Lösungen Terme IV

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse
	a) $\frac{1}{4k^2}\left(-\frac{k}{2}+k\right)\left(-\frac{k}{2}-k\right)^2=\frac{9k}{32}$
	b) $(2-x)^2(x+2)^2=x^4-8x^2+16=\left(4-x^2\right)^2$

E2	Ergebnis
	Der gemeinsame Faktor ist $2x(x-2)$

E3	Ergebnis
	$n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2=2\left(2n^2+6n+7\right)$

E4	Ergebnis
	$T(n)=n(n+1)(n+2)$ mit $n\in\mathbb{N}$ ist für jedes n durch 2 teilbar.
	Fall n gerade $\Rightarrow$ n und $n+2$ ist durch 2 teilbar
	Fall n ungerade $\Rightarrow$ $n+1$ ist gerade, also durch 2 teilbar

E5	Ergebnisse			
	a)	$6\left(\frac{1}{2}x+\frac{2}{3}x-\frac{1}{12}x\right)=\frac{13x}{2}$	b)	$x-\frac{1-x}{3}+\frac{2x}{3}=2x-\frac{1}{3}$
	c)	$\frac{4}{9}k^2\left(-\frac{27}{8k}\right)+\frac{4}{9}k=-\frac{19k}{18}$	d)	$\frac{3}{4}x-\frac{3}{2}\cdot\frac{1-x}{2}+5\left(\frac{1}{4}+x\right)=\frac{1}{2}(13x+1)$
	e)	$-3\frac{2x-8}{4}-3=3-\frac{3x}{2}$	f)	$1-\frac{4}{7}(3x+1)-\frac{2}{7}(1-3x)=\frac{1}{7}(1-6x)$

E6	Ergebnisse			
	a)	$x-\frac{10x-5}{5}=1-x$	b)	$\frac{x}{3}-x-3+\frac{3x-6}{4}-\frac{x-2}{3}=-\frac{x}{4}-\frac{23}{6}$
	c)	$\frac{1}{3}(-2x+4)-\frac{4x-2}{3}=2(1-x)$	d)	$5x-2-\frac{8x-6}{2}=x+1$
	e)	$\frac{3}{7-21k}\cdot\frac{5-15k}{2}=\frac{15}{14}$	f)	$\frac{3x+8}{x-2}+\frac{2+6x}{2-x}-1=-3$

E7	Ergebnisse
	a) $\frac{2x^2-5x}{5-2x}=-x\,;D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{5}{2}\right\}$
	b) $\frac{4x^3-12x^2}{8x^3-72x}=\frac{x}{2(x+3)}\,;D=\mathbb{R}\setminus\{-3\,;0\,;3\}$
	c) $\frac{k^2-6k+9}{9-k^2}=\frac{3-k}{k+3}\,;D=\mathbb{R}\setminus\{-3\,;3\}$
	d) $\frac{(k+5)^2}{2k}\cdot\frac{3k^2}{2k^2+10k}=\frac{3}{4}(k+5)\,;D=\mathbb{R}\setminus\{-5\,;0\}$

E8	Ergebnisse	
	a) $\frac{6}{7}+\frac{9}{14kx}-1=\frac{-2kx-9}{14kx}$	b) $\frac{15a}{4b}:\frac{25ak}{36bs}=\frac{27s}{5k}$
	c) $a-\frac{a^2}{a-x}=\frac{ax}{-a+x}$	d) $\frac{2a+b}{a-b}-\frac{3b}{a+b}=\frac{2a^2+4b^2}{a^2-b^2}$

E9	Ergebnisse
	a) $\frac{2-x}{x+2}-3=\frac{-4(x+1)}{x+2}\,;D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$
	b) $\frac{1}{k+1}-\frac{1}{k-1}+1=\frac{k^2-3}{k^2-1}\,;D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$
	c) $\frac{a}{x-1}+\frac{a}{x+1}=\frac{2ax}{x^2-1}\,;D=\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$

Ausführliche Lösungen:

