Lösungen quadratische Gleichungen II

Ergebnisse:

E1	Ergebnisse			
	a)	$4-x^2=0 \Rightarrow L=\{-2\,;2\}$	b)	$\frac{4}{5}\left(x^2-3\right)=0 \Rightarrow L=\{-\sqrt{3}\,;\sqrt{3}\}$
	c)	$\frac{5}{4}-\frac{1}{2}x^2=-\frac{1}{4}x^2 \Rightarrow L=\{-\sqrt{5}\,;\sqrt{5}\}$	d)	$3x^2+8=5 \Rightarrow L=\varnothing$
	e)	$\frac{1}{2}x^2-2k^2=0 \Rightarrow L=\{-2k\,;2k\}$	f)	$x^2-\frac{a^2}{2}=0 \Rightarrow L=\left\{-\frac{a}{2}\sqrt{2}\,;\frac{a}{2}\sqrt{2}\right\}$

E2	Ergebnis
	$K_2=K_0\cdot(1+q)^2=2K_0 \Rightarrow (1+q)^2=2 \Leftrightarrow (1+q)=\sqrt{2} \Rightarrow q=\sqrt{2}-1\approx 0{,}414$ Der Zinssatz muss etwa 41,4% betragen.

E3	Ergebnis
	$N_2=N_0\cdot(1+q)^2 \Rightarrow (1+q)^2=\frac{N_2}{N_0}=2{,}25 \Leftrightarrow (1+q)=\sqrt{2{,}25} \Rightarrow q=1{,}5-1=0{,}5$ Die Vermehrungsrate der Bakterien beträgt 50% pro Stunde.

E4	Ergebnis
	$d^2=a^2+a^2=2a^2 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{d^2}{2}}=\frac{d}{\sqrt{2}}=\frac{1}{2}d\sqrt{2}=\frac{1}{2}\cdot 8\text{ cm}\cdot\sqrt{2}\approx 5{,}66\text{ cm}$ Das Quadrat hat eine Kantenlänge von etwa 5,66 cm.

E5	Ergebnisse	
	a)	$a\cdot b=a\cdot 3a=3a^2=60{,}75\text{ m}^2 \Rightarrow a=\sqrt{\frac{60{,}75\text{ m}^2}{3}}=4{,}5\text{ m} \Rightarrow b=13{,}5\text{ m}$
	b)	$a\cdot b=a(a+3)=a^2+3a=60{,}75 \Rightarrow a^2+3a-60{,}75=0$ Lösung der quadratischen Gleichung: $a\approx 6{,}44\text{ m} \Rightarrow b\approx 9{,}44\text{ m}$

E6	Ergebnis
	$x(x+4)=480 \Leftrightarrow x^2+4x-480=0 \Rightarrow x_1=20 \quad x_2=-24$ Die beiden Zahlenpaare $(20\,;24)$ und $(-24\,;-20)$ erfüllen die Bedingungen.

E7	Ergebnis
	$a+b=4{,}1 \quad \wedge \quad a\cdot b=4 \Leftrightarrow a(4{,}1-a)=4 \Rightarrow a=2{,}5$ und $b=1{,}6$

E8	Ergebnis	
	a)	$kx^2+1=0\,;k\neq 0 \Rightarrow$ für $k<0$: $L=\left\{-\frac{\sqrt{-k}}{k}\,;\frac{\sqrt{-k}}{k}\right\}$ für $k>0$: $L=\varnothing$

E8	Ergebnis	
	b)	$x^2+k-2=0 \Rightarrow$ für $k \le 2$: $L=\left\{-\sqrt{2-k}\,;\sqrt{2-k}\right\}$ für $k>2$: $L=\varnothing$

E8	Ergebnis	
	c)	$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)x^2+2k=0\,;k>1 \Rightarrow L=\left\{-2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\,;2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\right\}$

