Lösungen quadratische Gleichungen IV

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	$(x+2)^2 = 16 \Rightarrow L = \{-6\,;2\}$
	b)	$2(x+3)^2 - 18 = 0 \Rightarrow L = \{-6\,;0\}$
	c)	$(x+3)^2 - 9 = 0 \Rightarrow L = \{-6\,;0\}$
	d)	$(3x+2)^2 = 121 \Rightarrow L = \left\{-\frac{13}{3}\,;3\right\}$
	e)	$4(x-4)^2 = 32 \Rightarrow L = \left\{4-\sqrt{8}\,;4+\sqrt{8}\right\}$
	f)	$(x-2)^2 - (x+3)^2 = 0 \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$

E2	Ergebnisse	
	a)	$x^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow L = \{1;7\}$
	b)	$2x^2 - 16x + 14 = 0 \Rightarrow L = \{1;7\}$
	c)	$9x^2 + 6x + 1 = 0 \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{3}\right\}$
	d)	$x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow L = \{-6\}$
	e)	$x^2 + 4x + 4 = 1 \Rightarrow L = \{-3;-1\}$
	f)	$2x^2 - 4x - 6 = 0 \Rightarrow L = \{-1;3\}$

E3	Ergebnisse	
	a)	$-x^2 - 4x + 5 = 0 \Rightarrow L = \{-5\,;1\}$
	b)	$-4x^2 + 20 = 16x \Rightarrow L = \{-5\,;1\}$
	c)	$-x^2 + x = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \{\ \}$
	d)	$x^2 - 5x + 6 = 0 \Rightarrow L = \{2\,;3\}$
	e)	$x^2 - 4x - 1 = 0 \Rightarrow L = \left\{2-\sqrt{5}\,;2+\sqrt{5}\right\}$
	f)	$x^2 - 8x - 16 = 0 \Rightarrow L = \left\{4-4\sqrt{2}\,;4+4\sqrt{2}\right\}$

E4	Ergebnisse	
	a)	$2x^2 - 11x - 6 = 0 \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{2}\,; 6 \right\}$
	b)	$3x^2 + 12x + 3 = 0 \Rightarrow L = \left\{ -2 - \sqrt{3}\,; -2 + \sqrt{3} \right\}$
	c)	$5x^2 + 3x - 2 = 0 \Rightarrow L = \left\{ -1\,; \frac{2}{5} \right\}$
	d)	$2x^2 + \sqrt{11}x - 11 = 0 \Rightarrow L = \left\{ -\sqrt{11}\,; \frac{1}{2}\sqrt{11} \right\}$
	e)	$\frac{1}{3}x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0 \Rightarrow L = \left\{ 2 \right\}$
	f)	$-x^2 + 8x - 8 = 0 \Rightarrow L = \left\{ 4 - \sqrt{8}\,; 4 + \sqrt{8} \right\}$

E5	Ergebnisse	
	a)	$8x^2 + 3x = 0 \Rightarrow L = \left\{ -\frac{3}{8}\,; 0 \right\}$
	b)	$x^2 - x = 0 \Rightarrow L = \left\{ 0\,; 1 \right\}$
	c)	$\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow L = \left\{ 0\,; 3 \right\}$
	d)	$-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0 \Rightarrow L = \left\{ -\frac{2}{5}\,; 0 \right\}$
	e)	$\frac{4}{5}\left(x^2 - 4x\right) = 0 \Rightarrow L = \left\{ 0\,; 4 \right\}$
	f)	$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0 \Rightarrow L = \left\{ -1\,; 0 \right\}$
	g)	$-\frac{1}{8}x^2 + 2kx = 0 \Rightarrow L = \left\{ 0\,; 16k \right\}$
	h)	$\frac{x^2}{k} - kx = 0\,;\, k \neq 0 \Rightarrow L = \left\{ 0\,; k^2 \right\}$
	i)	$\frac{k}{2}x - kx^2 = 0\,;\, k \neq 0 \Rightarrow L = \left\{ 0\,; \frac{1}{2} \right\}$

E6	Ergebnis
	$L = \left\{ -9\,; 8 \right\}$ Die Zahlen heißen -9 oder 8.

E7	Ergebnis
	$L = \left\{ 9 \right\}$ Die Zahl heißt 9.

