Lösungen Quadratische Gleichungen V

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	$x^2-2x-15=0 \Rightarrow L=\{5\,;-3\}$
	b)	$x-2=3x^2+4 \Rightarrow L=\{\ \}$
	c)	$13x^2-17x+20=18+10x^2-10x \Rightarrow L=\left\{2\,;\frac{1}{3}\right\}$

E2	Ergebnis
	$4x^2=12x \Rightarrow 4x^2-12x=0 \Leftrightarrow 4x(x-3)=0 \Rightarrow L=\{0\,;3\}$ Division durch x ist nur erlaubt für $x \neq 0$

E3	Ergebnisse	
	a)	$ax^2-6x=0 \Rightarrow$ für $a=0$: $L=\{0\}$ für $a\neq 0$: $L=\left\{0\,;\frac{6}{a}\right\}$
	b)	$x^2-2x=(2-a)x^2 \Rightarrow$ für $a=1$: $L=\{0\}$ für $a\neq 1$: $L=\left\{0:\frac{2}{a-1}\right\}$

E4	Ergebnisse	
	a)	$x^2+8x+7=0 \Rightarrow L=\{-1\,;-7\}$
	b)	$x^2-6x+9=0 \Rightarrow L=\{3\}$
	c)	$x^2-4x+13=0 \Rightarrow L=\{\ \}$
	d)	$x^2+2x-1=0 \Rightarrow L=\{-1+\sqrt{2}\,;-1-\sqrt{2}\}$
	e)	$x^2-4x+5=0 \Rightarrow L=\{\ \}$
	f)	$\frac{3x^2-4}{2x+4}=x+\frac{1}{2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$ $L=\{6\,;-1\}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

E5	Ergebnisse
a)	$\frac{x-2}{15}=\frac{1}{x}\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*} \quad L=\{5\,;-3\}$
b)	$\frac{1}{x+3}=x+\frac{1}{3}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{-3\} \quad L=\left\{0\,;-\frac{10}{3}\right\}$
c)	$3=\frac{2}{x}-2x\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*} \quad L=\left\{\frac{1}{2}\,;-2\right\}$
d)	$x+\frac{1}{6x}+\frac{5}{6}=0\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*} \quad L=\left\{-\frac{1}{3}\,;-\frac{1}{2}\right\}$
e)	$\frac{21}{2x}-\frac{5}{2}x=-4\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*} \quad L=\left\{3\,;-\frac{7}{5}\right\}$
f)	$\frac{13}{x-2}+\frac{16}{x+1}=\frac{30}{x}\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*}\setminus\{2\,;-1\} \quad L=\{-4\,;15\}$

E6	Ergebnisse
a)	$\frac{2x+1}{3x-4}=\frac{x+6}{4x+1}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{4}{3}\,;-\frac{1}{4}\right\} \quad L=\{\ \}$
b)	$\frac{x+5}{2}-\frac{6}{x-1}=2\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1\} \quad L=\left\{\sqrt{13}\,;-\sqrt{13}\right\}$
c)	$\frac{2}{a}=a+1\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*} \quad L=\{1;-2\}$
d)	$3-\frac{1}{x}=\frac{2}{x-4}\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*}\setminus\{4\} \quad L=\left\{\frac{5}{2}+\sqrt{\frac{59}{12}}\,;\frac{5}{2}-\sqrt{\frac{59}{12}}\right\}$
e)	$\frac{x^2-2}{x^2-2x}=\frac{x+2}{x}+\frac{x-1}{x-2}\Rightarrow D=\mathbb{R}^{*}\setminus\{2\} \quad L=\{-1\}$
f)	$\frac{2x-8}{x-1}+\frac{2x+6}{x-9}=0\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1;9\} \quad L=\{\ \}$

