

## Lösungen Terme IV

### Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	$\frac{1}{4k^2} \left( -\frac{k}{2} + k \right) \left( -\frac{k}{2} - k \right)^2 = \frac{9k}{32}$
	b)	$(2-x)^2 (x+2)^2 = x^4 - 8x^2 + 16 = (4-x^2)^2$
E2	Ergebnis	
	Der gemeinsame Faktor ist $2x(x-2)$	
E3	Ergebnis	
	$n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2 = 2(2n^2 + 6n + 7)$	
E4	Ergebnis	
	$T(n) = n(n+1)(n+2)$ mit $n \in \mathbb{N}$ ist für jedes $n$ durch 2 teilbar.	
	Fall $n$ gerade $\Rightarrow n$ und $n+2$ ist durch 2 teilbar	
	Fall $n$ ungerade $\Rightarrow n+1$ ist gerade, also durch 2 teilbar	
E5	Ergebnisse	
	a)	$6 \left( \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}x - \frac{1}{12}x \right) = \frac{13x}{2}$
	b)	$x - \frac{1-x}{3} + \frac{2x}{3} = 2x - \frac{1}{3}$
	c)	$\frac{4}{9}k^2 \left( -\frac{27}{8k} \right) + \frac{4}{9}k = -\frac{19k}{18}$
	d)	$\frac{3}{4}x - \frac{3}{2} \cdot \frac{1-x}{2} + 5 \left( \frac{1}{4} + x \right) = \frac{1}{2}(13x+1)$
	e)	$-3 \frac{2x-8}{4} - 3 = 3 - \frac{3x}{2}$
f)	$1 - \frac{4}{7}(3x+1) - \frac{2}{7}(1-3x) = \frac{1}{7}(1-6x)$	
E6	Ergebnisse	
	a)	$x - \frac{10x-5}{5} = 1-x$
	b)	$\frac{x}{3} - x - 3 + \frac{3x-6}{4} - \frac{x-2}{3} = -\frac{x}{4} - \frac{23}{6}$
	c)	$\frac{1}{3}(-2x+4) - \frac{4x-2}{3} = 2(1-x)$
	d)	$5x-2 - \frac{8x-6}{2} = x+1$
	e)	$\frac{3}{7-21k} \cdot \frac{5-15k}{2} = \frac{15}{14}$
f)	$\frac{3x+8}{x-2} + \frac{2+6x}{2-x} - 1 = -3$	

E7	Ergebnisse	
	a)	$\frac{2x^2 - 5x}{5 - 2x} = -x; D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{5}{2} \right\}$
	b)	$\frac{4x^3 - 12x^2}{8x^3 - 72x} = \frac{x}{2(x+3)}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -3; 0; 3 \}$
	c)	$\frac{k^2 - 6k + 9}{9 - k^2} = \frac{3 - k}{k + 3}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -3; 3 \}$
	d)	$\frac{(k+5)^2}{2k} \cdot \frac{3k^2}{2k^2 + 10k} = \frac{3}{4}(k+5); D = \mathbb{R} \setminus \{ -5; 0 \}$

E8	Ergebnisse	
	a)	$\frac{6}{7} + \frac{9}{14kx} - 1 = \frac{-2kx - 9}{14kx}$
	b)	$\frac{15a}{4b} \cdot \frac{25ak}{36bs} = \frac{27s}{5k}$
	c)	$a - \frac{a^2}{a-x} = \frac{ax}{-a+x}$
	d)	$\frac{2a+b}{a-b} - \frac{3b}{a+b} = \frac{2a^2 + 4b^2}{a^2 - b^2}$

E9	Ergebnisse	
	a)	$\frac{2-x}{x+2} - 3 = \frac{-4(x+1)}{x+2}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -2 \}$
	b)	$\frac{1}{k+1} - \frac{1}{k-1} + 1 = \frac{k^2 - 3}{k^2 - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -1; 1 \}$
	c)	$\frac{a}{x-1} + \frac{a}{x+1} = \frac{2ax}{x^2 - 1}; D = \mathbb{R} \setminus \{ -1; 1 \}$

**Ausführliche Lösungen:**

A1	<b>Aufgabe</b>	
	Vereinfachen Sie.	
	a) $\frac{1}{4k^2} \left( -\frac{k}{2} + k \right) \left( -\frac{k}{2} - k \right)^2$	b) $(2-x)^2 (x+2)^2$