E8	Ergebnis
	$L = \left\{ 102{,}5\,; 68{,}3 \right\}\,; a \approx 102{,}5\,; b \approx 68{,}3$
	Der Sportplatz ist 102,5 m lang und 68,3 m breit.

E9	Ergebnis
	$L = \{18\,;13{,}5\}\,;\,a = 18\,;\,b = 13{,}5$ Das Rechteck ist 18 m lang und 13,5 m breit.

E10	Ergebnis
	$L = \{3\,;-3\}\quad 3\cdot 4 - 9 = 3\quad (-3)\cdot(-2) - 9 = -3$

Ausführliche Lösungen:

A1	Hinweise zu Quadraten und Beträgen
	Es gilt: $\sqrt{x^2} = \lvert x\rvert$ $\lvert x\rvert = \begin{cases} x & \text{falls } x \geq 0 \\ -x & \text{falls } x < 0 \end{cases}$ Es gilt: $\sqrt{(x+a)^2} = \lvert x+a\rvert$ $\lvert x+a\rvert = \begin{cases} x+a & \text{falls } x+a \geq 0 \\ -(x+a) & \text{falls } x+a < 0 \end{cases}$ Bei der Auflösung von Beträgen sind also stets zwei Fälle zu betrachten. Das gilt auch bei der Lösung von Betragsgleichungen, wie sie oft im Zusammenhang mit quadratischern Gleichungen auftreten. Das soll folgendes Beispiel zeigen. $x+3 = 25 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \lvert x+3\rvert = \sqrt{25} \Leftrightarrow \lvert x+3\rvert = 5$ Fall I: $x+3 \geq 0 \Rightarrow x+3 = 5 \mid -3 \Leftrightarrow x = 2 \Leftrightarrow x_1 = 2$ Fall II: $x+3 < 0 \Rightarrow -(x+3) = 5 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow x+3 = -5 \mid -3 \Leftrightarrow x = -8 \Leftrightarrow x_2 = -8$ Kurzform: $\lvert x+3\rvert = 5 \Leftrightarrow x+3 = \pm 5 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -3+5 = 2 \\ x_2 = -3-5 = -8 \end{array}$

A1	Ausführliche Lösung
a)	$(x+2)^2 = 16 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \lvert x+2\rvert = \sqrt{16}$ $\Leftrightarrow \lvert x+2\rvert = 4 \Leftrightarrow x+2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -2+4 = 2 \\ x_2 = -2-4 = -6 \end{array} \Rightarrow L = \{-6\,;2\}$

A1	Ausführliche Lösung
b)	$2(x+3)^2 - 18 = 0 \mid +18$ $\Leftrightarrow 2(x+3)^2 = 18 \mid :2$ $\Leftrightarrow (x+3)^2 = 9 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \lvert x+3\rvert = \sqrt{9}$ $\Leftrightarrow \lvert x+3\rvert = 3 \Leftrightarrow x+3 = \pm 3 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -3+3 = 0 \\ x_2 = -3-3 = -6 \end{array} \Rightarrow L = \{-6\,;0\}$

A1	Ausführliche Lösung
c)	$(x+3)^2 - 9 = 0 \mid +9$ $\Leftrightarrow (x+3)^2 = 9 \mid \sqrt{} \Leftrightarrow \lvert x+3\rvert = \sqrt{9}$ $\Leftrightarrow \lvert x+3\rvert = 3 \Leftrightarrow x+3 = \pm 3 \Rightarrow \begin{array}{l} x_1 = -3+3 = 0 \\ x_2 = -3-3 = -6 \end{array} \Rightarrow L = \{-6\,;0\}$

A1 Ausführliche Lösung

d)

$$(3x+2)^2 = 121 \,|\, \sqrt{} \Leftrightarrow |3x+2| = \sqrt{121}$$

$$\Leftrightarrow |3x+2| = 11 \Leftrightarrow 3x+2 = \pm 11$$

$$\left.\begin{array}{l} 3x+2 = 11 \,|\, -2 \Leftrightarrow 3x = 9 \,|:3 \Leftrightarrow x_1 = 3 \\ 3x+2 = -11 \,|\, -2 \Leftrightarrow 3x = -13 \,|:3 \Leftrightarrow x_2 = -\frac{13}{3} \end{array}\right| \Rightarrow L = \left\{-\frac{13}{3}; 3\right\}$$