(c) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

E7	Ergebnisse	
	a)	$\frac{x+4}{x-1}+\frac{x+3}{x-9}=0 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1;9\} \quad L=\left\{\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{321}{16}}\,;\,\frac{3}{4}-\sqrt{\frac{321}{16}}\right\}$
	b)	$x^2-1=\frac{(x-1)^3}{x} \Rightarrow D=\mathbb{R}^* \quad L=\left\{1;\frac{1}{3}\right\}$
	c)	$\frac{7-2v^2}{v-2}=v+1+\frac{3v}{v-2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{2\} \quad L=\left\{-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\sqrt{28}\,;-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\sqrt{28}\right\}$
	d)	$\frac{36}{m+1}-15=\frac{4}{m} \Rightarrow D=\mathbb{R}^*\setminus\{-1\} \quad L=\left\{\frac{4}{5};\frac{1}{3}\right\}$
	e)	$\frac{a^2+2a+1}{(a-3)(a-1)}=\frac{a+1}{a-1}+\frac{a+2}{a-3} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{3;1\} \quad L=\left\{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{33}\,;\,\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{33}\right\}$
	f)	$\frac{x-1}{x-2}-7=-\frac{x+3}{x-2} \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{2\} \quad L=\left\{\frac{16}{5}\right\}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung
a)	$x^2-2x-15=0$ $p=-2\Rightarrow -\frac{p}{2}=1 \quad q=-15$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+15=16\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{16}=4$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\quad x_1=1+4=\underline{\underline{5}}$, $\quad x_2=1-4=\underline{\underline{-3}}$ $\quad\Rightarrow \underline{\underline{L=\{5\,;-3\}}}$

A1	Ausführliche Lösung
b)	$x-2=3x^2+4\,\vert -x+2$ $\Leftrightarrow 0=3x^2-x+6\Leftrightarrow 3x^2-x+6=0\,\vert:3$ $\Leftrightarrow x^2-\frac{1}{3}x+2=0$ $p=-\frac{1}{3}\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{1}{6}\quad q=2$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{36}-2=\frac{1}{36}-\frac{72}{36}=-\frac{71}{36}<0\Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$

A1	Ausführliche Lösung
c)	$13x^2-17x+20=18+10x^2-10x\,\vert -18-10x^2+10x$ $\Leftrightarrow 3x^2-7x+2=0\,\vert:3\Leftrightarrow x^2-\frac{7}{3}x+\frac{2}{3}=0$ $p=-\frac{7}{3}\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{7}{6}\quad q=\frac{2}{3}$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{49}{36}-\frac{2}{3}=\frac{49}{36}-\frac{24}{36}=\frac{25}{36}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{25}{36}}=\frac{5}{6}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\quad x_1=\frac{7}{6}+\frac{5}{6}=\frac{12}{6}=\underline{\underline{2}}$, $\quad x_2=\frac{7}{6}-\frac{5}{6}=\frac{2}{6}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}}$ $\quad\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{2\,;\frac{1}{3}\right\}}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A2 Ausführliche Lösung

$$4x^2 = 12x \mid -12 \Leftrightarrow 4x^2 - 12x = 0$$

$$\Leftrightarrow 4x(x-3) = 0 \quad \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$4x = 0 \quad \vee \quad x - 3 = 0$$

$$4x = 0 \mid :4 \Leftrightarrow x_1 = \underline{\underline{0}}$$

$$x - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow x_2 = \underline{\underline{3}} \qquad \Rightarrow \underline{\underline{L = \{0\,;3\}}}$$

Division durch x ist nur erlaubt für x ungleich Null. Denn durch Null darf man nicht dividieren.

A3 Ausführliche Lösung

Berechnen Sie die Lösungsmenge für a = 0 und für a ungleich Null.

a)

$$ax^2 - 6x = 0 \Rightarrow \text{für } a = 0: \quad -6x = 0 \mid :(-6) \Leftrightarrow x = \underline{\underline{0}} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{0\}}}$$

$$ax^2 - 6x = 0 \Rightarrow \text{für } a \neq 0:$$

$x(ax-6) = 0$ Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:

$$x_1 = \underline{\underline{0}} \quad \vee \quad ax - 6 = 0 \mid +6 \Leftrightarrow ax = 6 \mid :a \Leftrightarrow x_2 = \underline{\underline{\frac{6}{a}}} \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{0\,;\frac{6}{a}\right\}}}$$

A3 Ausführliche Lösung

Berechnen Sie die Lösungsmenge in Abhängigkeit von a.

b)

$$x^2 - 2x = (2-a)x^2 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 2x^2 - ax^2 \mid -2x^2 + ax^2$$

$$\Leftrightarrow -x^2 + ax^2 - 2x = 0$$

$$\Leftrightarrow x(ax - x - 2) = 0$$

$$\Leftrightarrow x\left[x(a-1) - 2\right] = 0$$

$$\text{Fall 1: } a = 1 \Rightarrow x\left[x(1-1) - 2\right] = 0 \Leftrightarrow -2x = 0 \mid :(-2) \Leftrightarrow x = \underline{\underline{0}} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{0\}}}$$

$$\text{Fall 2: } a \neq 1 \Rightarrow x\left[x(a-1) - 2\right] = 0 \quad \text{Satz vom Nullprodukt}$$