A1	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>a)</p> $\frac{1}{4k^2} \left( -\frac{k}{2} + k \right) \left( -\frac{k}{2} - k \right)^2 = \frac{1}{4k^2} \left( k - \frac{k}{2} \right) \cdot (-1) \left( k + \frac{k}{2} \right) \cdot (-1) \left( k + \frac{k}{2} \right)$ $= \frac{1}{4k^2} \underbrace{\left( k - \frac{k}{2} \right) \cdot \left( k + \frac{k}{2} \right)}_{\text{3. bin. Formel}} \cdot \left( k + \frac{k}{2} \right) = \frac{1}{4k^2} \left( k^2 - \frac{k^2}{4} \right) \cdot \left( k + \frac{k}{2} \right)$ $\frac{1}{4k^2} \left( k^3 + \frac{k^3}{2} - \frac{k^3}{4} - \frac{k^3}{8} \right) = \frac{1}{4k^2} \left( \frac{8k^3}{8} + \frac{4k^3}{8} - \frac{2k^3}{8} - \frac{k^3}{8} \right) = \frac{1}{4k^2} \cdot \frac{9k^3}{8} = \underline{\underline{\frac{9k}{32}}}$

A1	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>b)</p> $(2-x)^2 (x+2)^2 = (2-x) \cdot (2-x) \cdot (x+2) \cdot (x+2)$ $= \underbrace{(2-x) \cdot (2+x)}_{\text{3. bin. Formel}} \cdot \underbrace{(2-x) \cdot (x+2)}_{\text{3. bin. Formel}}$ $= (4-x^2) \cdot (4-x^2) = \underline{\underline{(4-x^2)^2}}$

A2	<b>Aufgabe</b>
	Die Terme $6x(x^2-4)$ und $2ax(x-2)^2$ haben einen gemeinsamen Faktor: $2x(x-2)$ oder $x(x^2-4)$ . Entscheiden Sie.

A2	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>Term I: <math>6x(x^2-4)</math>      Term II: <math>2ax(x-2)^2</math></p> <p>Faktor I: <math>2x(x-2)</math>      Faktor II: <math>x(x^2-4)</math></p> $6x(x^2-4) = 6x(x-2)(x+2) = 3 \cdot \underline{2x(x-2)}(x+2)$ $2ax(x-2)^2 = 2ax(x-2)(x-2) = a \cdot \underline{2x(x-2)}(x-2)$ <p>Der gemeinsame Faktor ist: <math>\underline{\underline{2x(x-2)}}</math></p>

A3	<b>Aufgabe</b>
	Bestimmen Sie einen Term für die Summe der Quadrate von vier aufeinanderfolgenden natürlichen Zahlen. Vereinfachen Sie.

A3	<b>Ausführliche Lösung</b>
	<p>Die natürliche Zahl sei <math>n</math>, deren Quadrat sei <math>n^2</math>.</p> <p>Die folgende natürliche Zahl ist dann <math>n+1</math> und deren Quadrat ist <math>(n+1)^2</math></p> <p>Die folgende natürliche Zahl ist dann <math>n+2</math> und deren Quadrat ist <math>(n+2)^2</math></p> <p>Die folgende natürliche Zahl ist dann <math>n+3</math> und deren Quadrat ist <math>(n+3)^2</math></p> <p>Der Summenterm lautet: <math>n^2 + (n+1)^2 + (n+2)^2 + (n+3)^2</math></p> <p>Vereinfachung:</p> $\underbrace{n^2}_1 + \underbrace{(n+1)^2}_2 + \underbrace{(n+2)^2}_3 + \underbrace{(n+3)^2}_4$ $= \underbrace{n^2}_1 + \underbrace{n^2 + 2n + 1}_2 + \underbrace{n^2 + 4n + 4}_3 + \underbrace{n^2 + 6n + 9}_4 = 4n^2 + 12n + 14 = 2(2n^2 + 6n + 7)$

A4	<b>Aufgabe</b>
	<p>Zeigen Sie: <math>T(n) = (n+1)^3 - (n+1)</math> ist für jede natürliche Zahl <math>n</math> eine gerade Zahl.</p> <p>Beachten Sie den Fall: <math>n</math> gerade, bzw. <math>n</math> ungerade.</p>

A4	<b>Ausführliche Lösung</b>
	$T(n) = (n+1)^3 - (n+1) = (n+1) \left[ (n+1)^2 - 1 \right]$ $= (n+1) \left[ n^2 + 2n + 1 - 1 \right] = (n+1)(n^2 + 2n) = n(n+1)(n+2)$ <p><math>T(n) = n(n+1)(n+2)</math> mit <math>n \in \mathbb{N}</math> ist für jedes <math>n</math> durch 2 teilbar.</p> <p>Fall <math>n</math> gerade <math>\Rightarrow n</math> und <math>n+2</math> ist durch 2 teilbar.</p> <p>Fall <math>n</math> ungerade <math>\Rightarrow n+1</math> ist gerade, also durch 2 teilbar.</p> <p>Damit ist <math>T(n) = (n+1)^3 - (n+1)</math> für jede natürliche Zahl <math>n</math> eine gerade Zahl.</p>

Weitere Lösungen sind in Vorbereitung