E9	Ergebnis	
	a)	$2x^2+2x-24=0 \Rightarrow L=\{-4\,;3\}$

E9	Ergebnis	
	b)	$-3x^2-5x+8=0 \Rightarrow L=\left\{-\frac{8}{3}\,;1\right\}$

E9	Ergebnis	
	c)	$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0 \Rightarrow L=\{4\}$

E9	Ergebnis	
	d)	$3-2x+\frac{1}{3}x^2=0 \Rightarrow L=\{3\}$

E9	Ergebnis	
	e)	$x(x+k)=1 \Rightarrow L=\left\{-\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}\,;-\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2}\right\}$

E9	Ergebnis	
	f)	$-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0 \Rightarrow L=\varnothing$

E10	Ergebnis	
	a)	$(x+2)^2-2=0 \Rightarrow L=\left\{-\sqrt{2}-2\,;\sqrt{2}-2\right\}$

E10	Ergebnis	
	b)	$-x^2+4ax-4a^2=0 \Rightarrow L=\{2a\}$

E10	Ergebnis	
	c)	$2kx^2+kx-k=0\,;k\ne 0 \Rightarrow L=\left\{-1;\frac{1}{2}\right\}$

E10	Ergebnis	
	d)	$x^2-2kx+6k=3x \Rightarrow L=\{3\,;2k\}$

E10	Ergebnis	
	e)	$x^2 - 4kx + 3k^2 = 0 \Rightarrow L = \{k\,;\,3k\}$

E10	Ergebnis	
	f)	$\frac{1}{4k}x^2 - k = 0\,;\,k \neq 0 \Rightarrow L = \{-2k\,;\,2k\}$

Ausführliche Lösungen:

A1	Ausführliche Lösung	
a)	$4 - x^2 = 0 \mid +x^2$ $\Leftrightarrow 4 = x^2$ $\Leftrightarrow x^2 = 4 \mid \sqrt{\ }$	$\Leftrightarrow \lvert x \rvert = \sqrt{4}$ $\Leftrightarrow x_1 = 2 \text{ oder } x_2 = -2$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-2\,;\,2\}}}$

A1	Ausführliche Lösung	
b)	$\frac{4}{5}\left(x^2 - 3\right) = 0 \mid \cdot \frac{5}{4}$ $\Leftrightarrow x^2 - 3 = 0 \mid +3$ $\Leftrightarrow x^2 = 3 \mid \sqrt{\ }$	$\Leftrightarrow \lvert x \rvert = \sqrt{3}$ $\Leftrightarrow x_1 = \sqrt{3} \text{ oder } x_2 = -\sqrt{3}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-\sqrt{3}\,;\,\sqrt{3}\}}}$

A1	Ausführliche Lösung	
c)	$\frac{5}{4} - \frac{1}{2}x^2 = -\frac{1}{4}x^2 \mid +\frac{1}{4}x^2$ $\Leftrightarrow \frac{5}{4} - \frac{1}{4}x^2 = 0 \mid -\frac{5}{4}$ $\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2 = -\frac{5}{4} \mid \cdot(-1)$	$\Leftrightarrow \frac{1}{4}x^2 = \frac{5}{4} \mid \cdot 4$ $\Leftrightarrow x^2 = 5 \mid \sqrt{\ }$ $\Leftrightarrow \lvert x \rvert = \sqrt{5}$ $\Leftrightarrow x_1 = \sqrt{5} \text{ oder } x_2 = -\sqrt{5}$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-\sqrt{5}\,;\,\sqrt{5}\}}}$

A1	Ausführliche Lösung	
d)	$3x^2 + 8 = 5 \mid -8$ $\Leftrightarrow 3x^2 = -3 \mid : 3$ $\Leftrightarrow x^2 = -1$	Wurzel nicht definiert $\Rightarrow \underline{\underline{L = \emptyset = \{\ \}}}$ keine Lösung