$$x_1 = \underline{\underline{0}} \quad \vee \quad x(a-1) - 2 = 0 \mid +2$$

$$\Leftrightarrow x(a-1) = 2 \mid :(a-1)$$

$$\Leftrightarrow x_2 = \underline{\underline{\frac{2}{(a-1)}}} \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{0 : \frac{2}{a-1}\right\}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A4	Ausführliche Lösung	
	a)	$x^2 + 8x + 7 = 0$ $p = 8 \Rightarrow -\frac{p}{2} = -4 \quad q = 7$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_1 = -4 + 3 = \underline{\underline{-1}} \\ x_2 = -4 - 3 = \underline{\underline{-7}} \end{vmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-1; -7\}}}$

A4	Ausführliche Lösung	
	b)	$x^2 - 6x + 9 = 0$ $p = -6 \Rightarrow -\frac{p}{2} = 3 \quad q = 9$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 9 = 0 \Rightarrow$ nur eine Lösung $x = -\frac{p}{2} = 3 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{3\}}}$

A4	Ausführliche Lösung	
	c)	$x^2 - 4x + 13 = 0$ $p = -4 \Rightarrow -\frac{p}{2} = 2 \quad q = 13$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 13 = -9 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{\ \}}}$

A4	Ausführliche Lösung	
	d)	$x^2 + 2x - 1 = 0$ $p = 2 \Rightarrow -\frac{p}{2} = -1 \quad q = -1$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{2}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \begin{vmatrix} x_1 = \underline{\underline{-1 + \sqrt{2}}} \\ x_2 = \underline{\underline{-1 - \sqrt{2}}} \end{vmatrix} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-1 + \sqrt{2}; -1 - \sqrt{2}\}}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A4	Ausführliche Lösung
	e) $x^2 - 4x + 5 = 0$ $p = -4 \Rightarrow -\frac{p}{2} = 2 \quad q = 5$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 - 5 = -1 < 0 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{\ \}}}$

A4	Ausführliche Lösung Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht -2 sein.
	f) $\frac{3x^2 - 4}{2x + 4} = x + \frac{1}{2} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$ $\frac{3x^2 - 4}{2(x+2)} = x + \frac{1}{2}$ Hauptnenner : $2(x+2)$ $\Rightarrow \frac{3x^2 - 4}{2(x+2)} = \frac{2x(x+2)}{2(x+2)} + \frac{x+2}{2(x+2)} \mid \cdot 2(x+2)$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = 2x(x+2) + x + 2$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = 2x^2 + 4x + x + 2$ $\Leftrightarrow 3x^2 - 4 = 2x^2 + 5x + 2 \mid -2x^2 - 5x - 2$ $\Leftrightarrow x^2 - 5x - 6 = 0$ $p = -5 \Rightarrow -\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad q = -6$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{4} + 6 = \frac{25}{4} + \frac{24}{4} = \frac{49}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_1 = \frac{5}{2} + \frac{7}{2} = \frac{12}{2} = \underline{\underline{6}}$; $x_2 = \frac{5}{2} - \frac{7}{2} = -\frac{2}{2} = \underline{\underline{-1}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{6; -1\}}}$

A5	Ausführliche Lösung Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null sein.
	a) $\frac{x-2}{15} = \frac{1}{x} \Rightarrow D = \mathbb{R}^*$ $\frac{x-2}{15} = \frac{1}{x} \mid \cdot x$ $\Leftrightarrow \frac{x(x-2)}{15} = 1 \mid \cdot 15$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x = 15 \mid -15$ $\Leftrightarrow x^2 - 2x - 15 = 0$ $p = -2 \Rightarrow -p/2 = 1 \quad q = -15$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + 15 = 16$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{16} = 4$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ | $x_1 = 1 + 4 = \underline{\underline{5}}$; $x_2 = 1 - 4 = \underline{\underline{-3}}$ $\underline{\underline{L = \{5; -3\}}}$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht -3 sein.

