

Aufgaben quadratische Gleichungen III**Ergebnisse:**

E1	Ergebnisse	
	a) $x^2 + x = 0 \Rightarrow L = \{0; -1\}$	b) $x^2 + 4x = 0 \Rightarrow L = \{0; -4\}$
	c) $4x^2 = 1 \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right\}$	d) $4x^2 - 16 = 0 \Rightarrow L = \{2; -2\}$
e) $x^2 = 0 \Rightarrow L = \{0\}$	f) $1 - 81x^2 = 0 \Rightarrow L = \left\{\frac{1}{9}; -\frac{1}{9}\right\}$	

E2	Ergebnisse	
	a) $x^2 + \pi x = 0 \Rightarrow L = \{0; -\pi\}$	b) $x^2 - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow L = \left\{\sqrt{\frac{1}{2}}; -\sqrt{\frac{1}{2}}\right\}$
	c) $x^2 - 6x = 0 \Rightarrow L = \{0; 6\}$	d) $(x+9)(x+7) = 0 \Rightarrow L = \{-9; -7\}$
e) $(x-2)^2 = 0 \Rightarrow L = \{2\}$	f) $(x-3)(x+2) = 0 \Rightarrow L = \{3; -2\}$	

E3	Ergebnisse	
	a) $(x+a)(x-a) = 0 \Rightarrow L = \{-a; a\}$	b) $5(x+3)^2 = 0 \Rightarrow L = \{-3\}$
	c) $\frac{1}{3}(x+3)(x-2) = 0 \Rightarrow L = \{-3; 2\}$	d) $(x+3)(x-2)(x+1) = 0$ $\Rightarrow L = \{-3; 2; -1\}$
e) $(x-1)(x+1)^2 = 0 \Rightarrow L = \{1; -1\}$	f) $(x+4)^2 = 2x+1 \Rightarrow L = \{ \}$	

E4	Ergebnisse	
	a) $ax^2 + ax - 2 = 0; a \neq 0 \Rightarrow D = a^2 + 8a$	
	b) $(a+1)x^2 - x + a = 0; a \neq -1 \Rightarrow D = -4a^2 - 4a + 1$	
	c) $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 + ax + 1; a \neq 0 \Rightarrow D = 3a^2 - 8a + 12$	
d) $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0; a > 0 \Rightarrow D = -7a$		

E5	Ergebnis	
	$x^2 + ax - 1 = 0 \Rightarrow L = \left\{-\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + 1}; -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + 1}\right\}$ <p>zwei Lösungen wegen $D = \frac{a^2}{4} + 1 > 0$</p>	

E6	Ergebnisse
a)	$-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0; a > 0 \Rightarrow L = \left\{ 1 + \sqrt{\frac{1}{a}}; 1 - \sqrt{\frac{1}{a}} \right\}$
b)	$x^2 - 2ax - 6a = -3x \Rightarrow L = \{-3; 2a\}$
c)	$-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0 \Rightarrow L = \{-a; 3a\}$
d)	$-x^2 + 1,5ax - 0,5a^2 = 0 \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2}a; a \right\}$
e)	$-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0; a \neq 0 \Rightarrow L = \{0; 5\}$
f)	$\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0 \Rightarrow L = \{-a; 3a\}$

E7	Ergebnisse
a)	$2x^2 + x - 3a = 0 \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{24a+1}; -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{24a+1} \right\}$ für $a > -\frac{1}{24}$ für $a = -\frac{1}{24} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}$ für $a < -\frac{1}{24}$ keine Lösung
b)	$ax^2 + 2x - 3 = 0 \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{3a+1}; -\frac{1}{a} - \frac{1}{a}\sqrt{3a+1} \right\}$ für $a > -\frac{1}{3}$ für $a = -\frac{1}{3} \Rightarrow L = \left\{ -\frac{1}{a} \right\}$ für $a < -\frac{1}{3}$ keine Lösung
c)	$x^2 - ax + a = x \Rightarrow L = \{a; 1\}$