A1	Ausführliche Lösung	
e)	$\frac{1}{2}x^2 - 2k^2 = 0 \mid +2k^2$ $\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2 = 2k^2 \mid \cdot 2$ $\Leftrightarrow x^2 = 4k^2 \mid \sqrt{\ }$	$\Leftrightarrow \lvert x \rvert = 2k$ $\Leftrightarrow x_1 = 2k \text{ oder } x_2 = -2k$ $\Rightarrow \underline{\underline{L = \{-2k\,;\,2k\}}}$

A1 Ausführliche Lösung

f)

$$x^2 - \frac{a^2}{2} = 0 \mid + \frac{a^2}{2}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \frac{a^2}{2} \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |x| = \sqrt{\frac{a^2}{2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{2}} = \frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\Leftrightarrow x_1 = \frac{a}{\sqrt{2}} \text{ oder } x_2 = -\frac{a}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \quad L = \left\{ -\frac{a}{\sqrt{2}} ; \frac{a}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$\text{bzw. } L = \left\{ -\frac{a}{2}\sqrt{2} ; \frac{a}{2}\sqrt{2} \right\}$$

A2 Ausführliche Lösung

Zinseszinsformel: $K_n = K_0 \cdot (1+q)^n$ mit $q = \frac{p}{100}$

Kapitalverdoppelung in 2 Jahren bedeutet:

$$K_2 = 2 \cdot K_0 \Leftrightarrow 2 \cdot K_0 = K_0 \cdot (1+q)^2 \mid : K_0$$

$$\Leftrightarrow 2 = (1+q)^2 \Leftrightarrow (1+q)^2 = 2 \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |1+q| = \sqrt{2} \Leftrightarrow 1+q = \sqrt{2} \mid -1$$

$$\Leftrightarrow q = \sqrt{2} - 1 \approx 0{,}414 \Rightarrow p = 100 \cdot q \approx 41{,}4\%$$

Bei einem Zinssatz von etwa 41,4% verdoppelt sich das Kapital in 2 Jahren.

A3 Ausführliche Lösung

In 2 Stunden vermehren sich N_0 = 200 Bakterien auf N_2 = 450 Bakterien.
Das Problem ist mit der Zinseszinsrechnung vergleichbar.

$N_n = N_0 \cdot (1+q)^n$ mit n als Zeit in Stunden.

$$N_2 = N_0 \cdot (1+q)^2 \mid : N_0 \Leftrightarrow \frac{N_2}{N_0} = (1+q)^2$$

$$\Leftrightarrow (1+q)^2 = \frac{N_2}{N_0} \mid \sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow 1+q = \sqrt{\frac{N_2}{N_0}} \mid -1$$

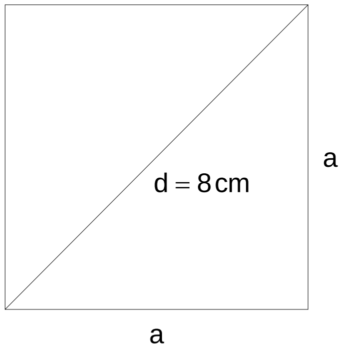
$$\Leftrightarrow q = \sqrt{\frac{N_2}{N_0}} - 1 = \sqrt{\frac{450}{200}} - 1 = \sqrt{2{,}25} - 1 = 1{,}5 - 1 = 0{,}5$$

$$\Leftrightarrow q = 0{,}5 \mathrel{\hat{=}} 50\%$$

Die Vermehrungsrate der Bakterien beträgt 50% pro Stunde.

A4 Ergebnis

Quadrat



Das Quadrat hat eine Kantenlänge von etwa 5,66 cm.