b)

$$\frac{1}{x+3} = x + \frac{1}{3} \Rightarrow D = \mathbb{R} \setminus \{-3\}$$

$$\frac{1}{x+3} = x + \frac{1}{3} \mid \cdot (x+3)$$

$$\Leftrightarrow 1 = x(x+3) + \frac{1}{3}(x+3)$$

$$\Leftrightarrow 1 = x^2 + 3x + \frac{1}{3}x + 1 \mid -1$$

$$\Leftrightarrow 0 = x^2 + \frac{10}{3}x \qquad \text{x ausklammern}$$

$$\Leftrightarrow x\left(x + \frac{10}{3}\right) = 0$$

Satz vom Nullprodukt:

$$x = 0 \quad \vee \quad x + \frac{10}{3} = 0$$

$$x = 0 \Rightarrow x_1 = \underline{\underline{0}}$$

$$x + \frac{10}{3} = 0 \mid -\frac{10}{3}$$

$$\Leftrightarrow x = -\frac{10}{3} \Rightarrow x_2 = \underline{\underline{-\frac{10}{3}}}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{0; -\frac{10}{3}\right\}}}$$

A5 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null sein.

c)

$$3 = \frac{2}{x} - 2x \Rightarrow D = \mathbb{R}^*$$

$$3 = \frac{2}{x} - 2x \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow 3x = 2 - 2x^2 \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow 0 = -2x^2 - 3x + 2 \mid :(-2)$$

$$\Leftrightarrow 0 = x^2 + \frac{3}{2}x - 1$$

$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{3}{2}x - 1 = 0$$

$$p = \frac{3}{2} \Rightarrow -\frac{p}{2} = -\frac{3}{4} \quad q = -1$$

$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{16} + 1 = \frac{9}{16} + \frac{16}{16} = \frac{25}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{25}{16}} = \frac{5}{4}$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$$

$$x_1 = -\frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{2}{4} = \underline{\underline{\frac{1}{2}}}$$

$$x_2 = -\frac{3}{4} - \frac{5}{4} = -\frac{8}{4} = \underline{\underline{-2}}$$

$$\underline{\underline{L = \left\{\frac{1}{2}; -2\right\}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A5 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null sein.

d)

$$x+\frac{1}{6x}+\frac{5}{6}=0 \Rightarrow D=\mathbb{R}^*$$

$$x+\frac{1}{6x}+\frac{5}{6}=0 \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{1}{6}+\frac{5}{6}x=0$$

$$\Leftrightarrow x^2+\frac{5}{6}x+\frac{1}{6}=0$$

$$p=\frac{5}{6} \Rightarrow -\frac{p}{2}=-\frac{5}{12} \qquad q=\frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{25}{144}-\frac{1}{6}=\frac{25}{144}-\frac{24}{144}=\frac{1}{144}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{1}{144}}=\frac{1}{12}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1=-\frac{5}{12}+\frac{1}{12}=-\frac{4}{12}=-\underline{\underline{\frac{1}{3}}} \\ x_2=-\frac{5}{12}-\frac{1}{12}=-\frac{6}{12}=-\underline{\underline{\frac{1}{2}}} \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{L=\left\{-\frac{1}{3};-\frac{1}{2}\right\}}}$$

A5 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null sein.

e)

$$\frac{21}{2x}-\frac{5}{2}x=-4 \Rightarrow D=\mathbb{R}^*$$

$$\frac{21}{2x}-\frac{5}{2}x=-4 \mid \cdot x$$

$$\Leftrightarrow \frac{21}{2}-\frac{5}{2}x^2=-4x \mid +4x$$

$$\Leftrightarrow -\frac{5}{2}x^2+4x+\frac{21}{2}=0 \mid \cdot\left(-\frac{2}{5}\right)$$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x-\frac{21}{5}=0$$

$$p=-\frac{8}{5} \Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{4}{5} \qquad q=-\frac{21}{5}$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}+\frac{21}{5}=\frac{16}{25}+\frac{105}{25}=\frac{121}{25}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{121}{25}}=\frac{11}{5}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \quad \left| \begin{array}{l} x_1=\frac{4}{5}+\frac{11}{5}=\frac{15}{5}=\underline{\underline{3}} \\ x_2=\frac{4}{5}-\frac{11}{5}=-\underline{\underline{\frac{7}{5}}} \end{array} \right.$$

$$\underline{\underline{L=\left\{3;-\frac{7}{5}\right\}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A5 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null, nicht 2 und auch nicht -1 sein.

f)

$$\frac{13}{x-2}+\frac{16}{x+1}=\frac{30}{x}\Rightarrow D=\mathbb{R}^*\setminus\{2;-1\}$$

