

## Lösungen Potenzen VIII

### Ergebnisse:

E1	Ergebnisse	
	a)	$\frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 = 1$
	b)	$(e^x + e^{-x})^2 = e^{2x} + e^{-2x} + 2$
	c)	$(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^{2x} + 5e^x - 1$

E2	Ergebnisse	
	a)	$2^x(2^{-1} + 2^x) = 2^{x-1} + 2^{2x}$
	b)	$(x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3}) = x^7 - x^{-5}$
	c)	$(a^2 - a^{-2})^2 = a^4 + a^{-4} - 2$
	d)	$(x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x) = x^{-4} - 9x^2$
	e)	$(2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x) = 2^{-2x} - 2^{2x}$
	f)	$(3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n} = 3 + 6x + 2x^{-2}$

E3	Ergebnisse	
	a)	$a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = 4a^{-2}$
	b)	$\frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6$
	c)	$(x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} = \frac{4}{3}x^2$
	d)	$a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a = 5a^3$
	e)	$a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-5} + a^2 = -2a^{-2} + a^2$
	f)	$\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \frac{9}{x^3}$

E4	Ergebnisse	
	a)	$\frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} = -1$
	b)	$\frac{(1-x)^2}{x-1} = x-1$
	c)	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{4x-1}$
	d)	$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2 = 0$
	e)	$e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = \frac{1}{e}$
	f)	$4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} = \frac{3}{k}$

E5	Ergebnisse	
a)	$6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} = -2x^2$	
b)	$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} = \frac{1}{2}a^n - 2a^{n-2} - a^{-n}$	
c)	$4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{1,5} = 3,5x^3 + x^{-3}$	
d)	$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} = 2a^n + a^{n-3}$	
e)	$(k^7 - k^4) \cdot k^{-3} = k^4 - k$	
f)	$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} = \frac{25(x-y)^2}{(x+y)(a-b)^3}$	

E6	Ergebnisse		
a)	$5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^n$	b)	$\frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} = 2^{k+1}$
c)	$\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = e^x + e^{-x}$	d)	$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{2}{3}e^{-2x}$

E7	Ergebnisse	
a)	$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} ; \frac{3^{-2}}{5} ; \frac{3}{5^{-2}} \Rightarrow \frac{25}{9} ; \frac{1}{45} ; 75$	
b)	$(-3^2)^{-1} ; -(3^2)^{-1} ; [(-3)^2]^{-1} \Rightarrow \frac{1}{9} ; -\frac{1}{9} ; \frac{1}{9}$	

## Potenzgesetze

$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$	$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n$
$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$	$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$	$a^0 = 1$	$\frac{1}{a^n} = a^{-n}$

**Ausführliche Lösungen :**

A1	Ausführliche Lösung	
	a)	$\frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot (2^2)^3 = \frac{1}{4} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 = \frac{1}{2^2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6$ $= 2^{-2} \cdot 2^{-4} \cdot 2^6 = 2^{-2-4+6} = 2^0 = \underline{\underline{1}}$
A1	Ausführliche Lösung	
	b)	$\underbrace{(e^x + e^{-x})^2}_{1. \text{ bin. Formel}} = (e^x)^2 + 2 \cdot e^x \cdot e^{-x} + (e^{-x})^2 = e^{2x} + 2e^{x-x} + e^{-2x}$ $= e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} = \underline{\underline{e^{2x} + e^{-2x} + 2}}$
A1	Ausführliche Lösung	
	c)	$(e^x - e^{-x} + 5)e^x = e^x \cdot e^x - e^{-x} \cdot e^x + 5 \cdot e^x = e^{x+x} - e^{x-x} + 5e^x$ $= e^{2x} - 1 + 5e^x = \underline{\underline{e^{2x} + 5e^x - 1}}$
A2	Ausführliche Lösungen	
	a)	$2^x(2^{-1} + 2^x) = 2^x \cdot 2^{-1} + 2^x \cdot 2^x$ $= 2^{x-1} + 2^{x+x}$ $= \underline{\underline{2^{x-1} + 2^{2x}}}$
	b)	$(x^4 + x^{-2})(x^3 - x^{-3})$ $= x^4 \cdot x^3 - x^4 \cdot x^{-3} + x^{-2} \cdot x^3 - x^{-2} \cdot x^{-3}$ $= x^7 - x^1 + x^1 - x^5$ $= \underline{\underline{x^7 - x^5}}$
A2	Ausführliche Lösungen	
	c)	$\underbrace{(a^2 - a^{-2})^2}_{2. \text{ bin. Formel}} = (a^2)^2 - 2a^2 \cdot a^{-2} + (a^{-2})^2$ $= a^4 - 2a^0 + a^{-4}$ $= \underline{\underline{a^4 + a^{-4} - 2}}$
	d)	$\underbrace{(x^{-2} - 3x)(x^{-2} + 3x)}_{3. \text{ bin. Formel}} = (x^{-2})^2 - (3x)^2$ $= x^{-2 \cdot 2} - 3^2 x^2$ $= \underline{\underline{x^{-4} - 9x^2}}$
A2	Ausführliche Lösungen	
	e)	$\underbrace{(2^{-x} + 2^x)(2^{-x} - 2^x)}_{3. \text{ bin. Formel}} = (2^{-x})^2 - (2^x)^2$ $= 2^{-x \cdot 2} - 2^{x \cdot 2}$ $= \underline{\underline{2^{-2x} - 2^{2x}}}$
	f)	$(3x^n + 6x^{n+1} + 2x^{n-2})x^{-n}$ $= 3x^n \cdot x^{-n} + 6x^{n+1} \cdot x^{-n} + 2x^{n-2} \cdot x^{-n}$ $= 3^0 + 6x^1 + 2x^{-2}$ $= \underline{\underline{3 + 6x + 2x^{-2}}}$

