$

A3 Ausführliche Lösung

e) $P_1(1\,|\,0)\,;P_2(-1\,|\,k+1)\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{k+1-0}{-1-1}=-\frac{k+1}{2}\Rightarrow f(x)=-\frac{k+1}{2}x+a_0$

$$P_1(1\,|\,0):\quad f(1)=-\frac{k+1}{2}\cdot 1+a_0=0\Rightarrow a_0=\frac{k+1}{2}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=-\frac{k+1}{2}x+\frac{k+1}{2}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

f) $P_1\left(2\sqrt{k}\,|\,\sqrt{2k}\right);P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right)$

$$\Rightarrow a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-\sqrt{2k}}{\sqrt{k}-2\sqrt{k}}=\frac{-\sqrt{2k}}{-\sqrt{k}}=\frac{\sqrt{2}\sqrt{k}}{\sqrt{k}}=\sqrt{2}\Rightarrow f(x)=\sqrt{2}x+a_0$$

$$P_2\left(\sqrt{k}\,|\,0\right):\quad f\left(\sqrt{k}\right)=\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}+a_0=0\Rightarrow a_0=-\sqrt{2}\cdot\sqrt{k}=-\sqrt{2k}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\sqrt{2}x-\sqrt{2k}}}$$

A4 Ausführliche Lösung

a) $P(4\,|\,-1)\,;a_1=\frac{5}{4}\quad\Rightarrow f(x)=\frac{5}{4}x+a_0$

$$P(4\,|\,-1):\quad f(4)=\frac{5}{4}\cdot 4+a_0=-1\Rightarrow a_0=-6\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{5}{4}x-6}}$$

A4 Ausführliche Lösung

b) $P_1(-5\,|\,-3)\,;P_2(0\,|\,3)\Rightarrow a_0=3$

$$a_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{3-(-3)}{0-(-5)}=\frac{6}{5}\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=\frac{6}{5}x+3}}$$

A4 Ausführliche Lösung

c) $45^0\triangleq a_1=1\Rightarrow f(x)=x+a_0$

$$P(4{,}5\,|\,2{,}7):\quad f(4{,}5)=4{,}5+a_0=2{,}7\Rightarrow a_0=-1{,}8\Rightarrow \underline{\underline{f(x)=x-1{,}8}}$$

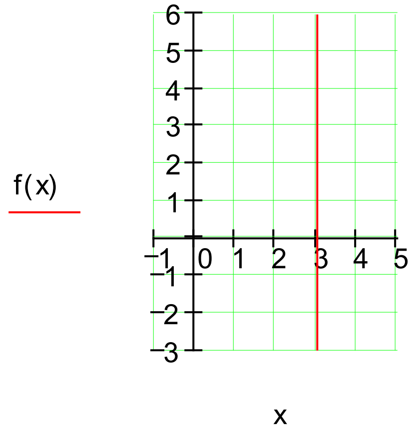
A4 Ausführliche Lösung

d) parallel zu $h(x) = 2x + 2 \Rightarrow a_1 = 2 \Rightarrow f(x) = 2x + a_0$

$P(-1{,}5 \mid 0):\quad f(-1{,}5) = 2 \cdot (-1{,}5) + a_0 = 0 \Rightarrow a_0 = 3 \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = 2x + 3}}$

A5 Ausführliche Lösung

a)



$P(3 \mid -1) \in g$

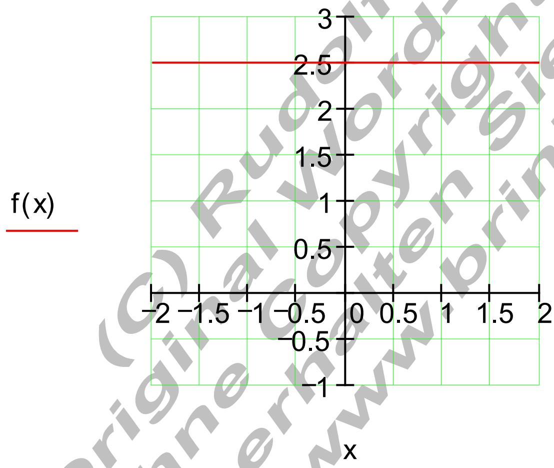
Die Gerade verläuft parallel zur y - Achse und hat die Gleichung

$\underline{\underline{x = 3}}$

Hierbei handelt es sich nicht um eine Funktion, denn zum x - Wert 3 gibt es unendlich viele y - Werte.

A5 Ausführliche Lösung

b)



$P(3{,}5 \mid 2{,}5) \in g$

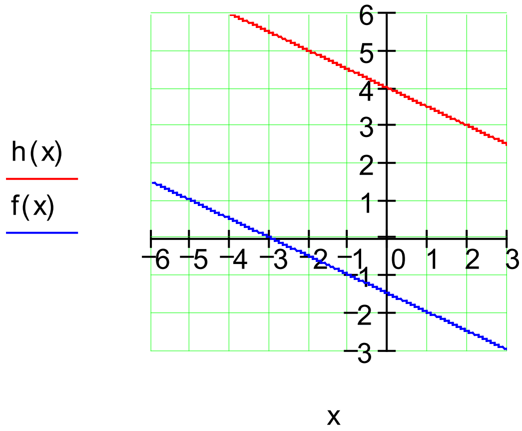
Die Gerade verläuft parallel zur x - Achse und hat die Gleichung

$\underline{\underline{f(x) = 2{,}5}}$

Hierbei handelt es sich um eine Funktion, denn zu jedem x - Wert gehört genau ein y - Wert.

A5 Ausführliche Lösung

c)



paralel zu $h(x) = -\frac{1}{2}x + 4$

$\Rightarrow a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{2}x + a_0$

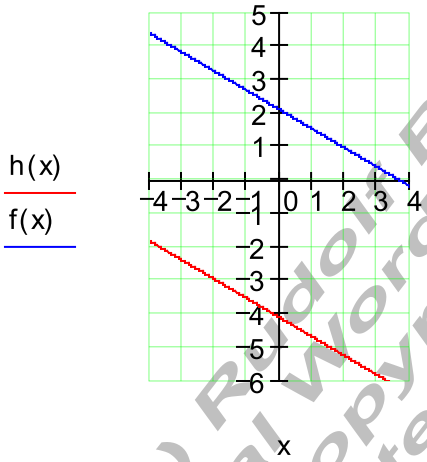
$P(-5\,|\,1)$:

$\Rightarrow f(-5) = -\frac{1}{2} \cdot (-5) + a_0 = 1$

$\Rightarrow a_0 = -\frac{3}{3} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{1}{2}x - \frac{3}{2}}}$

A5 Ausführliche Lösung

d)



parallel zur Geraden h(x) durch P_1 und P_2 bedeutet,

aus $P_1(-2\,|\,-3)$ und $P_1\left(\frac{3}{2}\,|\,-5\right)$

lässt sich die Steigung a_1 bestimmen.

$a_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-5-(-3)}{\frac{3}{2}-(-2)} = -\frac{4}{7}$

$\Rightarrow f(x) = -\frac{4}{7}x + a_0$

$P\left(1\,|\,\frac{3}{2}\right) :\Rightarrow f(1) = -\frac{4}{7} \cdot 1 + a_0 = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow a_0 = \frac{19}{14} \Rightarrow \underline{\underline{f(x) = -\frac{4}{7}x + \frac{29}{14}}}$