Hauptnenner : $x(x+1)(x-2)$

$$\Rightarrow \frac{13x(x+1)}{x(x+1)(x-2)}+\frac{16x(x-2)}{x(x+1)(x-2)}=\frac{30(x+1)(x-2)}{x(x+1)(x-2)}$$

$$\Leftrightarrow \frac{13x(x+1)+16x(x-2)}{x(x+1)(x-2)}=\frac{30(x^2-2x+x-2)}{x(x+1)(x-2)}\ |\cdot x(x+1)(x-2)$$

$$\Leftrightarrow 13x^2+13x+16x^2-32x=30x^2-60x+30x-60$$

$$\Leftrightarrow 29x^2-19x=30x^2-30x-60\ |-29x^2+19x$$

$$\Leftrightarrow 0=x^2-11x-60 \Leftrightarrow x^2-11x-60=0$$

$$p=-11\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{11}{2}\qquad q=-60$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{121}{4}+60=\frac{121}{4}+\frac{240}{4}=\frac{361}{4}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{361}{4}}=\frac{19}{2}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=\frac{11}{2}+\frac{19}{2}=\frac{30}{2}=\underline{\underline{15}} \\ x_2=\frac{11}{2}-\frac{19}{2}=-\frac{8}{2}=\underline{\underline{-4}} \end{array}\right.\Rightarrow \underline{\underline{L=\{15;-4\}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A6 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht 4/3 und auch nicht -1/4 sein.

a) $\frac{2x+1}{3x-4}=\frac{x+6}{4x+1}$

Bestimmen der Definitionsmenge:

$$3x-4=0\,|+4 \Leftrightarrow 3x=4\,|:3 \Leftrightarrow x=\frac{4}{3}$$

$$4x+1=0\,|-1 \Leftrightarrow 4x=-1\,|:4 \Leftrightarrow x=-\frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{4}{3};-\frac{1}{4}\right\}$$

$$\text{Hauptnenner}: (3x-4)(4x+1)$$

$$\Rightarrow \frac{(2x+1)(4x+1)}{(3x-4)(4x+1)}=\frac{(x+6)(3x-4)}{(3x-4)(4x+1)}\,|\cdot(3x-4)(4x+1)$$

$$\Leftrightarrow (2x+1)(4x+1)=(x+6)(3x-4)$$

$$\Leftrightarrow 8x^2+2x+4x+1=3x^2-4x+18x-24$$

$$\Leftrightarrow 8x^2+6x+1=3x^2+14x-24\,|-3x^2-14x+24$$

$$\Leftrightarrow 5x^2-8x+25=0\,|:5 \Leftrightarrow x^2-\frac{8}{5}x+5=0$$

$$p=-\frac{8}{5}\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{4}{5} \qquad q=5$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{16}{25}-5=\frac{16}{25}-\frac{125}{25}=-\frac{109}{25}<0\Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

Da die Diskriminante kleiner als Null ist, hat die quadratische Gleichung keine Lösung. Das bedeutet, die Bruchgleichung hat ebenfalls keine Lösung.

A6 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht 1 sein.

b) $\frac{x+5}{2}-\frac{6}{x-1}=2\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

$$\text{Hauptnenner}: 2(x-1)$$

$$\frac{(x+5)(x-1)}{2(x-1)}-\frac{6\cdot 2}{2(x-1)}=\frac{2\cdot 2(x-1)}{2(x-1)}\,|\cdot 2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(x-1)-6\cdot 2=2\cdot 2(x-1)$$

$$\Leftrightarrow x^2-x+5x-5-12=4x-4\,|-4x+4$$

$$\Leftrightarrow x^2+4x-4x-17+4=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-13=0\,|+13$$

$$\Leftrightarrow x^2=13\,|\sqrt{\ }$$

$$\Leftrightarrow |x|=\sqrt{13}\Rightarrow x_1=\underline{\underline{\sqrt{13}}} \qquad x_2=\underline{\underline{-\sqrt{13}}}$$

$$\underline{\underline{L=\left\{\sqrt{13};-\sqrt{13}\right\}}}$$

(c) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A6 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: a darf nicht Null sein.

Statt x ist a die Variable nach der die quadratische Gleichung aufzulösen ist.

c)

$\frac{2}{a} = a + 1 \Rightarrow D = \mathbb{R}^*$

$\frac{2}{a} = a + 1 \mid \cdot a$

$\Leftrightarrow 2 = a^2 + a \mid -2$

$\Leftrightarrow 0 = a^2 + a - 2$

$\Leftrightarrow a^2 + a - 2 = 0$

$p = 1 \Rightarrow -\frac{p}{2} = -\frac{1}{2} \quad q = -2$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 2 = \frac{1}{4} + \frac{8}{4} = \frac{9}{4}$

$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2}$

$a_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$a_1 = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2} = \frac{2}{2} = \underline{\underline{1}}$