Mit dem Satz vom Pythagoras gilt:

$$d^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\Leftrightarrow 2a^2 = d^2 \;|:2 \Leftrightarrow a^2 = \frac{d^2}{2} \;|\sqrt{}$$

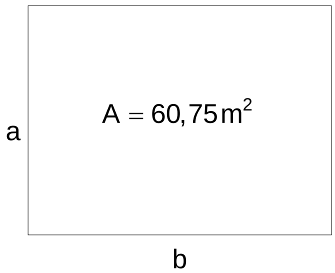
$$\Leftrightarrow |a| = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot d$$

$$\Rightarrow a = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot d \text{ mit } d = 8\,\text{cm wird}$$

$$a = \frac{1}{2}\cdot\sqrt{2}\cdot 8\,\text{cm} = 4\cdot\sqrt{2}\,\text{cm} \approx \underline{\underline{5,657\,\text{cm}}}$$

A5 Ausführliche Lösung

a) Rechteck



Seite a = 4,5 m
Seite b = 13,5 m

Eine Seite ist dreimal so lang wie die andere bedeutet:

$$b = 3\cdot a \Rightarrow A = a\cdot b = a\cdot 3\cdot a = 3a^2$$

$$\Leftrightarrow 3a^2 = A \;|:3 \Leftrightarrow a^2 = \frac{A}{3} \;|\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |a| = \sqrt{\frac{A}{3}} \Leftrightarrow a = \sqrt{\frac{A}{3}}$$

$$\text{mit } A = 60,75\,\text{m}^2 \text{ wird } a = \sqrt{\frac{60,75\,\text{m}^2}{3}} = \underline{\underline{4,5\,\text{m}}}$$

$$\text{und damit } b = 3\cdot 4,5\,\text{m} = \underline{\underline{13,5\,\text{m}}}$$

A5 Ausführliche Lösung

b) Die Längen der Seiten unterscheiden sich um 3 m bedeutet z. B.

$$b = a + 3 \Rightarrow A = a\cdot(a+3) = a^2 + 3a$$

$$\Rightarrow a^2 + 3a = A \Leftrightarrow a^2 + 3a - A = 0 \;\; (\text{quadratische Gleichung})$$

$$p = 3\,;\, q = -A \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{9}{4} + A$$

$$\text{mit } A = 60,75 \text{ wird } D = 2,25 + 60,75 = 63 \text{ und damit}$$

$$a_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{l} a_1 = -1,5 + \sqrt{63} \approx 6,437 \\ a_2 = -1,5 - \sqrt{63} \approx -9,437 \;\; (\text{keine Lösung für a}) \end{array}\right.$$

$$\text{mit } \underline{\underline{a \approx 6,437\,\text{m}}} \text{ gilt } b = a + 3 \approx \underline{\underline{9,437\,\text{m}}}$$

A6	Ausführliche Lösung
	Die kleinere Zahl sei x, damit ist die größere Zahl $y = x + 4$ Das Produkt beider Zahlen ist $x \cdot y = 480$ also $x \cdot (x+4) = 480 \Leftrightarrow x^2 + 4x = 480 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 4x - 480 = 0}_{\text{quadratische Gleichung}}$ $p = 4\,;\, q = -480 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4 + 480 = 484 \Leftrightarrow \sqrt{D} = \sqrt{484} = 22$ $x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left\| \begin{array}{l} x_1 = -2 + 22 = 20 \Rightarrow y_1 = x_1 + 4 = 20 + 4 = 24 \\ x_2 = -2 - 22 = -24 \Rightarrow y_2 = x_2 + 4 = -24 + 4 = -20 \end{array} \right.$ Die beiden Zahlenpaare $\underline{\underline{(20\,;\,24)}}$ und $\underline{\underline{(-24\,;\,-20)}}$ erfüllen die Bedingungen.