E8	Ergebnis
	mit der Formel $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 1 \pm \sqrt{2-3k}$ $D \geq 0 \Leftrightarrow k \leq \frac{2}{3}$

E9	Ergebnis
	$k^2 - 5k + k = k^2 - 4k = 0$ für $k_1 = 0$ und $k_2 = 4$

E10	Ergebnis
	$L = \left\{ 1 + \sqrt{k^2 + 1}; 1 - \sqrt{k^2 + 1} \right\}$ zwei Lösungen wegen $k^2 + 1 > 0$

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung	
a)	$x^2 + x = 0$ $\Leftrightarrow x(x+1) = 0$ $\Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = -1$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-1; 0\}}}$ <p>Lösung durch ausklammern und dem Satz vom Nullprodukt.</p>	b) $x^2 + 4x = 0$ $\Leftrightarrow x(x+4) = 0$ $\Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = -4$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-4; 0\}}}$ <p>Lösung durch ausklammern und dem Satz vom Nullprodukt.</p>
A1	Ausführliche Lösung	
c)	$4x^2 = 1 \mid : 4$ $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{4} \mid \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{2}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{1}{2}; \frac{1}{2} \right\}}}$ <p>Lösung durch Wurzelziehen.</p>	d) $4x^2 - 16 = 0 \mid +16$ $\Leftrightarrow 4x^2 = 16 \mid : 4$ $\Leftrightarrow x^2 = 4 \mid \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{4} = 2$ $\Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 2$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-2; 2\}}}$ <p>Lösung durch Wurzelziehen.</p>
A1	Ausführliche Lösung	
e)	$x^2 = 0 \mid \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{0} = 0$ $\Leftrightarrow x_{1/2} = \pm 0$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{0\}}}$ <p>Lösung durch Wurzelziehen.</p>	f) $1 - 81x^2 = 0 \mid +81x^2 \Leftrightarrow 1 = 81x^2$ $\Leftrightarrow 81x^2 = 1 \mid : 81 \Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{81} \mid \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{81}} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \frac{1}{9}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{1}{9}; \frac{1}{9} \right\}}}$ <p>Lösung durch Wurzelziehen.</p>

A2	Ausführliche Lösung	
	<p>a) $x^2 + \pi x = 0$ $\Leftrightarrow x(x + \pi) = 0$ $\Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = -\pi$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-\pi; 0\}}}$ Lösung durch ausklammern und dem Satz vom Nullprodukt.</p>	<p>b) $x^2 - \frac{1}{2} = 0 \mid +\frac{1}{2}$ $\Leftrightarrow x^2 = \frac{1}{2} \mid \sqrt{\quad}$ $\Leftrightarrow x = \sqrt{\frac{1}{2}} \Leftrightarrow x_{1/2} = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{-\sqrt{\frac{1}{2}}; \sqrt{\frac{1}{2}}\right\}}}$ Lösung durch Wurzelziehen.</p>

A2	Ausführliche Lösung	
	<p>c) $x^2 - 6x = 0$ $\Leftrightarrow x(x - 6) = 0$ $\Leftrightarrow x_1 = 0; x_2 = 6$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{0; 6\}}}$ Lösung durch ausklammern und dem Satz vom Nullprodukt.</p>	<p>d) $(x + 9)(x + 7) = 0$ $(x + 9) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -9$ $(x + 7) = 0 \Leftrightarrow x_2 = -7$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-9; -7\}}}$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt.</p>

A2	Ausführliche Lösung	
	<p>e) $(x - 2)^2 = 0$ $\Leftrightarrow (x - 2)(x - 2) = 0$ $(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2$ $(x - 2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{2\}}}$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt. Doppelte Nullstelle.</p>	<p>f) $(x - 3)(x + 2) = 0$ $(x - 3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 3$ $(x + 2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-2; 3\}}}$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt.</p>