A1 Ausführliche Lösung

e)

$$4(x-4)^2 = 32 \,|:4$$

$$\Leftrightarrow (x-4)^2 = 8 \,|\, \sqrt{} \Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{8}$$

$$\Leftrightarrow |x-4| = \sqrt{8} \Leftrightarrow x-4 = \pm\sqrt{8} \Rightarrow \left|\begin{array}{l} x_1 = 4+\sqrt{8} \\ x_2 = 4-\sqrt{8} \end{array}\right| \Rightarrow L = \left\{4-\sqrt{8}\,;\, 4+\sqrt{8}\right\}$$

A1 Ausführliche Lösung

f)

$$(x-2)^2 - (x+3)^2 = 0 \,|\, +(x+3)^2$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 = (x+3)^2 \,|\, \sqrt{} \Leftrightarrow |x-2| = (x+3)$$

$$\Leftrightarrow |x-2| = (x+3) \Leftrightarrow x-2 = \pm(x+3)$$

$$x-2 = x+3 \,|\, -x \Leftrightarrow -2 = 3 \Rightarrow \text{keine Lösung}$$

$$x-2 = -(x+3) = -x-3 \,|\, +x \Leftrightarrow 2x-2 = -3 \,|\, +2 \Leftrightarrow 2x = -1 \,|:2 \Leftrightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$L = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

Lösungsvariante:

$$(x-2)^2 - (x+3)^2 = 0 \text{ ausmultiplizieren}$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - (x^2 + 6x + 9) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 - x^2 - 6x - 9 = 0$$

$$\Leftrightarrow -10x - 5 = 0 \,|\, +5 \Leftrightarrow -10x = 5 \,|:(-10) \Leftrightarrow x = -\frac{5}{10} = -\frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{-\frac{1}{2}\right\}$$

A2 Ausführliche Lösung

a)

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$p = -8\,;\, q = 7 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 16 - 7 = 9 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{9} = 3$$

$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left|\begin{array}{l} x_1 = 4+3 = 7 \\ x_2 = 4-3 = 1 \end{array}\right| \Rightarrow L = \{1; 7\}$$

A2	Ausführliche Lösung	
	b)	$2x^2-16x+14=0 \,\vert :2 \Leftrightarrow x^2-8x+7=0$ $p=-8\,;\,q=7 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-7=9 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{9}=3$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left\vert \begin{array}{l} x_1=4+3=7 \\ x_2=4-3=1 \end{array} \right\vert \Rightarrow L=\{1;7\}$

A2	Ausführliche Lösung	
	c)	$9x^2+6x+1=0 \,\vert :9 \Leftrightarrow x^2+\frac{2}{3}x+\frac{1}{9}=0$ $p=\frac{2}{3}\,;\,q=\frac{1}{9} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{9}-\frac{1}{9}=0 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left\vert \begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{3} \\ x_2=-\frac{1}{3} \end{array} \right\vert \Rightarrow L=\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

A2	Ausführliche Lösung	
	d)	$x^2+12x+36=0$ $p=12\,;\,q=36 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=36-36=0 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left\vert \begin{array}{l} x_1=-6 \\ x_2=-6 \end{array} \right\vert \Rightarrow L=\{-6\}$

A2	Ausführliche Lösung	
	e)	$x^2+4x+4=1 \,\vert -1 \Leftrightarrow x^2+4x+3=0$ $p=4\,;\,q=3 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-3=1 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{1}=1$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left\vert \begin{array}{l} x_1=-2+1=-1 \\ x_2=-2-1=-3 \end{array} \right\vert \Rightarrow L=\{-3;-1\}$

A2	Ausführliche Lösung	
	f)	$2x^2-4x-6=0 \,\vert :2 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0$ $p=-2\,;\,q=-3 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=1+3=4 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{4}=2$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D} \left\vert \begin{array}{l} x_1=1+2=3 \\ x_2=1-2=-1 \end{array} \right\vert \Rightarrow L=\{-1;3\}$