A1 Ausführliche Lösung

a)

$$\frac{1}{4k^2}\left(-\frac{k}{2}+k\right)\left(-\frac{k}{2}-k\right)^2=\frac{1}{4k^2}\left(k-\frac{k}{2}\right)\cdot(-1)\left(k+\frac{k}{2}\right)\cdot(-1)\left(k+\frac{k}{2}\right)$$

$$=\frac{1}{4k^2}\underbrace{\left(k-\frac{k}{2}\right)\cdot\left(k+\frac{k}{2}\right)}_{\text{3. bin. Formel}}\cdot\left(k+\frac{k}{2}\right)=\frac{1}{4k^2}\left(k^2-\frac{k^2}{4}\right)\cdot\left(k+\frac{k}{2}\right)$$

$$\frac{1}{4k^2}\left(k^3+\frac{k^3}{2}-\frac{k^3}{4}-\frac{k^3}{8}\right)=\frac{1}{4k^2}\left(\frac{8k^3}{8}+\frac{4k^3}{8}-\frac{2k^3}{8}-\frac{k^3}{8}\right)=\frac{1}{4k^2}\cdot\frac{9k^3}{8}=\underline{\underline{\frac{9k}{32}}}$$

A1 Ausführliche Lösung

b)

$$(2-x)^2(x+2)^2=(2-x)\cdot(2-x)\cdot(x+2)\cdot(x+2)$$

$$=\underbrace{(2-x)\cdot(2+x)}_{\text{3. bin. Formel}}\cdot\underbrace{(2-x)\cdot(x+2)}_{\text{3. bin. Formel}}$$

$$=\left(4-x^2\right)\cdot\left(4-x^2\right)=\underline{\underline{\left(4-x^2\right)^2}}$$

A2 Ausführliche Lösung

Term I: $6x\left(x^2-4\right)$ Term II: $2ax(x-2)^2$

Faktor I: $2x(x-2)$ Faktor II: $x\left(x^2-4\right)$

$6x\left(x^2-4\right)=6x(x-2)(x+2)=3\cdot 2x(x-2)(x+2)$

$2ax(x-2)^2=2ax(x-2)(x-2)=a\cdot 2x(x-2)(x-2)$

Der gemeinsame Faktor ist: $\underline{\underline{2x(x-2)}}$

A3 Ausführliche Lösung

Die natürliche Zahl sei n , deren Quadrat sei n^2.

Die folgende natürliche Zahl ist dann $n+1$ und deren Quadrat ist $(n+1)^2$

Die folgende natürliche Zahl ist dann $n+2$ und deren Quadrat ist $(n+2)^2$

Die folgende natürliche Zahl ist dann $n+3$ und deren Quadrat ist $(n+3)^2$

Der Summenterm lautet: $n^2+(n+1)^2+(n+2)^2+(n+3)^2$

Vereinfachung:

$$\underbrace{n^2}_{1}+\underbrace{(n+1)^2}_{2}+\underbrace{(n+2)^2}_{3}+\underbrace{(n+3)^2}_{4}$$

$$=\underbrace{n^2}_{1}+\underbrace{n^2+2n+1}_{2}+\underbrace{n^2+4n+4}_{3}+\underbrace{n^2+6n+9}_{4}=4n^2+12n+14=\underline{\underline{2\left(2n^2+6n+7\right)}}$$

A4	Ausführliche Lösung
	$T(n) = (n+1)^3 - (n+1) = (n+1)\left[(n+1)^2 - 1\right]$ $= (n+1)\left[n^2 + 2n + 1 - 1\right] = (n+1)(n^2 + 2n) = n(n+1)(n+2)$ $T(n) = n(n+1)(n+2)$ mit $n \in \mathbb{N}$ ist für jedes n durch 2 teilbar. Fall n gerade $\Rightarrow$ n und $n+2$ ist durch 2 teilbar. Fall n ungerade $\Rightarrow$ $n+1$ ist gerade, also durch 2 teilbar. Damit ist $T(n) = (n+1)^3 - (n+1)$ für jede natürliche Zahl n eine gerade Zahl.