A3	Ausführliche Lösung	
	<p>a) $(x + a)(x - a) = 0$ $(x + a) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -a$ $(x - a) = 0 \Leftrightarrow x_2 = a$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-a; a\}}}$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt.</p>	<p>b) $5(x + 3)^2 = 0$ $\Leftrightarrow 5(x + 3)(x + 3) = 0$ $(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -3$ $(x + 3) = 0 \Leftrightarrow x_2 = -3$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-3\}}}$ Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt. Doppelte Nullstelle.</p>

A3	Ausführliche Lösung	
	<p>c) $\frac{1}{3}(x+3)(x-2) = 0$</p> <p>$(x+3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -3$</p> <p>$(x-2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2$</p> <p>$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-3; 2\}}}$</p> <p>Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt.</p>	<p>d) $(x+3)(x-2)(x+1) = 0$</p> <p>$(x+3) = 0 \Leftrightarrow x_1 = -3$</p> <p>$(x-2) = 0 \Leftrightarrow x_2 = 2$</p> <p>$(x+1) = 0 \Leftrightarrow x_3 = -1$</p> <p>$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-3; -1; 2\}}}$</p> <p>Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt.</p>

A3	Ausführliche Lösung	
	<p>e) $(x-1)(x+1)^2 = 0$</p> <p>$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x+1) = 0$</p> <p>$(x-1) = 0 \Leftrightarrow x_1 = 1$</p> <p>$(x+1) = 0 \Leftrightarrow x_2 = -1$</p> <p>$(x+1) = 0 \Leftrightarrow x_3 = -1$</p> <p>$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-1; 1\}}}$</p> <p>Lösung mit dem Satz vom Nullprodukt. Mit doppelter Nullstelle.</p>	<p>f) $(x+4)^2 = 2x+1$</p> <p>$\Leftrightarrow x^2 + 8x + 16 = 2x + 1 \quad -2x - 1$</p> <p>$\Leftrightarrow x^2 + 6x + 15 = 0$</p> <p>$p = 6; q = 15$</p> <p>$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 9 - 15 = -6 < 0$</p> <p>$\Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$</p> <p>Bei negativer Diskriminante keine Lösung der quadratischen Gleichung.</p>

A4	Ausführliche Lösung	
	<p>a) $ax^2 + ax - 2 = 0; a \neq 0$</p> <p>$a = a; b = a; c = -2$</p> <p>$\Rightarrow D = b^2 - 4ac$</p> <p>$= a^2 - 4a \cdot (-2)$</p> <p>$= \underline{\underline{a^2 + 8a}}$</p>	<p>b) $(a+1)x^2 - x + a = 0; a \neq -1$</p> <p>$a = (a+1); b = -1; c = a$</p> <p>$\Rightarrow D = b^2 - 4ac$</p> <p>$= (-1)^2 - 4(a+1) \cdot a$</p> <p>$= \underline{\underline{-4a^2 - 4a + 1}}$</p>

A4	Ausführliche Lösung	<p>c)</p> $\frac{a^2}{2}x^2 - 4x = x^2 - ax + 1; a \neq 0 \quad -x^2$ $\Leftrightarrow \frac{a^2}{2}x^2 - x^2 - 4x = -ax + 1 \quad +ax$ $\Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{2} - 1\right)x^2 - 4x + ax = 1 \quad -1$ $\Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{2} - 1\right)x^2 + (a - 4)x - 1$ $a = \left(\frac{a^2}{2} - 1\right); b = (a - 4); c = -1$ $\Rightarrow D = b^2 - 4ac = (a - 4)^2 - 4\left(\frac{a^2}{2} - 1\right) \cdot (-1) = a^2 - 8a + 16 + 2a^2 - 4$ $= \underline{\underline{3a^2 - 8a + 12}}$
----	---------------------	--