$a_2 = -\frac{1}{2} - \frac{3}{2} = -\frac{4}{2} = \underline{\underline{-2}}$

$\underline{\underline{L = \{1; -2\}}}$

A6 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null und auch nicht 4 sein.

d)

$3 - \frac{1}{x} = \frac{2}{x-4} \Rightarrow D = \mathbb{R}^* \setminus \{4\}$

Hauptnenner : $x(x-4)$

$\Rightarrow \frac{3 \cdot x(x-4)}{x(x-4)} - \frac{1 \cdot (x-4)}{x(x-4)} = \frac{2 \cdot x}{x(x-4)} \mid \cdot x(x-4)$

$\Leftrightarrow 3 \cdot x(x-4) - 1 \cdot (x-4) = 2x$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 12x - x + 4 = 2x$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 13x + 4 = 2x \mid -2x$

$\Leftrightarrow 3x^2 - 15x + 4 = 0 \mid :3$

$\Leftrightarrow x^2 - 5x + \frac{4}{3} = 0$

$p = -5 \Rightarrow -\frac{p}{2} = \frac{5}{2} \quad q = \frac{4}{3}$

$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{25}{4} - \frac{4}{3} = \frac{75}{12} - \frac{16}{12} = \frac{59}{12} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{59}{12}}$

$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$

$x_1 = \underline{\underline{\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{59}{12}}}}$

$x_2 = \underline{\underline{\frac{5}{2} - \sqrt{\frac{59}{12}}}}$

$\Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{\frac{5}{2} + \sqrt{\frac{59}{12}}; \frac{5}{2} - \sqrt{\frac{59}{12}}\right\}}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A6	Ausführliche Lösung Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null und auch nicht 2 sein.	
	e)	$\frac{x^2-2}{x^2-2x}=\frac{x+2}{x}+\frac{x-1}{x-2}\Rightarrow D=\mathbb{R}^*\setminus\{2\}$ $\text{Hauptnenner}: x(x-2)\text{ weil } x^2-2x=x(x-2)$ $\Rightarrow \frac{x^2-2}{x(x-2)}=\frac{(x+2)(x-2)}{x(x-2)}+\frac{(x-1)x}{x(x-2)}\,\Big\vert\cdot x(x-2)$ $\Leftrightarrow x^2-2=\underbrace{(x+2)(x-2)}_{\text{3. bin. Formel}}+(x-1)x$ $\Leftrightarrow x^2-2=x^2-4+x^2-x$ $\Leftrightarrow x^2-2=2x^2-x-4\,\vert-x^2+2$ $\Leftrightarrow 0=x^2-x-2\Leftrightarrow x^2-x-2=0$ $p=-1\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{1}{2}\quad q=-2$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+2=\frac{1}{4}+\frac{8}{4}=\frac{9}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{9}{4}}=\frac{3}{2}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \Big\vert\ x_1=\frac{1}{2}+\frac{3}{2}=\frac{4}{2}=\underline{\underline{2}}$ keine Lösung $\quad x_2=\frac{1}{2}-\frac{3}{2}=-\frac{2}{2}=\underline{\underline{-1}}\quad\Rightarrow \underline{\underline{L=\{-1\}}}$ Der formal berechnete Wert x = 2 ist keine Lösung der Bruchgleichung, da 2 nicht zur Definitionsmenge gehört.

(C) Rudolf Brinkmann Original- Dokumente ohne Copyright- Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A6 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht 1 und auch nicht 9 sein.

f)

$$\frac{2x-8}{x-1}+\frac{2x+6}{x-9}=0 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1;9\}$$

$$\text{Hauptnenner}:(x-1)(x-9)$$

$$\Rightarrow \frac{(2x-8)(x-9)}{(x-1)(x-9)}+\frac{(2x+6)(x-1)}{(x-1)(x-9)}=0\,|\cdot(x-1)(x-9)$$

$$\Leftrightarrow (2x-8)(x-9)+(2x+6)(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-18x-8x+72+2x^2-2x+6x-6=0$$

$$\Leftrightarrow 4x^2-22x+66=0\,|:4$$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{11}{2}x+\frac{33}{2}=0$$

$$p=-\frac{11}{2}\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{11}{4}\qquad q=\frac{33}{2}$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{121}{16}-\frac{33}{2}=\frac{121}{16}-\frac{264}{16}=-\frac{143}{16}<0\Rightarrow \underline{\underline{L=\{\ \}}}$$

Da die Diskriminante kleiner als Null ist, hat die quadratische Gleichung keine Lösung. Das bedeutet, die Bruchgleichung hat ebenfalls keine Lösung.