A3	Ausführliche Lösung
	a) $-x^2-4x+5=0\,\vert:(-1)\Leftrightarrow x^2+4x-5=0$ $p=4\,;q=-5\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4+5=9\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{9}=3$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left\vert\begin{array}{l}x_1=-2+3=1\\x_2=-2-3=-5\end{array}\right\vert\Rightarrow L=\{-5\,;1\}$

A3	Ausführliche Lösung
	b) $-4x^2+20=16x\,\vert-16x$ $\Leftrightarrow-4x^2-16x+20=0\,\vert:(-4)\Leftrightarrow x^2+4x-5=0$ $p=4\,;q=-5\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4+5=9\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{9}=3$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left\vert\begin{array}{l}x_1=-2+3=1\\x_2=-2-3=-5\end{array}\right\vert\Rightarrow L=\{-5\,;1\}$

A3	Ausführliche Lösung
	c) $-x^2+x=\frac{1}{2}\,\vert-\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow-x^2+x-\frac{1}{2}=0\,\vert:(-1)\Leftrightarrow x^2-x+\frac{1}{2}=0$ $p=-1;q=\frac{1}{2}\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}-\frac{1}{2}=-\frac{1}{4}<0\Rightarrow L=\{\;\}$

A3	Ausführliche Lösung
	d) $x^2-5x+6=0\Rightarrow p=-5\,;q=6$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{25}{4}-6=\frac{25}{4}-\frac{24}{4}=\frac{1}{4}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left\vert\begin{array}{l}x_1=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}=\frac{6}{2}=3\\x_2=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=\frac{4}{2}=2\end{array}\right\vert\Rightarrow L=\{2\,;3\}$

A3	Ausführliche Lösung
	e) $x^2-4x-1=0\Rightarrow p=-4\,;q=-1$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4+1=5\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{5}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left\vert\begin{array}{l}x_1=2+\sqrt{5}\\x_2=2-\sqrt{5}\end{array}\right\vert\Rightarrow L=\{2-\sqrt{5}\,;2+\sqrt{5}\}$

A3	Ausführliche Lösung
f)	$x^2-8x-16=0 \Rightarrow p=-8\,;\,q=-16$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16+16=32$ $\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{32}=\sqrt{16\cdot 2}=\sqrt{16}\cdot\sqrt{2}=4\cdot\sqrt{2}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left\vert\begin{array}{l} x_1=4+4\sqrt{2} \\ x_2=4-4\sqrt{2}\end{array}\right\vert \Rightarrow L=\left\{4-4\sqrt{2}\,;\,4+4\sqrt{2}\right\}$

A4	Ausführliche Lösung
a)	$2x^2-11x-6=0\,\vert:2 \Leftrightarrow x^2-\frac{11}{2}x-3=0 \Rightarrow p=-\frac{11}{2}\,;\,q=-3$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{121}{16}+3=\frac{121}{16}+\frac{48}{16}=\frac{169}{16} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{169}{16}}=\frac{13}{4}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left\vert\begin{array}{l} x_1=\frac{11}{4}+\frac{13}{4}=\frac{24}{4}=6 \\ x_2=\frac{11}{4}-\frac{13}{4}=-\frac{2}{4}=-\frac{1}{2}\end{array}\right\vert \Rightarrow L=\left\{-\frac{1}{2};\,6\right\}$

A4	Ausführliche Lösung
b)	$3x^2+12x+3=0\,\vert:3 \Leftrightarrow x^2+4x+1=0$ $\Rightarrow p=4\,;\,q=1$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-1=3 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{3}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left\vert\begin{array}{l} x_1=-2+\sqrt{3} \\ x_2=-2-\sqrt{3}\end{array}\right\vert \Rightarrow L=\left\{-2-\sqrt{3}\,;\,-2+\sqrt{3}\right\}$

A4	Ausführliche Lösung
c)	$5x^2+3x-2=0\,\vert:5 \Leftrightarrow x^2+\frac{3}{5}x-\frac{2}{5}=0 \Rightarrow p=\frac{3}{5}\,;\,q=-\frac{2}{5}$ $\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{100}+\frac{2}{5}=\frac{9}{100}+\frac{40}{100}=\frac{49}{100} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{49}{100}}=\frac{7}{10}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left\vert\begin{array}{l} x_1=-\frac{3}{10}+\frac{7}{10}=\frac{4}{10}=\frac{2}{5} \\ x_2=-\frac{3}{10}-\frac{7}{10}=-\frac{10}{10}=-1\end{array}\right\vert \Rightarrow L=\left\{-1;\,\frac{2}{5}\right\}$

