

Lösungen quadratische Gleichungen IX

Ergebnisse:

E1	Aufgabe		
	Für welche Wahl des Parameters a hat die Gleichung genau eine Lösung?		
	a) $3x^2 + ax - a = 0$	b) $ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$	c) $-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$

E1	Ergebnisse		
	a)	$3x^2 + ax - a = 0$ genau eine Lösung falls $a = -12$ oder $a = 0$	
	b)	$ax^2 + \frac{a}{2}x - 1 = 0$ genau eine Lösung falls $a = -16$ oder $a = 0$	
	c)	$-\frac{1}{(1+x)^2} + \frac{1}{(a-x)^2} = 0$ genau eine Lösung falls $a = \frac{a-1}{2}$ mit $a \in \mathbb{R}$	

E2	Aufgabe	
	Bestimmen Sie eine quadratische Gleichung	
	a) mit der Lösung $L = \{-5; 3\}$	b) mit der Lösung $L = \{-2, 5\}$
	c) die keine Lösung hat	d) die die gleiche Lösung hat wie $x^2 - 5x - 24 = 0$

E2	Ergebnisse	
	a)	$(x-3)(x+5) = 0$ hat die Lösung $L = \{-5; 3\}$
	b)	$(x+2,5)^2 = 0$ hat die Lösung $L = \{-2, 5\}$
	c)	$2x^2 + 3x + 5 = 0$ hat keine Lösung
	d)	$-2x^2 + 10x + 48 = 0$ hat die gleiche Lösung wie $x^2 - 5x - 24 = 0$

E3	Aufgabe		
	Lösen Sie die Betragsgleichungen.		
	a) $ (x+2)^2 = 2$	b) $ x^2 - x + 3 = 1$	c) $ x+1 = x^2$

E3	Ergebnisse	
	a)	$ (x+2)^2 = 2 \Rightarrow L = \{-\sqrt{2} - 2; \sqrt{2} - 2\}$
	b)	$ x^2 - x + 3 = 1$ $x^2 - x + 3 > 0$ Betrag zeigt keine Wirkung; es gilt sogar $x^2 - x + 1 > 0 \Rightarrow L = \emptyset$
	c)	$ x+1 = x^2 \Rightarrow$ für $x > 1$: $L = \left\{ \frac{1+\sqrt{5}}{2}; \frac{1-\sqrt{5}}{2} \right\}$ für $x < 1$: $L = \{\emptyset\}$

E4	Aufgabe
	Bestimmen Sie die Seitenlängen eines Rechtecks, wenn das Rechteck
a)	einen Umfang von $U = 38$ m und einen Flächeninhalt von $A = 88$ m ² hat.
b)	einen Flächeninhalt von $A = 16$ m ² hat und die Länge $\frac{4}{3}$ der Breite ist.

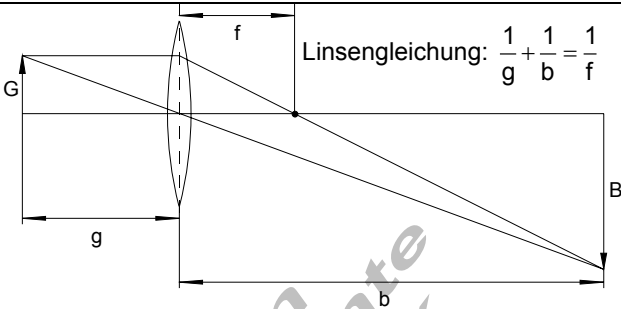
E4	Ergebnisse
a)	$a \cdot b = 88$ und $2a + 2b = 38 \Rightarrow \frac{176}{b} + 2b = 38 \Rightarrow \underline{\underline{b = 8 \text{ m}}}$ $\underline{\underline{a = 11 \text{ m}}}$
b)	$a \cdot b = 16$ und $a = \frac{4}{3}b \Rightarrow \underline{\underline{b = 2\sqrt{3} \text{ m}}}$ $\underline{\underline{a = \frac{8}{3}\sqrt{3} \text{ m}}}$

E5	Aufgabe
	Die Kosten für die Herstellung von x Bauteilen betragen $K(x)$. Ein Bauteil wird für $E(x)$ verkauft. Wie viel Bauteile müssen produziert werden, um einen Gewinn von 200 € zu erwirtschaften?
	$K(x) = x^2 + 100x + 80$ (Kostenfunktion) $E(x) = 160 - 2x$ (Erlösfunktion)

E5	Ergebnis
	Gewinn = Erlös – Kosten : $\Rightarrow G(x) = E(x) - K(x) = x(160 - 2x) - (x^2 + 100x + 80) = 200$ $\Rightarrow L = \{7,42 ; 12,58\}$ Bei 7 Bauteilen oder bei 13 Bauteilen beträgt der Gewinn etwa 200 €.

E6	Aufgabe
	Ein Betrieb stellt Artikel zum Verkaufspreis von 65 € pro Stück her. Die Gesamtkosten zur Herstellung von x Stück betragen $E(x)$. Welche Stückzahlen müssen produziert werden, damit mit Gewinn gearbeitet wird? Bei welcher Stückzahl ergibt sich ein Gewinn von 1500 €?
	$K(x) = \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ (Kostenfunktion)

E6	Ergebnis
	$E(x) = 65x$; $65x \geq \frac{1}{5}x^2 + 20x + 1000$ für $25 \leq x \leq 200$ $G(x) = E(x) - K(x) = 1500$ für $x_1 = 100$; $x_2 = 125$

E7	Aufgabe	
	Ein Gegenstand G wird durch eine Sammellinse mit der Brennweite $f = 0,2$ m auf ein optisches Bild B abgebildet. Der Abstand zwischen Gegenstand und Bild beträgt 1 m.	
	a) Welchen Abstand hat der Gegenstand G bzw. das Bild B von der Linse?	
	b) Welche Brennweite f darf die Linse maximal haben?	

E7	Ergebnis
	<p>Brennweite: $f = 0,2$ m</p> <p>Abstand zwischen Gegenstand und Bild: $g + b = 1$ m</p> <p>Gerechnet wird ohne Einheiten (alle Angaben in Meter)</p> <p>$g + b = 1 \Leftrightarrow b = 1 - g$ eingesetzt in die Linsenformel:</p> $\frac{1}{g} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f} \Leftrightarrow \frac{1}{g} + \frac{1}{1-g} = \frac{1}{f}$ nach etlichen Umformungen: <p>$g^2 - g = -f$ quadratische Gleichung, deren allgemeine Lösung ist:</p> $g_1 = 0,5 + \sqrt{0,25 - f} \text{ oder } g_2 = 0,5 - \sqrt{0,25 - f}$ <p>Die Wurzel ist nur lösbar für $f \leq 0,25$</p> <p>a) für $f = 0,2$ gilt: $g_1 \approx 0,73$ oder $g_2 \approx 0,27$</p> <p>das bedeutet Gegenstandsweite $g \approx 0,73$ m Bildweite $b \approx 0,27$ m oder umgekehrt Gegenstandsweite $g \approx 0,27$ m Bildweite $b \approx 0,73$ m</p> <p>b) Für $f > 0,25$ hat die quadratische Gleichung keine Lösung.</p> <p>Physikalische Deutung: für $f > 0,25$ ist $g + b > 1$, d.h. das Bild wird unscharf.</p> <p>Für $f = 0,25$ gibt es nur eine Lösung: $g = 0,5$ m und $b = 0,5$ m</p>