A7 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht 1 und auch nicht 9 sein.

a)

$$\frac{x+4}{x-1}+\frac{x+3}{x-9}=0 \Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{1;9\}$$

$$\text{Hauptnenner}:(x-1)(x-9)$$

$$\Rightarrow \frac{(x+4)(x-9)}{(x-1)(x-9)}+\frac{(x+3)(x-1)}{(x-1)(x-9)}=0\,|\cdot(x-1)(x-9)$$

$$\Leftrightarrow (x+4)(x-9)+(x+3)(x-1)=0$$

$$\Leftrightarrow x^2-9x+4x-36+x^2-x+3x-3=0$$

$$\Leftrightarrow 2x^2-3x-39=0\,|:2$$

$$\Leftrightarrow x^2-\frac{3}{2}x-\frac{39}{2}=0$$

$$p=-\frac{3}{2}\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{3}{4}\qquad q=-\frac{39}{2}$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{16}+\frac{39}{2}=\frac{9}{16}+\frac{312}{16}=\frac{321}{16}\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{321}{16}}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\quad \begin{array}{l} x_1=\underline{\underline{\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{321}{16}}}} \\ x_2=\underline{\underline{\frac{3}{4}-\sqrt{\frac{321}{16}}}} \end{array}\right.\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{3}{4}+\sqrt{\frac{321}{16}};\frac{3}{4}-\sqrt{\frac{321}{16}}\right\}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann Original-Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de

A7 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht Null sein.

b)

$$x^2 - 1 = \frac{(x-1)^3}{x} \Rightarrow D = \mathbb{R}^*$$

$x^2 - 1$ ist nach der 3. binomischen Formel $(x-1)(x+1)$

$$(x-1)^3 = (x-1)\underbrace{(x-1)^2}_{\text{2. bin. Formel}} = (x-1)(x^2-2x+1)$$

damit wird aus obiger Bruchgleichung:

$$(x-1)(x+1) = \frac{(x-1)(x^2-2x+1)}{x} \quad | \cdot x$$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x+1) = (x-1)(x^2-2x+1) \quad | -(x-1)(x^2-2x+1)$$

$$\Leftrightarrow x(x-1)(x+1) - (x-1)(x^2-2x+1) = 0 \quad | \ (x-1) \text{ ausklammern}$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left[x(x+1) - (x^2-2x+1)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left[x^2 + x - x^2 + 2x - 1\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(3x-1) = 0$$ Nach dem Satz vom Nullprodukt gilt:

$$x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_1 = \underline{\underline{1}} \quad \vee \quad 3x - 1 = 0 \Leftrightarrow x_2 = \underline{\underline{\frac{1}{3}}} \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{1; \frac{1}{3}\right\}}}$$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word-Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A7	Ausführliche Lösung Zu beachten ist die Definitionsmenge: v darf nicht 2 sein. Statt x ist v die Variable nach der die quadratische Gleichung aufzulösen ist.	
	c)	$\frac{7-2v^2}{v-2} = v+1+\frac{3v}{v-2} \Rightarrow D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$ Hauptnenner : v − 2 $\Rightarrow \frac{7-2v^2}{v-2} = \frac{(v+1)(v-2)}{v-2}+\frac{3v}{v-2} \mid \cdot(v-2)$ $\Leftrightarrow 7-2v^2 = v^2-2v+v-2+3v$ $\Leftrightarrow 7-2v^2 = v^2+2v-2 \mid -7+2v^2$ $\Leftrightarrow 0 = 3v^2+2v-9 \Leftrightarrow 3v^2+2v-9=0 \mid :3$ $\Leftrightarrow v^2+\frac{2}{3}v-3=0$ $p=\frac{2}{3} \Rightarrow -\frac{p}{2} = -\frac{1}{3} \quad q=-3$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{9}+3 = \frac{1}{9}+\frac{27}{9} = \frac{28}{9} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{28}{9}} = \frac{1}{3}\sqrt{28}$ $v_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D}$ $\quad \underline{\underline{v_1 = -\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\sqrt{28}}}$ $\quad \underline{\underline{v_2 = -\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\sqrt{28}}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{-\frac{1}{3}+\frac{1}{3}\sqrt{28}\,;\,-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}\sqrt{28}\right\}}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Word- Dokumente
ohne Copyright- Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A7	Ausführliche Lösung Zu beachten ist die Definitionsmenge: m darf nicht Null und auch nicht -1 sein. Statt x ist m die Variable nach der die quadratische Gleichung aufzulösen ist.	
	d)	$\frac{36}{m+1}-15=\frac{4}{m}\Rightarrow D=\mathbb{R}^*\setminus\{-1\}$ Hauptnenner : $m(m+1)$ $\Rightarrow \frac{36m}{m(m+1)}-\frac{15m(m+1)}{m(m+1)}=\frac{4(m+1)}{m(m+1)} \mid \cdot m(m+1)$ $\Leftrightarrow 36m-15m^2-15m=4m+4$ $\Leftrightarrow -15m^2+21m=4m+4 \mid -4m-4$ $\Leftrightarrow -15m^2+17m-4=0 \mid :(-15)$ $\Leftrightarrow m^2-\frac{17}{15}m+\frac{4}{15}=0$ $p=-\frac{17}{15}\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{17}{30} \quad q=\frac{4}{15}$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{289}{900}-\frac{4}{15}=\frac{289}{900}-\frac{240}{900}=\frac{49}{900}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{49}{900}}=\frac{7}{30}$ $m_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\left\vert \begin{array}{l} m_1=\frac{17}{30}+\frac{7}{30}=\frac{24}{30}=\underline{\underline{\frac{4}{5}}} \\ m_2=\frac{17}{30}-\frac{7}{30}=\frac{10}{30}=\underline{\underline{\frac{1}{3}}} \end{array}\right.$ $\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{4}{5};\frac{1}{3}\right\}}}$