A4	Ausführliche Lösung	<p>d)</p> $(ax)^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0; a > 0$ $\Leftrightarrow a^2x^2 - \sqrt{a} \cdot x + \frac{2}{a} = 0$ $a = a^2; b = -\sqrt{a}; c = \frac{2}{a}$ $\Rightarrow D = b^2 - 4ac = a - 4a^2 \cdot \frac{2}{a} = a - 8a = \underline{\underline{-7a}}$
----	---------------------	--

A5	Ausführliche Lösung	<p>$x^2 + ax - 1 = 0$ Zu zeigen ist, dass die Diskriminante für alle $a \in \mathbb{R} > 0$ ist.</p> $p = a; q = -1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{a^2}{4} + 1 > 0 \Rightarrow \text{zwei Lösungen}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = -\frac{a}{2} \pm \sqrt{\frac{a^2}{4} + 1}$ $\Rightarrow L = \left\{ -\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + 1}; -\frac{a}{2} - \sqrt{\frac{a^2}{4} + 1} \right\}$
----	---------------------	---

A6	Ausführliche Lösung
a)	$-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0; a > 0$ $-ax^2 + 2ax - a + 1 = 0 \mid : (-a) \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - \frac{1}{a} = 0$ $p = -2; q = 1 - \frac{1}{a}$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - \left(1 - \frac{1}{a}\right) = 1 - 1 + \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{a}}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = 1 + \sqrt{\frac{1}{a}} \\ x_2 = 1 - \sqrt{\frac{1}{a}} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ 1 + \sqrt{\frac{1}{a}}; 1 - \sqrt{\frac{1}{a}} \right\}}}$

A6	Ausführliche Lösung
b)	$x^2 - 2ax - 6a = -3x \mid +3x$ $\Leftrightarrow x^2 - 2ax - 6a + 3x = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2ax + 3x - 6a = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - (2a - 3) \cdot x - 6a = 0 \Rightarrow p = -(2a - 3) = 3 - 2a; q = -6a$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{3 - 2a}{2}\right)^2 + 6a = \frac{9 - 12a + 4a^2}{4} + 6a$ $= \frac{9 - 12a + 4a^2}{4} + \frac{24a}{4} = \frac{9 - 12a + 4a^2 + 24a}{4}$ $= \frac{4a^2 + 12a + 9}{4} = \frac{(2a + 3)^2}{4} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\left(\frac{2a + 3}{2}\right)^2} = \frac{2a + 3}{2}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = \frac{2a - 3}{2} + \frac{2a + 3}{2} = \frac{2a - 3 + 2a + 3}{2} = \frac{4a}{2} = 2a \\ x_2 = \frac{2a - 3}{2} - \frac{2a + 3}{2} = \frac{2a - 3 - 2a - 3}{2} = \frac{-6}{2} = -3 \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-3; 2a\}}}$

A6	Ausführliche Lösung
c)	$-ax^2 + 2a^2x + 3a^3 = 0 \mid : (-a)$ $\Leftrightarrow x^2 - 2ax - 3a^2 = 0 \Rightarrow p = -2a; q = -3a^2$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4a^2} = 2a$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = a + 2a = 3a \\ x_2 = a - 2a = -a \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \{-a; 3a\}}}$

A6	Ausführliche Lösung
d)	$-x^2 + 1,5ax - 0,5a^2 = 0 \mid : (-1) \Leftrightarrow x^2 - \frac{3}{2}ax + \frac{1}{2}a^2 = 0$ $\Rightarrow p = -\frac{3}{2}a; q = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{16}a^2 - \frac{8}{16}a^2 = \frac{1}{16}a^2$ $\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{16}a^2} = \frac{1}{4}a$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = \frac{3}{4}a + \frac{1}{4}a = \frac{4}{4}a = a \\ x_2 = \frac{3}{4}a - \frac{1}{4}a = \frac{2}{4}a = \frac{1}{2}a \end{array} \right. \Rightarrow L = \left\{ \frac{1}{2}a; a \right\}$