A7	Ausführliche Lösung
	Die Zahlen seien a und b. Summe ergibt 4,1 bedeutet: $a + b = 4{,}1 \quad (I)$ Produkt ergibt 4 bedeutet: $a \cdot b = 4 \quad (II)$ Das sind 2 Gleichungen mit 2 Variablen. $a + b = 4{,}1 \Rightarrow b = 4{,}1 - a$ in (II) einsetzen $a \cdot (4{,}1 - a) = 4 \Leftrightarrow 4{,}1a - a^2 = 4 \mid -4$ $\Leftrightarrow -a^2 + 4{,}1a - 4 = 0 \mid \cdot(-1) \Leftrightarrow \underbrace{a^2 - 4{,}1a + 4 = 0}_{\text{quadratische Gleichung}}$ $p = -4{,}1; q = 4 \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = 4{,}2025 - 4 = 0{,}2025 \Leftrightarrow \sqrt{D} = \sqrt{0{,}2025} = 0{,}45$ $a_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \left\| \begin{array}{l} a_1 = 2{,}05 + 0{,}45 = 2{,}5 \\ a_2 = 2{,}05 - 0{,}45 = 1{,}6 \end{array} \right.$ Die Zahlen lauten $a_1 = \underline{\underline{a = 2{,}5}}$ und $a_2 = \underline{\underline{b = 1{,}6}}$. Probe: $a + b = 2{,}5 + 1{,}6 = 4{,}1 \quad a \cdot b = 2{,}5 \cdot 1{,}6 = 4$

A8 Ausführliche Lösung

a) $kx^2+1=0\,;k\neq 0$

Fall 1: $k>0\Rightarrow kx^2+1=0\,|-1$

$\Leftrightarrow kx^2=-1|:k$

$\Leftrightarrow x^2=-\frac{1}{k}$ ist negativ, da $k>0\Rightarrow$ keine Lösung für k

Fall 2: $k<0$

$\Rightarrow x^2=-\frac{1}{k}$ ist positiv, da $k<0\Rightarrow$ zwei Lösungen für k

$$x^2=-\frac{1}{k}\,|\sqrt{}\Leftrightarrow |x|=\sqrt{-\frac{1}{k}}=\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{-k}}=\frac{1\cdot\sqrt{-k}}{\sqrt{-k}\cdot\sqrt{-k}}=\frac{\sqrt{-k}}{-k}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm\frac{\sqrt{-k}}{-k}$$

Lösung: für $k<0$: $\underline{\underline{L=\left\{-\frac{\sqrt{-k}}{k}\,;\frac{\sqrt{-k}}{k}\right\}}}$ für $k>0$: $\underline{\underline{L=\varnothing}}$

A8 Ausführliche Lösung

b) $x^2+k-2=0\,|-k+2$

$\Leftrightarrow x^2=2-k\,|\sqrt{}$

$\Leftrightarrow |x|=\sqrt{2-k}$ Radikand wird negativ falls $k>2$ $\Rightarrow$ keine Lösung

Falls $k\leq 2$ ist wird der Radikand positiv

$\Rightarrow |x|=\sqrt{2-k}\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{2-k}$

Lösung: für $k\leq 2$ gilt $\underline{\underline{L=\left\{-\sqrt{2-k}\,;\sqrt{2-k}\right\}}}$ für $k>2$: $\underline{\underline{L=\varnothing}}$

A8 Ausführliche Lösung

c)

$$\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)x^2+2k=0\,;k>$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{1-k}{2}\right)x^2+2k=0\,|-2k$$

$$\Leftrightarrow\left(\frac{1-k}{2}\right)x^2=-2k\,|\cdot 2$$

$$\Leftrightarrow(1-k)x^2=-4k\,|:(1-k)$$

$$\Leftrightarrow x^2=\frac{-4k}{1-k}=\frac{4k}{k-1}\,|\sqrt{}$$

$$\Leftrightarrow |x|=\sqrt{\frac{4k}{k-1}}$$

$$\Leftrightarrow x_{1/2}=\pm\sqrt{\frac{4k}{k-1}}=\pm 2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}$$

Lösung $\underline{\underline{L=\left\{-2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\,;2\cdot\sqrt{\frac{k}{k-1}}\right\}}}$