(C) Rudolf Brinkmann
Original Dokumente
ohne Copyright-Vermerk
erhalten Sie unter:
http://www.brinkmann-du.de

A7 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: a darf nicht 3 und auch nicht 1 sein.
Statt x ist a die Variable nach der die quadratische Gleichung aufzulösen ist.

e)

$$\frac{a^2+2a+1}{(a-3)(a-1)}=\frac{a+1}{a-1}+\frac{a+2}{a-3}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{3;1\}$$

Hauptnenner: $(a-3)(a-1)$

$$\Rightarrow \frac{a^2+2a+1}{(a-3)(a-1)}=\frac{(a+1)(a-3)}{(a-3)(a-1)}+\frac{(a+2)(a-1)}{(a-3)(a-1)}\,|\cdot(a-3)(a-1)$$

$$\Leftrightarrow a^2+2a+1=(a+1)(a-3)+(a+2)(a-1)$$

$$\Leftrightarrow a^2+2a+1=a^2-3a+a-3+a^2-a+2a-2$$

$$\Leftrightarrow a^2+2a+1=2a^2-a-5\,|-a^2-2a-1$$

$$\Leftrightarrow 0=a^2-3a-6\Leftrightarrow a^2-3a-6=0$$

$$p=-3\Rightarrow -\frac{p}{2}=\frac{3}{2}\quad q=-6$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{4}+6=\frac{9}{4}+\frac{24}{4}=\frac{33}{4}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{33}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{33}$$

$$a_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} a_1=\underline{\underline{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{33}}}\\ a_2=\underline{\underline{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{33}}}\end{array}\right.\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{3}{2}+\frac{1}{2}\sqrt{33}\,;\,\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\sqrt{33}\right\}}}$$

A7 Ausführliche Lösung

Zu beachten ist die Definitionsmenge: x darf nicht 2 sein.

f)

$$\frac{x-1}{x-2}-7=\frac{x+3}{x-2}\Rightarrow D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$$

Hauptnenner: $(x-2)$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{(x-2)}-\frac{7(x-2)}{(x-2)}=-\frac{x+3}{(x-2)}\,|\cdot(x-2)$$

$\Leftrightarrow x-1-7(x-2)=-(x+3)$ Bruchstrich ersetzt Klammer

$$\Leftrightarrow -x-1-7x+14=-x-3$$

$$\Leftrightarrow -6x+13=x+3=-x-3\,|+x+3$$

$$\Leftrightarrow -5x+16=0\,|-16\Leftrightarrow -5x=-16\,|:(-5)$$

$$\Leftrightarrow x=\underline{\underline{\frac{16}{5}}}\Rightarrow \underline{\underline{L=\left\{\frac{16}{5}\right\}}}$$

Die Äquivalenzumformung der Bruchgleichung führt auf eine lineare Gleichung. Diese hat nur eine Lösung.

(C) Rudolf Brinkmann Original Word-Dokumente ohne Copyright-Vermerk erhalten Sie unter: http://www.brinkmann-du.de