# Lösungen quadratische Gleichungen VIII

## Ergebnisse:

**E1 Ergebnis**

a)

$$-24 - x = 6x^2 + 23x + 12 \,|\, +24 + x$$

$$\Leftrightarrow \quad 6x^2 + 24x + 36 = 0 \,|\, :6$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 4x + 6 = 0$$

$$p = 4 \quad q = 6 \quad D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 6 = -2 \Rightarrow \underline{\underline{\text{keine Lösung}}}$$

**E1 Ergebnis**

b)

$$0 = 0{,}1x^2 + 0{,}4x + 0{,}4 \,|\, \cdot 10$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 4x + 4 = 0$$

$$p = 4 \quad q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 4 = 0 \Rightarrow \text{eine Lösung}$$

$$x_1 = -\frac{p}{2} = -\frac{4}{2} = \underline{\underline{-2}}$$

**E1 Ergebnis**

c)

$$\frac{1}{4}x^2 + 2x - \frac{2}{5} = 0 \,|\, \cdot 4$$

$$\Leftrightarrow \quad x^2 + 8x - \frac{8}{5} = 0$$

$$p = 8 \quad q = -\frac{8}{5} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 + \frac{8}{5} = \frac{88}{5} \Rightarrow \text{zwei Lösungen}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = -4 \pm \sqrt{\frac{88}{5}} \Rightarrow \underline{\underline{x_1 \approx 0{,}2 \quad \text{oder} \quad x_2 \approx -8{,}2}}$$

**E1 Ergebnis**

d)

$$x^2 + 2x + 25 = 0$$

$$p = 2 \quad q = 25 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - 25 = -24 \Rightarrow \underline{\underline{\text{keine Lösung}}}$$

| E1 | Ergebnis |
|---|---|
| | e) $x^2-2x+2=-4x^2+2x-6 \mid +4x^2-2x+6$<br>$\Leftrightarrow 5x^2-4x+8=0 \mid :5$<br>$\Leftrightarrow x^2-\frac{4}{5}x+\frac{8}{5}=0$<br>$p=-\frac{4}{5} \quad q=\frac{8}{5} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=0{,}16-1{,}6=-1{,}44 \Rightarrow \underline{\underline{\text{keine Lösung}}}$ |

| E1 | Ergebnis |
|---|---|
| | f) $x^2-12x=0$ Die Lösung wird durch ausklammern von x gefunden:<br>$x(x-12)=0 \Rightarrow x_1=0$ oder $(x-12)=0 \Rightarrow x_2=12$<br>$\underline{\underline{L=\{0;12\}}}$ |

| E2 | Ergebnis |
|---|---|
| | Die p - q - Formel lautet: $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2-q}$<br>Der Radikand $\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$ wird auch <u>Diskriminante</u> D genannt.<br>Ist der Wert für D negativ $(D<0)$, so kann die Wurzel nicht berechnet werden.<br>$\Rightarrow$ keine Lösung.<br>Isr der Wert für D gleich Null $(D=0)$, so ist auch die Wurzel 0.<br>$\Rightarrow$ eine Lösung $\left(-\frac{p}{2}\right)$<br>Ist der Wert für D größer Null $(D>0)$, so ist die Wurzel lösbar.<br>$\Rightarrow$ zwei Lösungen $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$<br>Zusammenfassung: $D<0 \Rightarrow$ keine Lösung<br>$D=0 \Rightarrow$ eine Lösung<br>$D>0 \Rightarrow$ zwei Lösungen<br>Um sich Arbeit zu ersparen ist es daher sinnvoll, zuerst die Diskriminante zu berechnen. |

| E3 | Ergebnis |
|---|---|
| | $x^2-4x-k=0 \Rightarrow p=-4 \quad q=-k$ Eine Lösung $\Rightarrow D=0$<br>also $D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{4}{2}\right)^2-(-k)=4+k=0 \Rightarrow \underline{\underline{k=-4}}$<br>Lösung: $x_1=-\frac{p}{2}=-\left(-\frac{4}{2}\right)=\underline{\underline{2}}$ |

| E4 | Ergebnisse | |
|---|---|---|
| | a) | $\frac{x}{3}-x^2=0 \Rightarrow L=\left\{0\,;\frac{1}{3}\right\}$ |
| | b) | $73-52s+14s^2=25 \Rightarrow L=\left\{\frac{12}{7}\,;2\right\}$ |
| | c) | $8{,}5x=\frac{1}{16}x^2+\frac{1}{2}x+200 \Rightarrow L=\{34{,}06\,;93{,}93\}$ |
| | d) | $\frac{x^2}{a}-e^{-2}=0 \Rightarrow L=\left\{\frac{\sqrt{a}}{e}\right\};a>0$ |
| | e) | $2a^2+7a+3=0 \Rightarrow L=\left\{-3\,;-\frac{1}{2}\right\}$ |
| | f) | $\frac{1}{4}x^2+65x-3600=0 \Rightarrow L=\{-306{,}91;\,46{,}91\}$ |