A9 Ausführliche Lösung

a)

$$2x^2+2x-24=0\,|:2$$
$$\Leftrightarrow x^2+x-12=0$$
$$p=1;\ q=-12$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{1}{4}+\frac{48}{4}=\frac{49}{4}$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{49}{4}}=\frac{7}{2}$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{2}+\frac{7}{2}=3 \\ x_2=-\frac{1}{2}-\frac{7}{2}=-4 \end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\{-4\,;3\}}}$

b)

$$-3x^2-5x+8=0\,|:(-3)$$
$$\Leftrightarrow x^2+\frac{5}{3}x-\frac{8}{3}=0$$
$$p=\frac{5}{3};\ q=-\frac{8}{3}$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{25}{36}+\frac{96}{36}=\frac{121}{36}$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{121}{36}}=\frac{11}{6}$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=-\frac{5}{6}+\frac{11}{6}=1 \\ x_2=-\frac{5}{6}-\frac{11}{6}=-\frac{8}{3} \end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\left\{-\frac{8}{3};1\right\}}}$

A9 Ausführliche Lösung

c)

$$\frac{1}{2}x^2-4x+8=0\,|\cdot 2$$
$$\Leftrightarrow x^2-8x+16=0$$
$$p=-8\,;\ q=16$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=16-16=0$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=4+0=4 \\ x_2=4-0=4 \end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\{4\}}}$

d)

$$3-2x+\frac{1}{3}x^2=0$$
$$\Leftrightarrow \frac{1}{3}x^2-2x+3=0\,|\cdot 3$$
$$\Leftrightarrow x^2-6x+9=0$$
$$p=-6\,;\ q=9$$
$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=9-9=0$$
$$\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{0}=0$$
$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\ \left|\ \begin{array}{l} x_1=3+0=3 \\ x_2=3-0=3 \end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $\underline{\underline{L=\{3\}}}$

A9	Ausführliche Lösung	
	e)	$x(x+k)=1 \Leftrightarrow x^2+kx=1 \mid -1 \Leftrightarrow x^2+kx-1=0$ $p=k\,;\,q=-1 \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(\frac{k}{2}\right)^2+1=\frac{k^2}{4}+1=\frac{k^2+4}{4}$ $\Rightarrow \sqrt{D}=\sqrt{\frac{k^2+4}{4}}=\frac{1}{2}\sqrt{k^2+4}$ $x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}$ $\left\vert \begin{array}{l} x_1=-\frac{1}{2}k+\frac{1}{2}\sqrt{k^2+4}=-\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2} \\ x_2=-\frac{1}{2}k-\frac{1}{2}\sqrt{k^2+4}=-\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2} \end{array}\right.$ Lösungsmenge: $L=\left\{-\frac{k-\sqrt{k^2+4}}{2}\,;\,-\frac{k+\sqrt{k^2+4}}{2}\right\}$

A9	Ausführliche Lösung	
	f)	$-x^2-\frac{3}{2}x-\frac{5}{4}=0 \mid \cdot(-1)$ $\Leftrightarrow x^2+\frac{3}{2}x+\frac{5}{4}=0$ $p=\frac{3}{2}\,;\,q=\frac{5}{4} \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\frac{9}{16}-\frac{20}{16}=-\frac{11}{16}<0$ keine Lösung Lösungsmenge: $L=\{\,\}$ Bemerkung: Falls die Diskriminante D kleiner Null ist, hat die quadratische Gleichung keine Lösung.