A4 Ausführliche Lösung

d)

$$2x^2+\sqrt{11}x-11=0\,|:2 \Leftrightarrow x^2+\frac{\sqrt{11}}{2}x-\frac{11}{2}=0$$

$$\Rightarrow p=\frac{\sqrt{11}}{2}\,;\,q=-\frac{11}{2}$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{\sqrt{11}}{4}\right)^2+\frac{11}{2}=\frac{11}{16}+\frac{11}{2}=\frac{11}{16}+\frac{88}{16}=\frac{99}{16}$$

$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{99}{16}}=\frac{\sqrt{99}}{\sqrt{16}}=\frac{\sqrt{9\cdot 11}}{4}=\frac{\sqrt{9}\cdot\sqrt{11}}{4}=\frac{3\sqrt{11}}{4}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l} x_1=-\frac{\sqrt{11}}{4}+\frac{3\sqrt{11}}{4}=\frac{3\sqrt{11}-\sqrt{11}}{4}=\frac{2\sqrt{11}}{4}=\frac{\sqrt{11}}{2}=\frac{1}{2}\sqrt{11} \\ x_2=-\frac{\sqrt{11}}{4}-\frac{3\sqrt{11}}{4}=\frac{-\sqrt{11}-3\sqrt{11}}{4}=\frac{-4\sqrt{11}}{4}=-\sqrt{11} \end{array}\right|$$

$$\Rightarrow L=\left\{-\sqrt{11}\,;\,\frac{1}{2}\sqrt{11}\right\}$$

A4 Ausführliche Lösung

e)

$$\frac{1}{3}x^2-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}=0\,|\cdot 3 \Leftrightarrow x^2-4x+4=0$$

$$p=-4\,;\,q=4 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4-4=0 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l} x_1=2 \\ x_2=2 \end{array}\right| \Rightarrow L=\{2\}$$

A4 Ausführliche Lösung

f)

$$-x^2+8x-8=0\,|\cdot(-1) \Leftrightarrow x^2-8x+8=0$$

$$\Rightarrow p=-8\,;\,q=8$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-8=8 \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{8}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\left|\begin{array}{l} x_1=4+\sqrt{8} \\ x_2=4-\sqrt{8} \end{array}\right| \Rightarrow L=\left\{4-\sqrt{8}\,;\,4+\sqrt{8}\right\}$$

A5 Ausführliche Lösung

a)

$$8x^2+3x=0\,|\ \text{x ausklammern}$$

$$x(8x+3)=0 \Rightarrow x_1=0\ \ (\text{Satz vom Nullprodukt})$$

$$8x+3=0\,|-3 \Leftrightarrow 8x=-3\,|:8 \Leftrightarrow x_2=-\frac{3}{8} \Rightarrow L=\left\{-\frac{3}{8}\,;\,0\right\}$$

