

Aufgaben Wurzelgleichungen I

Beispiel:

$$\sqrt{7x+8} = 2x-2 \quad \text{Definitionsbereich: } 7x+8 \geq 0 \Leftrightarrow 7x \geq -8 \Leftrightarrow x \geq -\frac{8}{7}$$

$$\Rightarrow D = \left\{ x \mid x \geq -\frac{8}{7} \right\}_{\mathbb{R}}$$

Lösung:

$$\sqrt{7x+8} = 2x-2 \Leftrightarrow 7x+8 = (2x-2)^2 \Leftrightarrow 7x+8 = 4x^2 - 8x + 4$$

$$\Leftrightarrow 4x^2 - 15x - 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - \frac{15}{4}x - 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 4; x_2 = -\frac{1}{4}$$

Probe für $x_1 = 4$

$$\sqrt{7 \cdot 4 + 8} = 2 \cdot 4 - 2 \Leftrightarrow \sqrt{36} = 6 \Leftrightarrow 6 = 6 \quad (\text{w})$$

Probe für $x_2 = -\frac{1}{4}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{7 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) + 8} = 2 \cdot \left(-\frac{1}{4}\right) - 2 \Leftrightarrow \sqrt{-\frac{7}{4} + \frac{32}{4}} = -\frac{2}{4} - \frac{8}{4}$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{\frac{25}{4}} = -\frac{10}{4} \Leftrightarrow \frac{5}{2} = -\frac{5}{2} \quad (\text{f}) \Rightarrow -\frac{1}{4} \notin L$$

Lösung: $\sqrt{7x+8} = 2x-2 \Rightarrow L = \{4\}$

1.	Bestimmen Sie jeweils die Definitionsmenge und lösen Sie die Gleichungen		
a)	$\sqrt{x} = 9$	b)	$\sqrt{x} = \frac{1}{2}$
c)	$\sqrt{x} = \frac{2}{3}$	d)	$4 \cdot \sqrt{3x} = 12$
e)	$\frac{2}{5} \cdot \sqrt{2x} = \frac{8}{5}$	f)	$\sqrt{x+5} = 3$

2.	Bestimmen Sie jeweils die Definitionsmenge und lösen Sie die Gleichungen		
a)	$\sqrt{12-x} = 2$	b)	$x + \sqrt{x^2+21} = 3$
c)	$\frac{2}{\sqrt{3x+19}} = \frac{1}{4}$	d)	$\frac{x+1}{\sqrt{x^2+13}} = 1$
e)	$5 \cdot \sqrt{x-2} - 3 \cdot \sqrt{x-2} = 6$	f)	$3 \cdot \sqrt{x+5} - 2 \cdot \sqrt{x+5} = 6$

3.	Bestimmen Sie jeweils die Definitionsmenge und lösen Sie die Gleichungen		
a)	$4 \cdot \sqrt{x-1} = 3 \cdot \sqrt{x+6}$	b)	$15 \cdot \sqrt{3x+9} = 10 \cdot \sqrt{8x+9}$
c)	$\frac{6}{\sqrt{x+1}} = \frac{4}{\sqrt{x-4}}$	d)	$\sqrt{x+5} = \sqrt{x+1}$
e)	$8 - \sqrt{x} = \sqrt{x-16}$	f)	$\sqrt{x+3} = 5 - \sqrt{x-2}$