| E5 | Ergebnisse | |
|---|---|---|
| | a) | $2x+\frac{2}{x}=5 \Rightarrow D=\mathbb{R}^*\quad L=\{0{,}5\,;2\}$ |
| | b) | $2\sqrt{2}+\frac{2}{\sqrt{2}}=3\sqrt{2}$ |

| E6 | Ergebnis |
|---|---|

6 m

4 m | $A=6\,m\cdot 4\,m$ $=24\,m^2$ | $\Rightarrow$

$6\,m+x$

$2A=$ $(6\,m+x)\cdot(4\,m+x)$ $=48\,m^2$ | $4\,m+x$

$$(6\,m+x)\cdot(4+x)=48\,m^2$$
$$\Leftrightarrow 24\,m^2+6\,m\cdot x+4\,m\cdot x+x^2=48\,m^2 \mid -48\,m^2$$
$$\Leftrightarrow x^2+10\,m\cdot x-24\,m^2=0$$
$$p=10\,m\,;q=-24\,m^2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{10\,m}{2}\right)^2-\left(-24\,m^2\right)=49\,m^2$$
$$\Rightarrow x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=-5\,m\pm\sqrt{49\,m^2}$$
$$\Rightarrow x_1=-5\,m+7\,m=\underline{\underline{2\,m}}\quad\text{oder}\quad x_2=-5\,m-7\,m=\underline{\underline{-12\,m}}$$

Nur die erste Lösung macht Sinn, da es keine negative Länge gibt.

Antwort: Beide Seiten des Rechtecks müssen um 2 m verlängert werden, damit sich die Fläche verdoppelt.

**E7** Ergebnis

$x+1{,}5\text{ m}$

$x$ $A=52\text{ m}^2$

Fläche: $x\left(x+1{,}5\text{ m}\right)=52\text{ m}^2$

$\Leftrightarrow \quad x^2+1{,}5\text{ m}\cdot x=52\text{ m}^2 \;|-52\text{ m}^2$

$\Leftrightarrow \quad x^2+1{,}5\text{ m}\cdot x-52\text{ m}^2=0$

$p=1{,}5\text{ m}\,;\, q=-52\text{ m}^2 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{1{,}5\text{ m}}{2}\right)^2-\left(-52\text{ m}^2\right)=52{,}5625\text{ m}^2$

$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}=-0{,}75\text{ m}\pm\sqrt{52{,}5625\text{ m}^2}$

$x_1=6{,}5\text{ m}$ oder $x_2=-8\text{ m}$ (Es gibt keine negative Länge)

$\underline{\underline{\text{Breite: } 6{,}5\text{ m}}}$ $\underline{\underline{\text{Länge: } 6{,}5\text{ m}+1{,}5\text{ m}=8\text{ m}}}$

Das Spielzimmer ist 8 m lang und 6,5 m breit.

**E8** Ergebnis

$b$

$a$ $A=96\text{ cm}^2$

Rechteckfläche: $a\cdot b=96\text{ cm}^2$

Rechteckumfang: $2a+2b=40\text{ cm}$

Das sind zwei Gleichungen mit zwei Variablen.

Lösung durch Substitution:

I $\quad a\cdot b=96\text{ cm}^2$ Gleichung II nach a auflösen

II $\quad 2a+2b=40\text{ cm}$ und in I einsetzen

$2a+2b=40\text{ cm} \quad\Rightarrow\quad a=20\text{ cm}-b$

In I eingesetzt: $\left(20\text{ cm}-b\right)\cdot b=96\text{ cm}^2$

$\Rightarrow$ quadratische Gleichung: $b^2-20\text{ cm}\cdot b+96\text{ cm}^2=0$

$p=-20\text{ cm} \quad q=96\text{ cm}^2 \Rightarrow D=4\text{ cm}^2$

$b_1=-\frac{p}{2}+\sqrt{D}=10\text{ cm}+2\text{ cm}=12\text{ cm}$

$b_2=-\frac{p}{2}+\sqrt{D}=10\text{ cm}-2\text{ cm}=8\text{ cm}$

$b_1=12\text{ cm}\Rightarrow a=\frac{96\text{ cm}^2}{12\text{ cm}}=8\text{ cm}$

Das Rechteck hat eine Länge von 12 cm und eine Breite von 8 cm.

| E9 | Ergebnis |
|---|---|
| | $(a-b)^2 + 4ab = (a+b)^2 \Leftrightarrow a^2 - 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ |

**E10** Ergebnis

$a \cdot b = 800$ und $2a + b = 100 \Rightarrow b\left(-\frac{b}{2} + 50\right) = 800 \Rightarrow b = 80\text{ m} \quad a = 10\text{ m}$

$A = b\left(-\frac{b}{2} + 50\right)$ Wertetabelle:

| b | 80 | 70 | 60 | 50 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|
| A | 800 | 1050 | 1200 | 1250 | 1200 |

Die maximale Fläche entsteht für $a = 25\text{ m}$ und $b = 50\text{ m} \Rightarrow \underline{\underline{A = 1250\text{ m}}}$