A10 Ausführliche Lösung

a)

$$(x+2)^2 - 2 = 0 \mid +2$$
$$\Leftrightarrow (x+2)^2 = 2 \mid \sqrt{}$$
$$\Leftrightarrow |x+2| = \sqrt{2}$$
Fall 1: $x + 2 = \sqrt{2} \mid -2$
$$\Leftrightarrow x_1 = -2 + \sqrt{2}$$
Fall 2: $x + 2 = -\sqrt{2} \mid -2$
$$\Leftrightarrow x_2 = -2 - \sqrt{2}$$
Lösungsmenge:
$$\underline{\underline{L = \left\{-2-\sqrt{2}\,;\,-2+\sqrt{2}\right\}}}$$

b)

$$-x^2 + 4ax - 4a^2 = 0 \mid \cdot(-1)$$
$$\Leftrightarrow x^2 - 4ax + 4a^2 = 0$$
$$p = -4a\,;\; q = 4a^2$$
$$\Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q$$
$$= 4a^2 - 4a^2 = 0$$
$$\Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{0} = 0$$
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{l} x_1 = 2a + 0 = 2a \\ x_2 = 2a - 0 = 2a \end{array}\right.$$
Lösungsmenge: $\underline{\underline{L = \{2a\}}}$

A10 Ausführliche Lösung

c)

$$2kx^2 + kx - k = 0 \text{ mit } k \neq 0 \mid : 2k$$
$$\Leftrightarrow x^2 + \frac{kx}{2k} - \frac{k}{2k} = 0 \Leftrightarrow x^2 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 0$$
$$p = \frac{1}{2}\,;\; q = -\frac{1}{2} \Rightarrow D = \left(\frac{p}{2}\right)^2 - q = \frac{1}{16} + \frac{8}{16} = \frac{9}{16} \Rightarrow \sqrt{D} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4}$$
$$x_{1/2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{D} \;\left|\; \begin{array}{l} x_1 = -\frac{1}{4} + \frac{3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ x_2 = -\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = -\frac{4}{4} = -1 \end{array}\right.$$
Lösungsmenge: $\underline{\underline{L = \left\{-1; \frac{1}{2}\right\}}}$

A10 Ausführliche Lösung

d)

$$x^2-2kx+6k=3x \mid -3x$$

$$\Leftrightarrow x^2-2kx-3x+6k=0 \Leftrightarrow x^2-(2k+3)x+6k=0$$

$$p=-(2k+3)\,;\,q=6k \Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=\left(-\frac{2k+3}{2}\right)^2-6k$$

$$=\frac{4k^2+12k+9}{4}-6k=\frac{4k^2+12k+9}{4}-\frac{24k}{4}=\frac{4k^2+12k+9-24k}{4}$$

$$=\frac{4k^2-12k+9}{4}=\frac{(2k-3)^2}{4}\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{\frac{(2k-3)^2}{4}}=\frac{2k-3}{2}$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} x_1=\frac{2k+3}{2}+\frac{2k-3}{2}=\frac{2k+3+2k-3}{2}=\frac{4k}{2}=2k \\ x_2=\frac{2k+3}{2}-\frac{2k-3}{2}=\frac{2k+3-2k+3}{2}=\frac{6}{2}=3\end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $L=\{3\,;\,2k\}$

A10 Ausführliche Lösung

e)

$$x^2-4kx+3k^2=0 \text{ mit } k\neq 0$$

$$p=-4k\,;\,q=3k^2$$

$$\Rightarrow D=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q=4k^2-3k^2=k^2\Rightarrow\sqrt{D}=\sqrt{k^2}=k$$

$$x_{1/2}=-\frac{p}{2}\pm\sqrt{D}\quad\left|\begin{array}{l} x_1=2k+k=3k \\ x_2=2k-k=k\end{array}\right.$$

Lösungsmenge: $L=\{k\,;\,3k\}$

A10 Ausführliche Lösung

f)

$$\frac{1}{4k}x^2-k=0 \text{ mit } k\neq 0 \mid \cdot 4k$$

$\Leftrightarrow x^2-4k^2=0$ 3. binomische Formel anwenden

$\Rightarrow (x-2k)(x+2k)=0$ Satz vom Nullprodukt anwenden

$$\Rightarrow (x-2k)=0\Rightarrow x_1=2k \qquad (x+2k)=0\Rightarrow x_2=-2k$$

Lösungsmenge: $L=\{-2k\,;\,2k\}$