A3 Ausführliche Lösungen	
a)	b)
$a^2 \cdot (a^2)^{-2} + 3a \cdot \left(\frac{1}{a}\right)^3 = a^2 \cdot a^{-4} + 3a \cdot \frac{1^3}{a^3}$ $= a^{-2} + 3a \cdot a^{-3}$ $= a^{-2} + 3a^{-2}$ $= 4a^{-2} = \underline{\underline{\frac{4}{a^2}}}$	$\frac{1}{18} \cdot (3^2)^2 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2$ $= \frac{1}{2 \cdot 3^2} \cdot 3^4 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot \frac{1^2}{3^2}$ $= \frac{1}{2} \cdot 3^{-2} \cdot 3^4 + \frac{1}{2} \cdot 3^3 \cdot 3^{-2}$ $= \frac{1}{2} \cdot 3^2 + \frac{1}{2} \cdot 3$ $= \frac{1}{2} \cdot 9 + \frac{1}{2} \cdot 3 = \underline{\underline{6}}$

A3 Ausführliche Lösungen	
c)	d)
$(x^2 \cdot x^{-3})^{-2} + \left(\frac{3}{x^2}\right)^{-1} = (x^{-1})^{-2} + \frac{3^{-1}}{x^{-2}}$ $= x^2 + \frac{x^2}{3}$ $= \underline{\underline{\frac{4}{3}x^2}}$	$a^5 \cdot a^{-2} + 4a^2 \cdot a = a^{5-2} + 4a^{2+1}$ $= a^3 + 4a^3$ $= \underline{\underline{5a^3}}$

A3 Ausführliche Lösungen	
e)	f)
$a^4 \cdot a^{-6} - 3a^3 \cdot a^{-5} + a^2 = a^{4-6} - 3a^{3-5} + a^2$ $= a^{-2} - 3a^{-2} + a^2$ $= \underline{\underline{-2a^{-2} + a^2}}$	$\left(\frac{2}{x}\right)^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 = \frac{2^3}{x^3} + \frac{1^3}{x^3}$ $= \frac{2^3 + 1^3}{x^3}$ $= \underline{\underline{\frac{9}{x^3}}}$

A4 Ausführliche Lösungen	
a)	b)
$\frac{-2^3 - 2 \cdot 4}{2 \cdot 2^3} = \frac{-2^3 - 2 \cdot 2^2}{2 \cdot 2^3}$ $= \frac{-2^3 - 2^3}{2^4}$ $= \frac{-2 \cdot 2^3}{2^4} = \underline{\underline{-1}}$	$\frac{(1-x)^2}{x-1} = \frac{(1-x)(1-x)}{(-1)(1-x)}$ $= \frac{(1-x)\cancel{(1-x)}}{(-1)\cancel{(1-x)}}$ $= -(1-x)$ $= \underline{\underline{x-1}}$

A4	Ausführliche Lösungen	
	c)	d)
	$\frac{e^{3x+1}}{e^{-x+2}} = e^{3x+1-(-x+2)}$ $= e^{3x+1+x-2}$ $= \underline{\underline{e^{4x-1}}}$	$\frac{1}{e^{2x}} + 3(e^{-x})^2 - \left(\frac{2}{e^x}\right)^2$ $= e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - \frac{2^2}{e^{2x}}$ $= e^{-2x} + 3 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x}$ $= 4 \cdot e^{-2x} - 4 \cdot e^{-2x} = \underline{\underline{0}}$

A4	Ausführliche Lösungen	
	e)	f)
	$e^{-x} \cdot e^{-x+2} \cdot e^{2x-3} = e^{-x-x+2+2x-3}$ $= e^{-1}$ $= \frac{1}{\underline{\underline{e}}}$	$4k^2 \cdot k^{-3} - k \cdot k^{-2} = 4k^{2-3} - k^{1-2}$ $= 4k^{-1} - k^{-1}$ $= 3k^{-1} = \underline{\underline{\frac{3}{k}}}$

A5	Ausführliche Lösung	
	a)	
	$6x^3 \cdot x^{-1} - 8x^4 \cdot x^{-2} = 6x^{3-1} - 8x^{4-2} = 6x^2 - 8x^2 = \underline{\underline{-2x^2}}$	