A6	Ausführliche Lösung
e)	$-\frac{1}{a}(x^2 - 5x) = 0; a \neq 0 \text{ x ausklammern}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{a}x(x-5) = 0 \text{ Den Satz vom Nullprodukt anwenden}$ $-\frac{1}{a}x = 0 \Leftrightarrow x_1 = 0 \quad \Rightarrow L = \{0; 5\}$ $x - 5 = 0 \mid +5 \Leftrightarrow x_2 = 5$

A6	Ausführliche Lösung
f)	$\frac{x^2}{3} - \frac{2}{3}ax - a^2 = 0 \mid \cdot 3 \Leftrightarrow x^2 - 2ax - 3a^2 = 0$ $\Rightarrow p = -2a; q = -3a^2 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = a^2 + 3a^2 = 4a^2 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{4a^2} = 2a$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = a + 2a = 3a \\ x_2 = a - 2a = -a \end{array} \right. \Rightarrow L = \{-a; 3a\}$

A7	Ausführliche Lösung
	<p>a)</p> $2x^2 + x - 3a = 0 \mid : 2 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{3}{2}a = 0$ $\Rightarrow p = \frac{1}{2}; q = -\frac{3}{2}a$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{16} + \frac{3}{2}a = \frac{1}{16} + \frac{24}{16}a = \frac{1}{16}(24a + 1)$ <p>Da die Diskriminante von a abhängt, ist eine Fallunterscheidung durchzuführen. Für $D > 0$ gibt es 2 Lösungen Die Bedingung für a ist dann:</p> $D > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{16}(24a + 1) > 0 \mid \cdot 16$ $\Leftrightarrow 24a + 1 > 0 \mid -1$ $\Leftrightarrow 24a > -1 \mid : 24$ $\Leftrightarrow a > -\frac{1}{24}$ $\sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{16}(24a + 1)} = \frac{1}{4}\sqrt{24a + 1}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{24a + 1} \\ x_2 = -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{24a + 1} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{1}{4} + \frac{1}{4}\sqrt{24a + 1}; -\frac{1}{4} - \frac{1}{4}\sqrt{24a + 1} \right\}}}$ <p>Für $D = 0$ gibt es 1 Lösung Die Bedingung für a ist dann: $a = -\frac{1}{24} \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{1}{4} \right\}}}$</p> <p>Für $D < 0$ gibt es keine Lösung Die Bedingung für a ist dann: $a < -\frac{1}{24} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$</p>

A7	Ausführliche Lösung
	<p>b)</p> $ax^2 + 2x - 3 = 0 \mid : a \Leftrightarrow x^2 + \frac{2}{a}x - \frac{3}{a} = 0$ $\Rightarrow p = \frac{2}{a}; q = -\frac{3}{a}$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{a^2} + \frac{3}{a} = \frac{1}{a^2} + \frac{3a}{a^2} = \frac{1}{a^2}(3a+1)$ <p>Für $D > 0$ gibt es 2 Lösungen</p> $D > 0 \Leftrightarrow \frac{1}{a^2}(3a+1) > 0 \mid \cdot a^2$ $\Leftrightarrow 3a+1 > 0 \mid -1$ $\Leftrightarrow 3a > -1 \mid : 3$ $\Leftrightarrow a > -\frac{1}{3}$ $\sqrt{D} = \sqrt{\frac{1}{a^2}(3a+1)} = \frac{1}{a}\sqrt{3a+1}$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{3a+1} \\ x_2 = -\frac{1}{a} - \frac{1}{a}\sqrt{3a+1} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{1}{a} + \frac{1}{a}\sqrt{3a+1}; -\frac{1}{a} - \frac{1}{a}\sqrt{3a+1} \right\}}}$ <p>Für $D = 0$ gibt es 1 Lösung</p> <p>Die Bedingung für a ist dann: $a = -\frac{1}{3} \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = -\frac{1}{a} \Rightarrow \underline{\underline{L = \left\{ -\frac{1}{a} \right\}}}$</p> <p>Für $D < 0$ gibt es keine Lösung</p> <p>Die Bedingung für a ist dann: $a < -\frac{1}{3} \Rightarrow \underline{\underline{L = \{ \}}}$</p>