A5	Ausführliche Lösung	
	b)	$x^2 - x = 0 \mid$ x ausklammern $x(x-1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $x - 1 = 0 \mid +1 \Leftrightarrow x_2 = 1 \Rightarrow L = \{0;1\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	c)	$\frac{3}{2}x = \frac{1}{2}x^2 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow 3x = x^2 \mid -3x \Leftrightarrow 0 = x^2 - 3x$ $\Leftrightarrow x^2 - 3x = 0 \mid$ x ausklammern $x(x-3) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $x - 3 = 0 \mid +3 \Leftrightarrow x_2 = 3 \Rightarrow L = \{0;3\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	d)	$-\frac{1}{5}x - \frac{1}{2}x^2 = 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{5}x = 0 \mid$ x ausklammern $x\left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{5}\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $\frac{1}{2}x + \frac{1}{5} = 0 \mid -\frac{1}{5} \Leftrightarrow \frac{1}{2}x = -\frac{1}{5} \mid \cdot 2 \Leftrightarrow x_2 = -\frac{2}{5} \Rightarrow L = \left\{-\frac{2}{5};0\right\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	e)	$\frac{4}{5}(x^2 - 4x) = 0 \mid \cdot \frac{5}{4} \Leftrightarrow (x^2 - 4x) = 0 \mid$ x ausklammern $x(x-4) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $x - 4 = 0 \mid +4 \Leftrightarrow x_2 = 4 \Rightarrow L = \{0;4\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	f)	$\frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} = 0 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow x^2 + x = 0 \mid$ x ausklammern $x(x+1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $x + 1 = 0 \mid -1 \Leftrightarrow x_2 = -1 \Rightarrow L = \{-1;0\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	g)	$-\frac{1}{8}x^2 + 2kx = 0 \mid \cdot(-8) \Leftrightarrow x^2 - 16kx = 0 \mid$ x ausklammern $x(x-16k) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $x - 16k = 0 \mid +16k \Leftrightarrow x_2 = 16k \Rightarrow L = \{0;16k\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	h)	$\frac{x^2}{k} - kx = 0 \mid \cdot k \Leftrightarrow x^2 - k^2x = 0 \mid$ x ausklammern $x\left(x - k^2\right) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $x - k^2 = 0 \mid +k^2 \Leftrightarrow x_2 = k^2 \Rightarrow L = \left\{0\,;k^2\right\}$

A5	Ausführliche Lösung	
	i)	$\frac{k}{2}x - kx^2 = 0 \mid \cdot 2 \Leftrightarrow kx - 2kx^2 = 0 \mid : k$ $\Leftrightarrow x - 2x^2 = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + x = 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow 2x^2 - x = 0 \mid$ x ausklammern $x(2x - 1) = 0 \Rightarrow x_1 = 0$ (Satz vom Nullprodukt) $2x - 1 = 0 \mid +1 \Leftrightarrow 2x = 1 \mid : 2 \Leftrightarrow x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow L = \left\{0\,;\frac{1}{2}\right\}$

A6	Ausführliche Lösung
	Addiert man eine Zahl zu ihrer Quadratzahl, so erhält man als Summe den Wert 72. Bestimmen Sie die Zahl. Ansatz: Die gesuchte zahl sei x und ihre Quadratzahl x^2. Das entspricht der Gleichung: $x + x^2 = 72$ $\Leftrightarrow x^2 + x = 72 \mid -72 \Leftrightarrow x^2 + x - 72 = 0 \Rightarrow p = 1;\, q = -72$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{4} + 72 = \frac{1}{4} + \frac{299}{4} = \frac{289}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left\| \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{2} + \frac{17}{2} = \frac{16}{2} = 8 \\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{17}{2} = \frac{18}{2} = -9 \end{array} \right\| \Rightarrow L = \{-9\,;8\}$ Zwei Zahlen erfüllen die Bedingung, sie lauten x_1= -9 und x_2 = 8.

A7 Ausführliche Lösung

Die Summe aus einer Zahl und aus dem Wurzelwert derselben Zahl hat den Wert 12. Bestimmen Sie die Zahl.
Ansatz:
Die gesuchte zahl sei x und ihr Wurzelwert Wurzel(x).
Das entspricht der Gleichung:

$x+\sqrt{x}=12$ Das ist eine Wurzelgleichung

$x+\sqrt{x}=12\,|-x \Leftrightarrow \sqrt{x}=12-x\,|$ quadrieren

$\Leftrightarrow x=(12-x)^2 \Leftrightarrow x=144-24x+x^2\,|-x$

$\Leftrightarrow 0=x^2-25x+144 \Leftrightarrow x^2-25x+144=0$

$\Rightarrow p=-25\,;\,q=144$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{625}{4}-144=\frac{625}{4}-\frac{576}{4}=\frac{49}{4} \Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\;\left|\begin{array}{l} x_1=\frac{25}{2}+\frac{7}{2}=\frac{32}{2}=16 \\ x_2=\frac{25}{2}-\frac{7}{2}=\frac{18}{2}=9 \end{array}\right| \Rightarrow L=\{9\,;16\}\ \text{(formale Lösung)}$$

Probe: $9+\sqrt{9}=9+3=12$ ist Lösung obiger Gleichung.

$16+\sqrt{16}=16+4=20$ ist keine Lösung obiger Gleichung.