A5	Ausführliche Lösung	
	b)	
	$(a^{n+2} - 4a^n - 2a^{2-n}) \cdot \frac{a^{-2}}{2} = \frac{1}{2}a^{n+2-2} - \frac{1}{2} \cdot 4a^{n-2} - \frac{1}{2} \cdot 2a^{2-n-2} = \frac{1}{2}a^n - 2a^{n-2} - a^{-n}$	

A5	Ausführliche Lösung	
	c)	
	$4x^{-4}x^7 - 0,5x^4x^{-1} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^{1,5} = 4x^{-4+7} - 0,5x^{4-1} + \frac{1^{1,5}}{x^{2 \cdot 1,5}}$ $= 4x^3 - 0,5x^3 + \frac{1}{x^3} = \underline{\underline{3,5x^3 + x^{-3}}}$	

A5	Ausführliche Lösung	
	d)	
	$\frac{a^{n+1}}{a} + \frac{a^{2n-1}}{a^{n+2}} + (a^{n-1})^2 \cdot a^{2-n} = a^{n+1} \cdot a^{-1} + a^{2n-1} \cdot a^{-(n+2)} + a^{2n-2} \cdot a^{2-n}$ $= a^{n+1-1} + a^{2n-1-n-2} + a^{2n-2+2-n}$ $= a^n + a^{n-3} + a^n$ $= \underline{\underline{2a^n + a^{n-3}}}$	

A5	Ausführliche Lösung	
	e)	
	$(k^7 - k^4) \cdot k^{-3} = k^7 \cdot k^{-3} - k^4 \cdot k^{-3}$ $= k^{7-3} - k^{4-3}$ $= \underline{\underline{k^4 - k}}$	

A5	Ausführliche Lösung
f)	$\left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \left(\frac{x-y}{5}\right)^{-2} \cdot \frac{(a-b)^2}{x^2-y^2} = \left(\frac{x-y}{a-b}\right)^5 \cdot \frac{5^2}{(x-y)^2} \cdot \frac{(a-b)^2}{(x-y)(x+y)}$ $= \frac{5^2 (a-b)^2 (x-y)^5}{(a-b)^5 (x-y)^3 (x+y)}$ $= \frac{25(x-y)^2}{(x+y)(a-b)^3}$

A6	Ausführliche Lösung
a)	$5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 8 \cdot 2^{n-2} - 12 \cdot 2^{n-1} = 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^3 \cdot 2^{n-2} - 3 \cdot 2^2 \cdot 2^{n-1}$ $= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^{n-2+3} - 3 \cdot 2^{n-1+2}$ $= 5 \cdot 2^{n+1} - 2^n + 2^{n+1} - 3 \cdot 2^{n+1}$ $= 5 \cdot 2 \cdot 2^n - 2^n + 2 \cdot 2^n - 3 \cdot 2 \cdot 2^n$ $= 10 \cdot 2^n - 2^n + 2 \cdot 2^n - 6 \cdot 2^n$ $= \underline{\underline{5 \cdot 2^n}}$

A6	Ausführliche Lösung
b)	$\frac{2^{2k}}{8} \cdot 2^{3-k} + 2 \cdot 2^{k-1} = \frac{2^{2k}}{2^3} \cdot 2^{3-k} + 2^1 \cdot 2^{k-1}$ $= 2^{2k} \cdot 2^{-3} \cdot 2^{3-k} + 2^1 \cdot 2^{k-1}$ $= 2^{2k-3+3-k} + 2^{k-1+1}$ $= 2^k + 2^k = 2 \cdot 2^k$ $= \underline{\underline{2^{k+1}}}$

A6	Ausführliche Lösung
c)	$\frac{e^{2x} - e^{-2x}}{e^x - e^{-x}} = \frac{(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x})}{e^x - e^{-x}} = \frac{\cancel{(e^x - e^{-x})} (e^x + e^{-x})}{\cancel{(e^x - e^{-x})}} = \underline{\underline{e^x + e^{-x}}}$

A6	Ausführliche Lösung
d)	$\frac{1,5e^{3x} - e^x}{1,5e^{3x}} = \frac{1,5e^{3x}}{1,5e^{3x}} - \frac{e^x}{1,5e^{3x}} = 1 - \frac{e^x}{\frac{3}{2}e^{3x}} = 1 - \frac{2}{3}e^x \cdot e^{-3x} = 1 - \frac{2}{3}e^{-2x}$

A7 Ausführliche Lösungen	
a)	b)
$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2 = \frac{25}{9}$	$(-3^2)^{-1} = \frac{1}{-3^2} = \underline{\underline{-\frac{1}{9}}}$
$\frac{3^{-2}}{5} = \frac{1}{5 \cdot 3^2} = \frac{1}{45}$	$-(3^2)^{-1} = -3^{-2} = \underline{\underline{-\frac{1}{9}}}$
$\frac{3}{5^{-2}} = 3 \cdot 5^2 = \underline{\underline{75}}$	$[(-3)^2]^{-1} = [3^2]^{-1} = \underline{\underline{\frac{1}{9}}}$

(C) Rudolf Brinkmann  
Original Word- Dokumente  
ohne diesen Copyright- Vermerk  
<http://www.matheaufgaben-du.de>