A7	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>c) $x^2 - ax + a = x \mid -x \Leftrightarrow x^2 - ax - x + a = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - (a+1)x + a = 0 \Rightarrow p = -(a+1); q = a$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \left(\frac{a+1}{2}\right)^2 - a = \frac{a^2 + 2a + 1}{4} - \frac{4a}{4} = \frac{a^2 - 2a + 1}{4} = \left(\frac{a-1}{2}\right)^2$ Für $D > 0$ gibt es 2 Lösungen $D > 0 \Leftrightarrow \left(\frac{a-1}{2}\right)^2 > 0$ Die Bedingung ist erfüllt für alle $a \neq 1$ $\sqrt{D} = \sqrt{\left(\frac{a-1}{2}\right)^2} = \frac{a-1}{2} = \frac{1}{2}(a-1)$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = \frac{1}{2}(a+1) + \frac{1}{2}(a-1) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}a - \frac{1}{2} = a \\ x_2 = \frac{1}{2}(a+1) - \frac{1}{2}(a-1) = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} - \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} = 1 \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \{a; 1\}}}$ Für $D = 0$ gibt es 1 Lösung Die Bedingung für a ist dann: $a = 1 \Rightarrow x_{1/2} = -\frac{p}{2} = \frac{1}{2}(a+1) = \frac{1}{2}(1+1) = 1 \Rightarrow \underline{\underline{L = \{1\}}}$ Diese Lösung ist bereits in der Lösung für $D > 0$ enthalten.</p>
A8	<p>Ausführliche Lösung</p> <p>$x^2 - 2x + 3k - 1 = 0$ Zu zeigen ist, dass für $k \leq \frac{2}{3}$ $L = \{1 + \sqrt{2-3k}; 1 - \sqrt{2-3k}\}$ gilt. $p = -2; q = 3k - 1 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 - (3k - 1) = 1 - 3k + 1 = 2 - 3k$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} = 1 \pm \sqrt{2-3k}$ Da der Radikant $D \geq 0$ sein muss, ist zu prüfen, für welche Werte von k das der Fall ist. $D \geq 0 \Leftrightarrow 2 - 3k \geq 0 \mid -2 \Leftrightarrow -3k \geq -2 \mid : (-3) \Leftrightarrow k \leq \frac{2}{3}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{1 + \sqrt{2-3k}; 1 - \sqrt{2-3k}\} \text{ für } k \leq \frac{2}{3}}}$</p>

A9	Ausführliche Lösung
	$x^2 - 5x + k = 0$ $x = k$ wird in die Gleichung eingesetzt: $k^2 - 5k + k = 0 \Leftrightarrow k^2 - 4k = 0$ $\Leftrightarrow k(k - 4) = 0$ Satz vom Nullprodukt anwenden $\Rightarrow k_1 = 0 \quad k - 4 = 0 \Leftrightarrow k_2 = 4$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{0; 4\}}}$ für $x = k$

A10	Ausführliche Lösung
	$x^2 - 2x - k^2 = 0 \Rightarrow p = -2; q = -k^2$ $\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 1 + k^2 = k^2 + 1 \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{k^2 + 1} > 0$ für alle $k \in \mathbb{R}$ Die Lösungen sind: $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \quad \left \begin{array}{l} x_1 = 1 + \sqrt{k^2 + 1} \\ x_2 = 1 - \sqrt{k^2 + 1} \end{array} \right. \Rightarrow \underline{\underline{L = \{1 + \sqrt{k^2 + 1}; 1 - \sqrt{k^2 + 1}\}}}$ für alle $k \in \mathbb{R}$