Durch quadrieren einer Wurzelgleichung kann eine Lösungszahl hinzukommen, die die Ausgangsgleichung nicht erfüllt. ***Deshalb ist bei Wurzelgleichungen immer eine Probe zu machen.***
Entsprechend der Aufgabenstellung ist nur die Zahl 9 eine Lösung.

A8 Ausführliche Lösung

Bei einem Sportplatz von 7000 m^2 Größe verhalten sich Länge zu Breite wie 3 : 2. Bestimmen Sie die Länge und die Breite des Sportplatzes.
Ansatz:
Das Seitenverhältnis 3:2 bedeutet a/b = 3/2. Damit ergibt sich die Gleichung:

$\frac{a}{b}=\frac{3}{2}\,|\cdot b \Leftrightarrow a=\frac{3}{2}\cdot b$ in die Flächengleichung einsetzen:

$A=a\cdot b \Leftrightarrow A=\frac{3}{2}\cdot b\cdot b \Leftrightarrow A=\frac{3}{2}\cdot b^2\,|\cdot\frac{2}{3}$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}A=b^2 \Leftrightarrow b^2=\frac{2}{3}A\,|\sqrt{\ } \Leftrightarrow b=\sqrt{\frac{2}{3}A}$

Werte einsetzen:

Mit $A=7000\,m^2$ wird $b=\sqrt{\frac{2}{3}\cdot 7000\,m^2}\approx 68{,}313\,m$.

Mit $a=\frac{3}{2}\cdot b$ wird $a=\frac{3}{2}\cdot\sqrt{\frac{2}{3}\cdot 7000\,m^2}\approx 102{,}470\,m$.

Der Sportplatz ist etwa 102,470 m lang und 68,313 m breit.

A9 Ausführliche Lösung

Ein Rechteck hat eine Fläche von 243 m ^{2} , die Breite beträgt 3/4 der Länge.
Wie sind die Abmessungen des Rechtecks?.
Ansatz:
Breite beträgt 3/4 der Länge bedeutet b = 3/4a. Damit ergibt sich die Gleichung:

$b = \frac{3}{4} \cdot a$ in die Flächengleichung einsetzen:

$$A = a \cdot b \Leftrightarrow A = a \cdot \frac{3}{4} \cdot a \Leftrightarrow A = \frac{3}{4} \cdot a^2 \mid \cdot \frac{4}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{4}{3}A = a^2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{4}{3}A \mid \sqrt{\ } \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{4}{3}A}$$

Werte einsetzen:

Mit $A = 243\,m^2$ wird $a = \sqrt{\frac{4}{3} \cdot 243\,m^2} = \sqrt{324\,m^2} = 18\,m.$

Mit $b = \frac{3}{4} \cdot a$ wird $b = \frac{3}{4} \cdot 18\,m = 13{,}5\,m.$

Das Rechteck ist 18 m lang und 13,5 m breit.

A10 Ausführliche Lösung

Wenn man vom Produkt zweier aufeinanderfolgenden Zahlen 9 subtrahiert, so erhält man die kleinere der beiden Zahlen.
Wie heißt diese Zahl?
Ansatz:
Die kleinere Zahl sei x. Die auf x folgende Zahl ist dann x + 1.
Das Produkt zweier aufeinanderfolgender Zahlen lautet x (x + 1).
Von diesem Produkt wird die Zahl 9 abgezogen. Das Ergebnis soll dann die kleinere der beiden Zahlen, also x sein. Damit ergibt sich die Gleichung:

$$x(x+1) - 9 = x \Leftrightarrow x^2 + x - 9 = x \mid -x$$

$\Leftrightarrow x^2 - 9 = 0$ dritte binomische Formel

$\Leftrightarrow (x-3)(x+3) = 0$ Satz vom Nullprodukt anwenden

$$(x-3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3$$

$$(x+3) = 0 \Leftrightarrow x_2 = -3$$

Probe: $3(3+1) - 9 = 3 \cdot 4 - 9 = 12 - 9 = 3$

$$-3(-3+1) - 9 = -3 \cdot (-2) - 9 = 6 - 9 = -3$$

Die Zahlen -3 und 3 erfüllen die Voraussetzung.